МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Омский государственный технический университет»

Семинар по естественно-научному профилю для учителей физики муниципальных общеобразовательных организаций

Методические указания

Омск
2015

Составитель: *А. М. Ласица*, канд. техн. наук, доцент

Издание содержит методические указания к решению задач повышенного уровня в школьном курсе физики по разделам «Механика», «Электродинамика», «СТО», «Оптика». Дополнительно приведен график работы семинара по естественно-научному профилю для учителей физики муниципальных общеобразовательных организаций. Предназначено для участников семинара, может быть использовано преподавателями физики при проведении занятий с учащимися.

ОмГТУ
2015

Факультет довузовской подготовки ОмГТУ Тел.: 65-25-29. e-mail: fdp@omgtu.ru

Механика

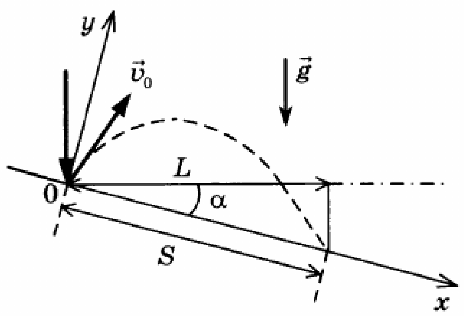
Задачи из раздела «Механика» традиционно являются наиболее часто встречаемыми как заданиях ЕГЭ, так и на олимпиадах различного уровня. Поскольку данный раздел во многом является базой для всех остальных разделов физики, то задачи механики могут встречаться как самостоятельно, так и в составе комбинированных задач из других разделов.

При решении задач кинематики наиболее важным является понимание характера движения тела (прямолинейно или криволинейное, равномерное или равнопеременное и т.д). Особое внимание следует уделить анализу ограничений наложенных движение на тел, так как они могут существенно повлиять на ответ задачи.

При решении задач динамики и статики достаточно хорошо работает традиционная схема: составить чертеж, записать уравнение второго закона Ньютона для каждого тела системы, спроецировать уравнения на оси, добавить необходимые уравнения связи, решить полученную систему уравнений.

При решении задач с использованием законов сохранения следует провести анализ замкнутости системы, консервативности действующих сил, выявить возможные причины диссипации энергии.

Пример решения задачи



Условие: Маленький шарик падает сверху на наклонную плоскость и упруго отражается от неё. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30^0 . На какое расстояние по горизонтали перемещается шарик между первым и вторым ударами о плоскость? Скорость шарика в момент первого удара направлена вертикально вниз и равна 1 м/с.

Решение: Выберем направления осей координат вдоль склона и перпендикулярно к нему. При таком выборе осей движение вдоль каждой из них будет равнопеременным с ускорениями gsin(α) вдоль склона и gcos(α) перпендикулярно к нему. Законы движения шарика имеют вид:

$$x=v_0 sin\alpha \cdot t+\frac{gsin\alpha \cdot t^2}{2} \quad , \quad y=v_0 cos\alpha \cdot t-\frac{gcos\alpha \cdot t^2}{2} \quad .$$

В момент второго соударения шарика с плоскостью
x=S, *y=0*, следовательно,

$$\begin{cases} S=v_0 sin\alpha \cdot t+\dfrac{gsin\alpha \cdot t^2}{2}, \\ 0=v_0 cos\alpha \cdot t-\dfrac{gcos\alpha \cdot t^2}{2}. \end{cases}$$

Выражая из нижнего уравнения время $t=\frac{2v_0}{g}$ и подставляя его в верхнее получим $S=\frac{4v_0^2 sin\alpha}{g}$.

Из рисунка видно, что $L=Scos\alpha=\frac{2v_0^2 \sin 2\alpha}{g}\approx 0{,}173$ м.

Задачи рекомендуемые для разбора на семинаре

Задача 1

Два маяка на морском побережье находятся на расстоянии L=13км. Катер движется по прямой с постоянной скоростью. В момент времени t_1=12 часов 15 минут он оказывается на наименьшем расстоянии L_1=13.5 км от первого маяка, а в момент t_2=12 часов 25 минут — на наименьшем расстоянии L_2=8.5 км от второго. Определите скорость катера.

Решение:

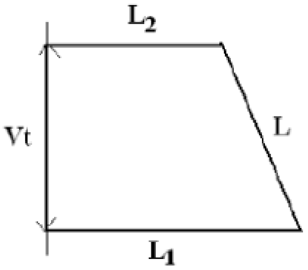


Рисунок 1

Минимальные расстояния будут перпендикулярами к курсу катера. При заданных значениях L, L_1 и L_2 возможно единственное их взаимное расположение по отношению к расстоянию $V(t_2-t_1)$ проходимому катером (приведено на рис. 1). Из рисунка видно, что $Vt=\sqrt{L^2-(L_1-L_2)^2}=12\,км.$ Зная, что это расстояние пройдено за 10 минут, можно вычислить скорость движения катера $V=\frac{\sqrt{L^2-(L_1-L_2)^2}}{t_2-t_1}=\frac{12000}{600}=20\,м/с.$

Задача 2

Гладкая наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой. Угол между плоскостями составляет $\alpha=30^0$. Легкая шайба начинает движение по наклонной плоскости со скоростью V_0=2м/с под углом $\beta=60^0$ к линии пересечения плоскостей. На каком расстоянии от начальной точки шайба пересечет эту линию вновь?

Решение:

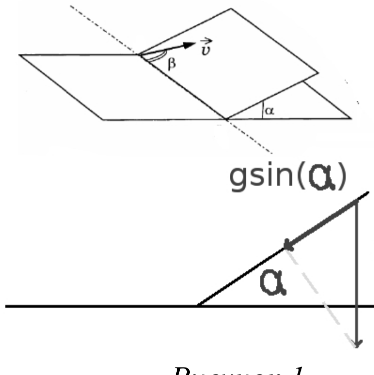
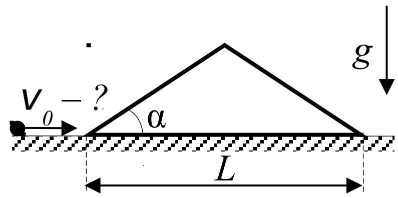


Рисунок 1

Движение шайбы по гладкой наклонной плоскости аналогично движению тела брошенного под углом к горизонту с эффективным ускорение равным проекции ускорения свободного падения g на наклонную плоскость $a=gsin(\alpha)$. Соответственно для нахождения нужного нам расстояния можно использовать известное выражение для дальности полета тела брошенного под углом к горизонту.

$$L=\frac{2V_0^2\sin(\beta)\cos(\beta)}{a}=\frac{V_0^2\sin(2\beta)}{g\sin(\alpha)}\approx 0.7\,м.$$

Задача 3



Скользящий по горизонтальной поверхности маленький шарик упруго соударяется с закреплённым препятствием, в виде треугольной призмы с основанием L и углом при основании α=30°. При какой минимальной скорости шарик перелетит через препятствие, больше не соударяясь с ним? Ускорение свободного падения g. Влиянием воздуха пренебречь.

Решение:

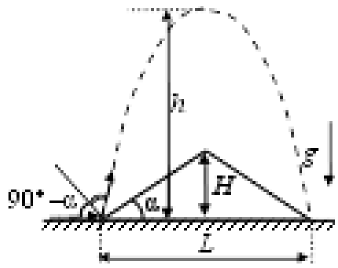


Рисунок 1

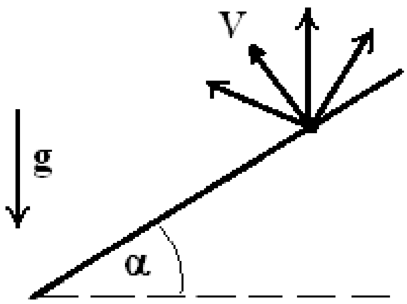
Отразившись упруго от поверхности препятствия, шарик полетит под углом 2α к горизонту с начальной скоростью, равной по модулю скорости до удара (см. рис 1). Тело, брошенное под углом 2α к горизонту под действием силы тяжести движется по параболической траектории. Для перелета шарика через препятствие необходимо выполнение двух условий:

1. Дальность полета l должна быть больше длины основания L;
2. Максимальная высота подъема шарика h должна быть больше высоты препятствия H.

Из первого условия, с использованием формулы для дальности полета тела в поле силы тяжести $l=\frac{V_0^2\sin(4\alpha)}{g}$ можно вычислить минимальную необходимую для перелета скорость $V_0=\sqrt{\frac{gL}{\sin(4\alpha)}}$.

Выполним проверку на отсутствие столкновения в верхней точке. Как видно их рисунка высота препятствия равна $H=\frac{Ltg(\alpha)}{2}$. Максимальная высота, на которую поднимется шарик, равна $h=\frac{V_0^2\sin^2(2\alpha)}{2g}=\frac{Ltg(2\alpha)}{4}$. Таким образом требование $h>H$ сводится к требованию tg(2α)>2tg(α) выполняющемуся при угле 30^0. Подставляя значение угла $\alpha = 30°$ в выражение для минимальной скорости найдём $V_0=\sqrt{\frac{2gL}{\sqrt{3}}}$.

Задача 4



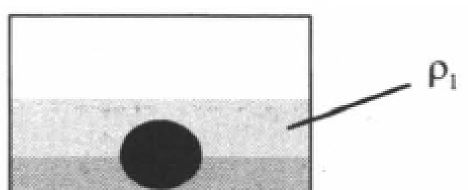
На склоне горы образующей с горизонтом угол α взрывается бомба. Осколки бомбы летят во все возможные стороны с одинаковой скоростью V. Через какое время и на каком расстоянии от места взрыва упадет самый последний осколок?

Решение:

Время движения осколков до момента падения можно найти рассматривая движение в направлении перпендикулярном склону горы. Учитывая, что в момент падения координата будет равна нулю, а ускорение равно gcos(α) можно записать $0=V_{пр}t-\frac{gcos(\alpha)t^2}{2}$, где $V_{пр}$- проекция начальной скорости осколка на направление перпендикулярное склону. Выражая время получим $t=\frac{2V_{пр}}{gcos(\alpha)}$. Очевидно, что максимальное время получится при условии что скорость полностью направленна перпендикулярно склону $t_{max}=\frac{2V}{gcos(\alpha)}$. В этом случае движение вдоль склона идет без начальной скорости с ускорением равным gsin(α). Проходимое вдоль склона расстояние $L=gsin(\alpha)\frac{t_{max}^2}{2}=\frac{2V^2\sin(\alpha)}{gcos(\alpha)^2}$.

Задача 5

На границе раздела двух несмешивающихся жидкостей, имеющих плотности ρ_1 =900кг/ $м^3$ и ρ=3ρ1 , плавает однородный шарик (см. рисунок). Какой должна быть плотность шарика ρ, чтобы выше границы раздела жидкостей была одна треть его объема?



Решение:

Поскольку шарик находится в равновесии, то сила Архимеда, действующая на шарик, уравновешивает действующую на него силу тяжести:

$\rho_1 V_1 g+\rho_2 V_2 g=\rho(V_1+V_2)g$ (здесь V_1 и V_2 - соответственно объемы шарика, находящиеся выше и ниже границы раздела). Отсюда:

$$\rho_1\frac{V_1}{V_1+V_2}+\rho_2\frac{V_2}{V_1+V_2}=\rho$$.

Доли объема шарика, находящиеся выше и ниже границы раздела жидкостей, связаны соотношением:

$$\frac{V_1}{V_1+V_2}+\frac{V_2}{V_1+V_2}=1 \quad .$$

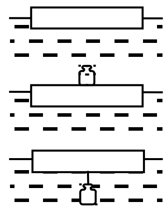
Решая систему уравнений, получим:

$$\frac{V_1}{V_1+V_2}=\frac{\rho_2-\rho}{\rho_2-\rho_1} \quad .$$

По условию задачи $\frac{V_1}{V_1+V_2}=\frac{1}{3}$, следовательно $\frac{\rho_2-\rho}{\rho_2-\rho_1}=\frac{1}{3}$. Выражая и рассчитывая плотность шарика получим:

$$\rho=\frac{1}{3}(\rho_1+2\rho_2)=\frac{7}{3}\rho_1 \ =2100 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 6



Доска плавает, погрузившись в воду на 1/2 своего объёма. Когда сверху ставят гирю, в воде оказывается 2/3 объёма доски. Когда гирю подвешивают к доске на короткой нити снизу, доска оказывается в воде на 0.6453 объёма. Определите плотность материала, из которого сделана гиря. Плотность воды 1000 кг/м^3.

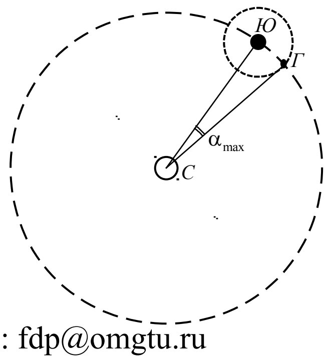
Решение:

Обозначим $\rho_Д$, $\rho_Г$, и ρ_0 — плотности доски, материала гири и воды, а $V_Д$ и $V_Г$ и — объёмы доски и гири. Поскольку во всех случаях система находится в покое, то можно утверждать, что сила тяжести уравновешивается силой Архимеда. В первом случае $\rho_Д V_Д g=\frac{\rho_0 V_Д g}{2}$, что позволяет связать между собой плотности воды и дерева $2\rho_Д=\rho_0$.

Во втором случае $\rho_д V_д g+\rho_г V_г g=\frac{2}{3}\rho_0 V_д g$, учитывая соотношение между плотностью воды и дерева, можно получить дополнительное уравнение связи $\rho_0 V_Д=6\rho_Г V_Г$.

В третьем случае $\rho_д V_д g+\rho_г V_г g=0,6453\cdot\rho_0 V_д g+\rho_0 V_г g$. Учитывая имеющиеся уравнения связи последнее уравнение можно преобразовать к виду $\rho_г\approx\frac{\rho_0}{0,1282}\approx 7,8\rho_0$. Подставляя сюда плотность воды $\rho_0=1000$ кг/м^3, получим $\rho_г=7800$ кг/м^3

Задача 7



Юпитер совершает оборот вокруг Солнца за 4300 суток. Ганимед (спутник Юпитера) совершает оборот вокруг Юпитера за 7,2 суток. Максимальный угол Юпитер–Солнце–Ганимед (α_{max}) равен 0,0014 радиан. Определите по этим данным, во сколько раз масса Солнца больше массы Юпитера. Все орбиты считать круговыми.

Решение:

Согласно закону всемирного тяготения, сила притяжения $F_{ЮС}$ Юпитера к Солнцу равна $F_{ЮС} = G\frac{M_Ю M_С}{R^2_{ЮС}}$. По второму закону Ньютона, эта сила равна произведению массы Юпитера на его центростремительное ускорение $F_{ЮС} = M_Ю \frac{v^2_Ю}{R_{ЮС}}$. Приравнивая выражения для сил можно выразить массу Солнца $M_С = \frac{v^2_Ю R_{ЮС}}{G}$. Проводя аналогичные рассуждения можно выразить массу Юпитера, через параметры орбиты Ганимеда $M_Ю = \frac{v^2_Г R_{ГЮ}}{G}$.

Последние выражения позволяют найти отношение массы Солнца и Юпитера $\frac{M_С}{M_Ю} = \left(\frac{v_Ю}{v_Г}\right)^2 \frac{R_{ЮС}}{R_{ГЮ}}$.

Так как скорость движения по окружности равна $2\pi R/T$, то $\frac{v_Ю}{v_Г} = \frac{R_{ЮС}/T_Ю}{R_{ГЮ}/T_Г}$,где $T_Ю$ и $T_Г$ — периоды обращения Юпитера и Ганимеда. Отношение радиусов орбит равно максимальному углу Юпитер–Солнце–Ганимед α_{max} $\frac{R_{ГЮ}}{R_{ЮС}} = \alpha_{max}$.

Подставив отношения скоростей и радиусов найдём искомое выражение для отношения масс $\frac{M_С}{M_Ю} = \left(\frac{T_Г}{T_Ю}\right)^2 \cdot \frac{1}{\alpha^3_{max}}$. Подставив числовые значения $T_Г$=7,2 сут., $T_Ю$=4300 сут., α_{max}=0,0014, найдём: $M_С/M_Ю \approx 1000$.

Задача 8

Масса Марса составляет 0,1 от массы Земли, диаметр Марса вдвое меньше, чем диаметр Земли. Каково отношение периодов обращения искусственных спутников Марса и Земли $\frac{Tм}{Tз}$,двигающихся по круговым орбитам на небольшой высоте?

Решение:

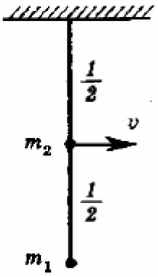
Условие нахождения спутника на околопланетной орбите: $\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}, v = \sqrt{\frac{GM}{R}}; T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$ где M - масса спутника, v - линейная орбитальная скорость спутника, G - гравитационная постоянная, m- масса

планеты, ω - угловая скорость спутника, Т - период обращения спутника.
Применяя указанные формулы к движениям вокруг Земли и Марса надем отношение периодов

$$T_З=2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}};T_M=2\pi\sqrt{\frac{R^3}{8G*0.1R}};$$

$$\frac{T_З}{T_M}=\sqrt{\frac{1}{0.8}}=1,11.$$

Задача 9



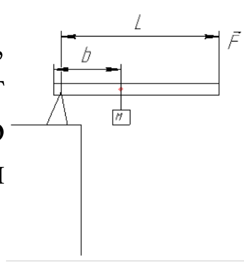
Грузики с точечными массами $m_1=0,25$ кг и m_2 =0,5 кг прикреплены к невесомому стержню длиной *l=1*м (см. рисунок). Стержень может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку О. Грузик m_2 в нижней точке траектории имеет скорость v_2=2 м/с. Определите силу, с которой стержень действует на грузик m_1 в этот момент времени.

Решение:
Стержень вращается вокруг оси, проходящей через точку подвеса перпендикулярно плоскости чертежа. При этом угловая скорость всех точек стержня одинакова. Так как радиус вращения тела с массой m1 в два раза больше радиуса вращения тела массой m2, то соответственно его линейная скорость так же больше в два раза $v_1=2v_2=4\frac{м}{с}$.

В проекции на вертикальную ось уравнение второго закона Ньютона для тела массой m1 запишется в виде $a_1 m_1=T-m_1 g$. Где $a_1=\frac{v_1^2}{l}=\frac{4v_2^2}{l}$ - нормальное (центростремительное) ускорение. Выражая силу натяжения получим ответ

$$T=m_1\left(\frac{4v_2^2}{l}+g\right)=0,25(16+10)=6,5\,H \quad .$$

Задача 10



Груз массой 100 кг удерживают на месте с помощью рычага, приложив вертикальную силу 350 Н (см. рисунок). Рычаг состоит из шарнира без трения и однородного массивного стержня длиной 5 м. Расстояние от оси шарнира до точки подвеса груза равно 1 м. Чему равна масса стержня?
Решение:

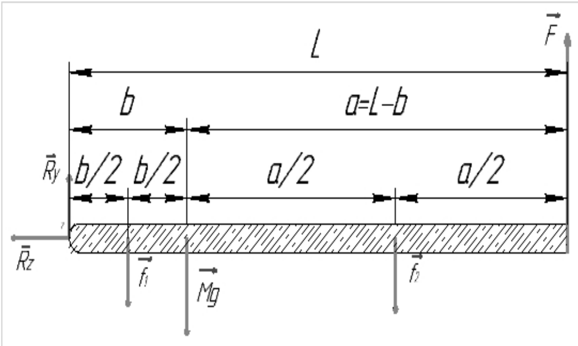


Рисунок 1

Действующие на стержень силы изображены на рисунке 1. R_Z, R_X- реакции опоры в точке крепления стержня, f_1 и f_2 — силы тяжести действующие на отрезки стержня левее и правее точки подвеса груза, Mg — сила тяжести действующая на груз, F — приложенная вертикальная сила.

Из предположения о равномерности распределения массы по стержню легко связать силы f_1 и f_2 с массой стержня $f_1 = \frac{mg}{L} b$, $f_2 = \frac{mg}{L} a = \frac{mg}{L}(L-b)$.

Стержень будет находиться в равновесии при равенстве нулю суммы алгебраических моментов сил относительно оси перпендикулярной плоскости чертежа:

$$\sum_{i=1}^{i=6} M_z(F_i) = 0$$

В качестве точки через которую следует провести ось, разумно выбрать левый конец стержня. В этом случае моменты сил R_x и R_y будут равны нулю. Запишем уравнение моментов действующих сил относительно оси Z :

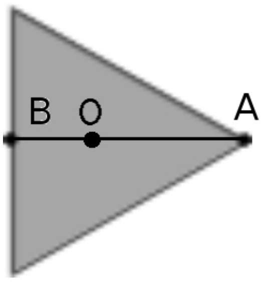
$$\frac{-f_1 b}{2} - Mgb - f_2\left(b + \frac{a}{2}\right) + FL = 0 \quad .$$

Подставляя выражения для f_1 и f_2 , и выражая массу стержня из получающегося уравнения получим $m = \frac{(FL/g) - Mb}{\frac{b^2}{2L} + \frac{a}{L}\left(b + \frac{a}{2}\right)} = \frac{35*5-100}{0{,}1+0{,}8(1+2)} = 30\,кг$.

Задача 11

Лиса Алиса и кот Базилио решили вдвоём унести лист железа, имеющий форму правильного треугольника, подняв его за вершину треугольника и середину противоположной стороны. Найдите максимальную массу листа, который они смогут унести, если лиса Алиса способна нести груз, не превышающий 5 кг, а кот Базилио может нести груз любой массы.

Решение:



Из соображений симметрии ясно, что центр масс *O* листа железа находится в центре треугольника, который является также и точкой пересечения его медиан. По известному свойству медиан треугольника, точка *O* делит медиану *AB* в соотношении 2:1. Чтобы оптимально распределить нагрузку, лиса Алиса должна держать лист в точке *A*, а кот Базилио — в точке *B*.

Приравнивая к нулю суммарный момент сил (относительно точки *O*), приложенных Алисой (F_A) и Базилио (F_B), получим $F_A \cdot |OA| - F_B \cdot |OB| = 0$.

Учитывая соотношение между расстояниями OA и OB свяжем силы прикладываемые котом Базилио и лисой Алисой $F_B = 2F_A$.

Вес листа железа $(F_A + F_B)$ равен $3F_A$. Поэтому лиса Алиса и кот Базилио вдвоём могут унести груз, в 3 раза больший, чем может поднять Алиса, т.е. 15 кг.

Задача 12

На космическом аппарате, находящемся вдали от Земли, начал работать реактивный двигатель. Из сопла ракеты ежесекундно выбрасывается 2 кг газа ($\xi = \frac{\Delta m}{\Delta t} = 2\frac{кг}{с}$) со скоростью v=500 м/с. Исходная масса аппарата M=500 кг. Какую скорость приобретёт аппарат, пройдя расстояние s=36м? Начальную скорость аппарата принять равной нулю. Изменением массы аппарата за время движения пренебречь.

Решение:

При выбрасывании из сопла двигателя постоянной секундной массы газа $\xi = \Delta m / \Delta t$ с постоянной скоростью v в направление движения аппарата будет действовать реактивная сила $F_P = v\xi$. В соответствии со вторым законом Ньютона данная сила сообщит аппарату ускорение равное $a = \frac{F_P}{M} = \frac{\xi v}{M}$. Время необходимое аппарату для прохождения расстояния s $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2sM}{\xi v}}$. Скорость аппарата к концу разгона равна $v_1 = at = \frac{\xi v}{M}\sqrt{\frac{2sM}{\xi v}} = \sqrt{\frac{2\xi vs}{M}} = \sqrt{\frac{2*2*500*36}{500}} = 12\frac{м}{с}$.

Задача 13

Кусок пластилина сталкивается со скользящим навстречу по горизонтальной поверхности стола бруском и прилипает к нему. Скорости пластилина и бруска перед ударом направлены противоположно и равны $v_{пл}$ - 15 м/с и $v_{бр}$ — 5 м/с. Масса бруска в 4 раза больше массы пластилина. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом μ =0,17. На какое расстояние переместятся слипшиеся брусок с пластилином к моменту, когда их скорость уменьшится на 30% ?

Решение:

Запишем закон сохранения импульса для абсолютно неупругого удара с учетом соотношения масс бруска и пластилина

$4m_{ПЛ}v_{БР} - m_{ПЛ}v_{ПЛ} = 5m_{ПЛ}u_1;\ u_1 = \frac{4m_{ПЛ}v_{БР} - m_{ПЛ}v_{ПЛ}}{5m_{ПЛ}} = 1\,м/с$, где u_1- скорость движения после соударения. Требуется найти пройденное расстояние к моменту когда скорость системы составит u_2= $0.7u_1$= 0.7 м/с. Учитывая, что по горизонтальной поверхности тело под действием силы трения движется с ускорением равным μg найдем проходимое расстояние.

$$L=\frac{u_1^2-u_2^2}{\mu g}=0.15\,м.$$

Задача 14

От удара копра массой 450 кг, падающего свободно с высоты 5 м, свая массой 150 кг погружается в грунт на 10 см. Определите силу сопротивления грунта, считая её постоянной, а удар – абсолютно неупругим. Изменением потенциальной энергии сваи пренебречь.

Решение:

Непосредственно перед ударом о сваю потенциальная энергия копра поднятого на высоту 5м. переходит в его кинетическую энергию. Записав закон сохранения энергии для этого процесса определим скорость копра

$$MgH=\frac{Mv_1^2}{2};\, v_1=\sqrt{2gH} \quad .$$

Рассматривая соударение копра о сваю как абсолютно неупругое, и применив закон сохранения импульса найдем скорость совместного движения сваи и копра $Mv_1=(M+m)u;\, u=\frac{M\sqrt{2gH}}{M+m}$.

Кинетическая энергия сваи с копром расходуется на совершение работы против силы сопротивления грунта. Приравнивая модуль работы кинетической энергии найдем силу сопротивления грунта

$$\frac{(M+m)u^2}{2}=F_s h;\, F_s=\frac{(M+m)u^2}{2h}=\frac{M^2 2gH}{(M+m)^2};\, F_s=50\frac{2{,}025*10^4}{600}\approx 168{,}7\,кН \quad .$$

Задача 15

Два шарика, массы которых m = 0.1 кг и M = 0.2 кг, висят, соприкасаясь, на вертикальных нитях длиной *l=1,5 м* (см. рисунок 1). Левый шарик отклоняют на угол 90˚ и отпускают без начальной скорости. Какое количество теплоты выделится в результате абсолютно неупругого удара шариков?

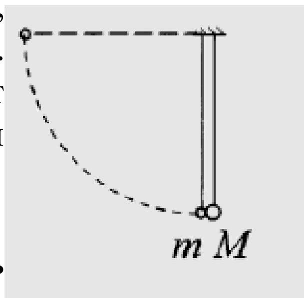


Рисунок 1

Решение:

Скорость левого шарика перед столкновением может быть найдена из закона сохранения энергии $m_1 g l=\frac{m_1 v_1^2}{2};\, v_1=\sqrt{2gl}$.

Применяя закон сохранения импульса к неупругому столкновению шаров определим скорость совместного движения после удара

$$m_1 v_1=(m_1+m_2)u;\, u=\frac{m_1\sqrt{2gl}}{m_1+m_2}\approx 1{,}83\,\frac{м}{с} \quad .$$

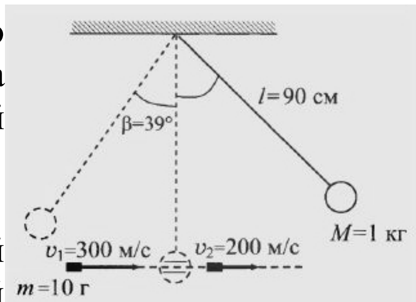
Количество энергии, перешедшей в тепло, в результате неупругого взаимодействия шариков можно определит как разность между потенциальной энергией левого шарика в начальном положении и кинетической энергией обоих шаров после соударения

$$\Delta Q = E_{П1} - E_{К2} = m_1 g l - \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} \approx 1\, Дж.$$

Задача 16

Шар массой 1 кг, подвешенный на нити длиной 90 см, отводят от положения равновесия и опускают. В момент прохождения шаром положения равновесия в него попадает пуля массой 1г. , летящая навстречу шару со скоростью 300 м/с. Она пробивает его и вылетает горизонтально скоростью 200 м/с, после чего шар, продолжая движение в прежнем направлении, отклоняется на угол 39˚. Определите начальный угол отклонения шара. (Массу шара считать неизменной, диаметр шара – пренебрежимо малым по сравнению с длиной нити, cos 39˚ = $\frac{7}{9}$).

Решение:



Примем нижнюю точку траектории шара за начало отсчета высоты. В этом случае высота подъёма центра масс шара после взаимодействия с пулей определится как:

$$h_2 = l(1 - cos\beta) = 0{,}9(1 - 0{,}777) \approx 0{,}2\, м .$$

Скорость шара после взаимодействия с пулей найдём, используя закон сохранения механической энергии $\frac{M u_2^2}{2} = Mg h_2 ; u_2 = \sqrt{2 g h_2} = \sqrt{20 * 0{,}2} = 2 \frac{м}{с}$.

Для нахождения скорости шара перед столкновением с пулей воспользуемся законом сохранения импульса. Изменение скорости шара в результате взаимодействия с пулей:

$$m v_1 - m v_2 = M (u_1 - u_2) ; u_1 = \frac{m(v_1 - v_2)}{M} + u_2 = 3 \frac{м}{с};$$

Высота подъёма центра масс шара при колебаниях до встречи с пулей находится применением закона сохранения энергии

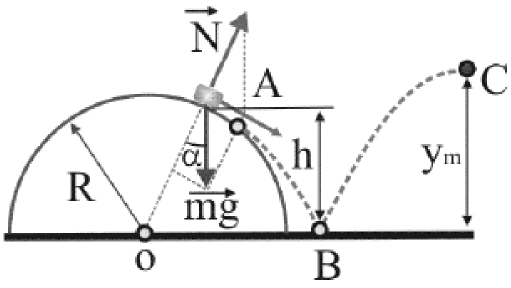
$$\frac{M u_1^2}{2} = Mg h_1 ; h_1 = \frac{u_1^2}{2g} = \frac{9}{20} = 0{,}45\, м .$$

Максимальный начальный угол отклонения нити подвеса шара находим из геометрических соображений

$$h_2 = l(1 - cos\alpha) ; \alpha = \arccos\left(\frac{l - h_2}{l}\right) = \arccos\left(\frac{0{,}9 - 0{,}45}{0{,}9}\right) = 60^0 .$$

Задача 17

Небольшая упругая частица скользит с наивысшей точки купола, имеющего форму полусферы радиуса R и упруго отразившись от горизонтальной поверхности, снова подскакивает вверх. Определите высоту точки отрыва частицы от купола и высоту её подъёма после отскока. Трением пренебречь.



Решение:

Уравнение второго закона Ньютона в проекции на направление нормальной реакции связи N будет выглядеть в данном случае следующим образом $\frac{mv^2}{R}=mg\,cos\alpha-N$. В момент отрыва частицы от поверхности полусферы (точка A) реакция опоры исчезает (N = 0) , поэтому уравнение упрощается до вида $mg\cos(\alpha)=\frac{mv^2}{R}$.

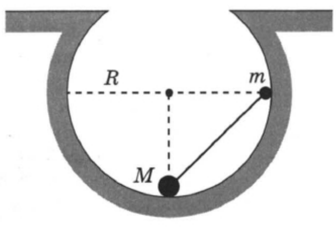
В соответствии с законом сохранения энергии в точке A сумма кинетической и потенциальной энергии частицы должна быть равна её потенциальной энергии в верхней точке полусферы $mgR=mgR\,cos\alpha+\frac{mv^2}{2}$. Совместное решение уравнений позволяет найти угол, высоту и скорость частицы в момент отрыва $cos\alpha=\frac{2}{3},\ v^2=\frac{2}{3}Rg,\ h=Rcos\alpha=\frac{2}{3}R$.

После упругого соударения с горизонтальной поверхностью частица по параболической траектории полетит как тело, брошенное под углом к горизонту. При этом траектория тела на подъеме будет симметричной траектории тела при падении от точки отрыва. Прибавку к высоте Δy можно найти по формулам балистики зная значения угла к горизонту и скорости на высоте h - $\triangle y=\frac{v^2\sin^2\alpha}{2g}$.

Максимальная высота подъёма частицы над горизонтом y_m определится как сумма $y_m=h+\frac{v^2\sin^2\alpha}{2g}=\frac{23}{27}R$.

Задача 18

Небольшие шарики, массы которых *m*= 30 г и *M*= 60 г, соединены лёгким стержнем и помещены в гладкую сферическую выемку. В начальный момент шарики удерживаются в положении, изображённом на рисунке. Когда их отпустили без толчка, шарики стали скользить по поверхности выемки. Максимальная высота подъёма шарика массой *M* относительно нежней точки выемки оказалась равной 12 см. Каков радиус выемки *R*?

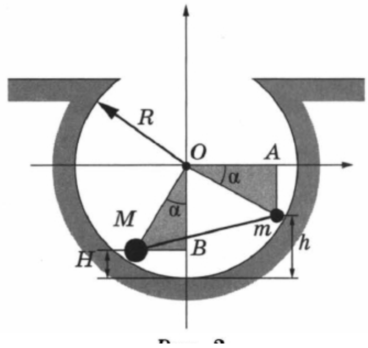


Решение:

Поскольку движение тел в системе происходит под действием консервативной силы тяжести, а действием неконсервативных сил можно пренебречь, то будет сохраняться полная энергия механического движения. Так как при подъеме на максимальную высоту кинетическая энергия равна нулю, то применительно к данной задаче закон сохранения механической энергии имеет вид

$$E_{потенц.1}=E_{потенц.2},$$

$$mgR=mgh+MgH.$$



Из которого следует, что $(R-h)=\frac{M}{m}H$.

При движении гантели по поверхности выемки высоты подъёма большого и малого грузов связаны между собой, что приводит к соотношению

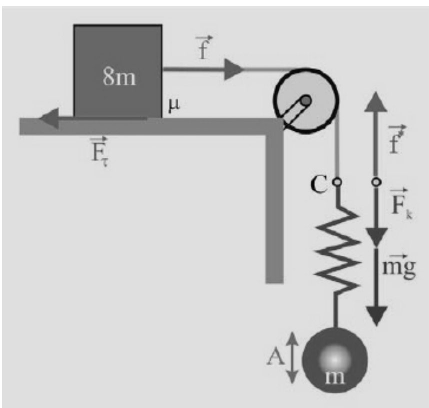
$$(R-h)^2=R^2-(R-H)^2=H(2R-H) .$$

Объединяя полученное выражение с предыдущей формулой, получаем выражение для радиуса выемки и вычисляем его $R=\frac{H}{2}\left(1+\frac{M^2}{m^2}\right)=30\,см$.

Задача 19

Брусок, покоящийся на горизонтальном столе , и пружинный маятник, состоящий из грузика и легкой пружины, связаны легкой нерастяжимой нитью переброшенной через блок. Коэффициент трения между бруском и столом равен 0.2. Отношение массы бруска к массе грузика равно 8. Грузик совершает вертикальные колебания. Максимальная амплитуда при которой они остаются гармоническими, равно 1.5см. Определите период колебаний.

Решение:



Вертикальные колебания груза будут гармоническими до того момента, пока не начнется движение груза по столу. Для равновесия груза на столе необходимо, чтобы сила трения действующая на него уравновешивала силу тяжести действующую на подвешенный грузик и силу натяжения пружины при максимальном натяжении

$$mg+kA=\mu 8mg \cdot$$

Коэффициент упругости пружины выразим через период малых колебаний груза

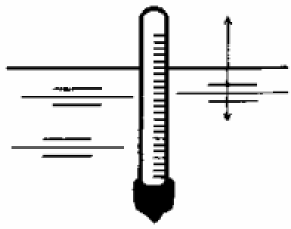
$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};\ k=\frac{4\pi^2 m}{T^2} .$$

После подстановки коэффициента упругости в условие гармоничности можно выразить и рассчитать значение периода колебаний.

$$mg+\frac{4\pi^2 m A}{T^2}-8\mu mg=0\ ;\ mgT^2-8\mu mgT^2+4\pi^2 mA=0\ ;$$

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2 A}{8\mu g-g}}\approx\sqrt{\frac{0,6}{6}}\approx 0,31\,c.$$

Задача 20



Ареометр погруженный в жидкость совершает малые колебания. Масса ареометра 40г., радиус его трубки 2мм., плотность жидкости 800 кг/м^3. Пренебрегая сопротивлением жидкости определите период колебаний.

Решение:

В стоянии равновесия сила Архимеда действующая на ареометр компенсируется силой тяжести. Выбирая в качестве начала отсчета координаты по вертикали уровень погружения ареометра в жидкость в состоянии равновесия можно исключить из рассмотрения равновесные силы тяжести и Архимеда.

При смещении ареометра из положения равновесия возникает избыточная сила Аржимеда направленная противоположно смещению. Уравнение второго закона Ньютона можно записать в этом случае следующим образом:

$m a_y=-F_{AИ}=-\rho g\pi r^2 y,$, где $F_{AИ}$- избыточная сила Архимеда, знак «минус» показывает, что сила направленна противоположно смещению.

Приведём уравнение к виду:

$$a+\frac{\rho g\pi r^2}{m}y=0 \quad .$$

Как известно из теории данное уравнение является уравнением гармонических колебаний, а коэффициент стоящий перед координатой y дает значение квадрата циклической частоты

$$\omega^2=\frac{\rho g\pi r^2}{m} \quad .$$

Используя связь между периодом и циклической частотой выразим и рассчитаем период

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2}{r}\sqrt{\frac{\pi m}{\rho g}}=\frac{2}{2*10^{-3}}\sqrt{\frac{3,14*4*10^{-2}}{8*10^3}}\approx 4\,c \quad .$$

Электродинамика

Раздел «Электродинамика» является одним из самых трудных для изучения. При анализе условий задач полезно помнить про имеющиеся аналогии между механическими и электромагнитными величинами. Так например закон Кулона и всемирного тяготения описываются похожими уравнениями, индуктивность в электрической цепи аналогична массе в механике и т. д. Если удается найти подходящую механическую аналогию, то достаточно легко понять процессы протекающие в системе и подобрать описывающие их уравнения.

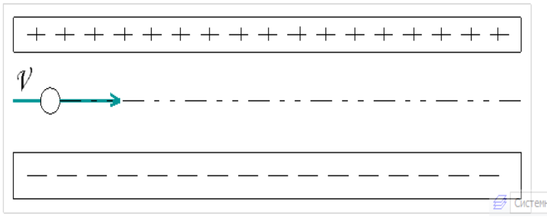
При решении задач где требуется найти силу Кулона или напряженность электрического поля можно удачно применять методы динамики и статики. В задачах на нахождение потенциала часто может быть использован закон сохранения энергии.

Электрические схемы в задачах на соединение проводников и конденсаторов обычно могут быть упрощены. Один из эффективных способов упрощения — это замыкание точек с равным потенциалом.

При решении задач из раздела «Магнетизм» обращайте внимание на взаимное расположение магнитного поля, электрического поля и токов.

Пример решения задачи

Условие: Электрон вылетает в плоский конденсатор со скоростью *Vo* (*Vo*<<*c*) параллельно пластинам (см. рисунок), расстояние между которыми *d*. Какова разность потенциалов между пластинами конденсатора, если при вылете из конденсатора вектор скорости электрона отклоняется от первоначального направления на угол *α*? Длина пластин *L (L>>d).*



Решение: Для решения задачи составим чертеж (рисунок 1), введем оси *X* и *Y*, разложим движение электрона по осям.

Движение вдоль оси *OX* будет равномерным (т. к. вдоль данной оси не действуют силы). Для зависимости координаты от времени получим:

$x = V_0 t$, для зависимости скорости

$V_X = V_{0X} = V_0$.

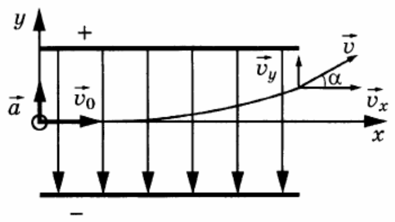


Рисунок 1

Движение вдоль оси OY будет равнопеременным без начальной скорости. Для координаты имеем

$$y = \frac{at^2}{2} ,$$

для скорости

$V_y = a_y t$, где

$a_y = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e\Delta\varphi}{md}$, - ускорение сообщаемое силой Кулона.

В момент вылета из конденсатора *X=L=V₀ t*, поэтому $t = \frac{L}{Vo}$.

Подставляя время полета в выражение для V_y получим

$$V_y = \frac{e\,\Delta\varphi L}{md\,V_0} \quad .$$

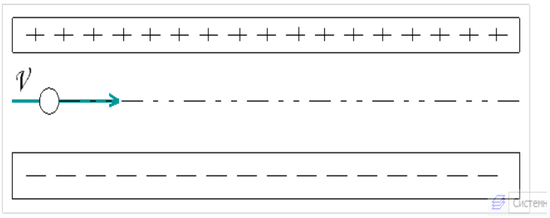
Из чертежа видно, что $tg\,\alpha = \frac{V_y}{V_x} = \frac{e\,\Delta\varphi L}{md\,V_0^2}$. Выражая отсюда разность потенциалов получим

$$\Delta\varphi = \frac{md\,V_0^2 tg\alpha}{eL} \quad .$$

Задачи рекомендуемые для разбора на семинаре

Задача 1

Электрон вылетает в плоский конденсатор со скоростью *Vo* (*Vo*<<*c*) параллельно пластинам (см. рисунок), расстояние между которыми *d.* На какое расстояние *h* сместится электрон от первоначального направления по вертикали при вылете из конденсатора, если к обкладкам приложена разность потенциалов *Δφ*. Длина пластин *L (L>>d).*



Решение:

Для решения задачи составим чертеж (рисунок 1), введем оси *X* и *Y*, разложим движение электрона по осям.

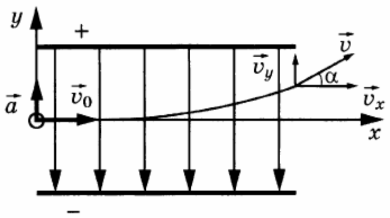


Рисунок 1

Движение вдоль оси *OX* будет равномерным (т. к. вдоль данной оси не действуют силы). Для зависимости координаты от времени получим:

$x = V_0 t$, для зависимости скорости

$V_X = V_{0X} = V_0$.

Движение вдоль оси OY будет равнопеременным без начальной скорости. Для координаты имеем

$$y = \frac{a_y t^2}{2} \quad ,$$

для скорости

$V_y = a_y t$, где

$a_y = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e\,\Delta\varphi}{md}$, - ускорение сообщаемое силой Кулона.

В момент вылета из конденсатора $X = L = V_0\ t$, поэтому $t = \frac{L}{V\,o}$. Подставляя время полета в выражение для координаты *Y* получим

$$h = \frac{a_y t^2}{2} = \frac{e\,\Delta\varphi\,L^2}{2\,md\,V_0^2} \quad .$$

Задача 2

Полый заряженный шарик массой *m=0,4г* движется в однородном горизонтальном электрическом поле из состояния покоя. Модуль напряженности электрического поля *E=500 Кв /м.* Траектория шарика образует вертикалью угол $\alpha=45°$. Чему равен *q* шарика ?

Решение:

Составим чертеж к задаче, расставим на нем действующие силы (рисунок 1). На шарик действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила со стороны электрического поля $q\vec{E}$ (сила Кулона). В соответствии со вторым законом Ньютона

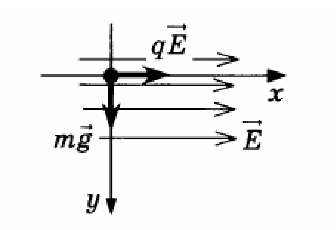


Рисунок 1

$$m\vec{a}=m\vec{g}+q\vec{E}\ .$$

Проецируя уравнение найдем составляющие ускорения по осям *X* и *Y:*

$$a_x=\frac{qE}{m},\ a_y=g\ .$$

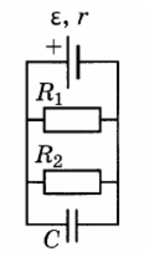
По условию задачи траектория движения образует угол $\alpha=45°$. с вертикалью. Так как тангенс угла наклона равен отношению скоростей,то

$$tg(\alpha)=\frac{V_x}{V_y}=\frac{a_x t}{a_y t}=\frac{a_x}{a_y}=\frac{qE}{mg}\ .$$

Выражая заряд получим $q=\dfrac{mg\,tg(\alpha)}{E}=8\,нКл$.

Задача 3

Источник постоянного тока с ЭДС *ε=10В* и внутренним сопротивлением *r=0.4Ом* подсоединён к параллельно соединённым резистором *R*$_1$*=4 Ом, R*$_2$*=6 Ом* и конденсатору. Определите емкость конденсатора *C,* если энергия электрического поля конденсатора равна *W=60 мкДж.*



Решение:

Так как конденсатор и резисторы подключены параллельно, то напряжение на конденсаторе и резисторах одинаково. Для того, чтобы найти напряжение на резисторах воспользуемся законом Ома для полной цепи. Сила тока через источник будет равна

$I=\dfrac{\varepsilon}{r+R_0}$, где $R_0=\dfrac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$ – сопротивление внешней цепи (параллельно соединённых резисторов R_1 и R_2). Соответственно напряжение на конденсаторе и резисторах

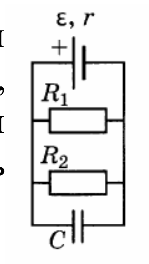
$$U_C=IR_0=\frac{\varepsilon}{r+\dfrac{R_1 R_2}{R_1+R_2}}\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}=\frac{\varepsilon R_1 R_2}{r(R_1+R_2)+R_1 R_2}\ .$$

Энергия электрического поля конденсатора равна

$$W=\frac{CU^2}{2}=\frac{C}{2}\left(\frac{\varepsilon R_1 R_2}{r(R_1+R_2)+R_1 R_2}\right)^2$$, выражая емкость конденсатора получим

$$C=2W\left(\frac{r(R_1+R_2)+R_1 R_2}{\varepsilon R_1 R_2}\right)^2=1.6\,мкКл\quad.$$

Задача 4



Источник постоянного тока с ЭДС и внутренним сопротивлением *r=0.6Ом* подсоединен параллельно соединенным резистором $R_1=4$ *Ом*, $R_2=6$ *Ом* и конденсатору. Определите ЭДС источника, если энергия электрического поля конденсатора равна *W=25мкДж*, а его емкость *C=2 мкФ*.

Решение:

Так как конденсатор и резисторы подключены параллельно, то напряжение на конденсаторе и резисторах одинаково. Для того, чтобы найти напряжение на резисторах воспользуемся законом Ома для полной цепи. Сила тока через источник будет равна

$I=\frac{\varepsilon}{r+R_0}$, где $R_0=\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$ – сопротивление внешней цепи (параллельно соединённых резисторов R_1 и R_2). Соответственно напряжение на конденсаторе и резисторах

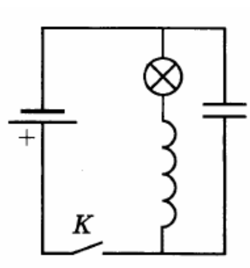
$$U_C=IR_0=\frac{\varepsilon}{r+\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}}\,\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}=\frac{\varepsilon R_1 R_2}{r(R_1+R_2)+R_1 R_2}\quad.$$

Энергия электрического поля конденсатора равна

$$W=\frac{CU^2}{2}=\frac{C}{2}\left(\frac{\varepsilon R_1 R_2}{r(R_1+R_2)+R_1 R_2}\right)^2$$, выражая ЭДС источника получим

$$\varepsilon=\sqrt{\frac{2W}{C}}\left(\frac{r(R_1+R_2)+R_1 R_2}{R_1 R_2}\right)=6.25\,В\quad.$$

Задача 5



В электрической цепи, показанной на рисунке , ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока равны соответственно *ε=12В* и *r=1Ом,* емкость конденсатора *C=2мФ,* индуктивность катушки *L=36мГн* и сопротивление лампы *R=5 Ом.* В начальный момент времени ключ К замкнут. Какая энергия выделится в лампе после размыкания ключа? Сопротивление катушки и проводов пренебречь.

Решение:

При замкнутом ключе через катушку и лампу протекает электрический ток , силу которого можно определить с помощью закона Ома для полной цепи

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R}\quad.$$

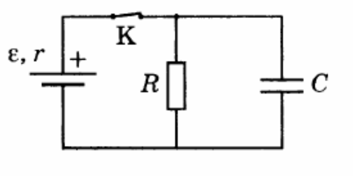
Через конденсатор ток не протекает, но он оказывается заряженным до напряжения равного напряжению на подключенной параллельно ему лампе. Таким образом напряжение на конденсаторе

$$U = IR = \frac{\varepsilon R}{r+R} \quad .$$

После размыкания ключа в системе начнутся затухающие колебания и энергии магнитного и электрического поля, запасенные в катушке индуктивности и конденсаторе выделятся на лампе

$$W = \frac{C\,U^2}{2} + \frac{L\,I^2}{2} = \frac{C(\varepsilon R)^2}{2(r+R)^2} + \frac{L\,\varepsilon^2}{2(R+r)^2} = 0.172\,Дж \quad .$$

Задача 6



В электрической схеме, показанной на рисунке, ключ К замкнут. ЭДС батарейки $\varepsilon = 12\,B$, емкость конденсатора C=0.2мкФ. Отношение внутреннего сопротивления батарейки к сопротивлению резистора k= $\frac{r}{R}$ =0.2 . Найдите количество теплоты, которое выделится на резисторе после размыкания ключа К в результате разряда конденсатора.

Решение :

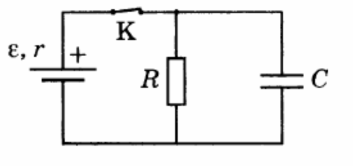
Поскольку конденсатор и резистор включены параллельно напряжение на них одинаково и равно

$$U_C = U_R = \frac{\varepsilon R}{r+R} = \frac{\varepsilon R}{kR+R} = \frac{\varepsilon}{k+1} = 10\,B \quad .$$

После размыкания ключа энергия электрического поля запасенная в конденсаторе выделится в виде теплоты на резисторе, значит

$$Q = W_C = \frac{C\,U^2}{2} = 10\,мкДж \quad .$$

Задача 7



В электрической схеме, показанной на рисунке, ключ К замкнут. ЭДС батарейки $\varepsilon = 12\,B$, отношение внутреннего сопротивления батарейки к сопротивлению резистора k= $\frac{r}{R}$ =0.2 . Найдите емкость конденсатора С если количество теплоты, которое выделилось после размыкания ключа К равно Q=10мкДж.

Решение :

Поскольку конденсатор и резистор включены параллельно напряжение на них одинаково и равно

$$U_C = U_R = \frac{\varepsilon R}{r+R} = \frac{\varepsilon R}{kR+R} = \frac{\varepsilon}{k+1} = 10\,B \quad .$$

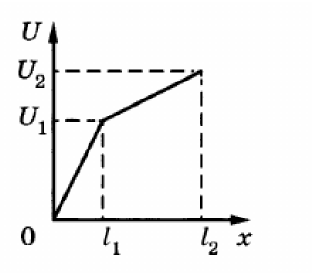
После размыкания ключа энергия электрического поля запасенная в конденсаторе выделится в виде теплоты на резисторе, значит

$$Q=W_C=\frac{CU_C^2}{2}$$.

Выражая из последней формулы емкость получим

$$C=\frac{2Q}{U_C^2}=0.2\,мкФ$$.

Задача 8



Нихромовый проводник длинной $l=l_2$ включен в цепь постоянного тока. К нему подключают вольтметр таким образом, что одна из клемм вольтметра все время подключена к началу проводника, а вторая может перемещаться вдоль проводника. На рисунке приведена зависимость показании вольтметра U от расстояния X до начало проводника. Как зависти от X площадь поперечного сечения проводника ?

Решение:

По проводнику течет постоянный ток, поэтому закону Ома для участка цепи $U=IR$.

Сопротивление любой части проводника R определяется соотношением $R=\rho\frac{x}{S}$, где X -длина той части проводника, на которой определяется напряжение; ρ − удельное сопротивление проводника; S- площадь поперечного сечения этой части проводника.

При $0<x<l_1$ напряжение пропорционально длине участка; значит, площадь поперечного сечения проводника постоянна.

При $l_1<x<l_2$ напряжение так же линейно зависит от длины участка ; значит, площадь поперечного сечения проводника на этом участке тока тоже постоянно. Однако показания вольтметра на этом участке проводника увеличивается медленнее, чем на первом, поэтому площадь поперечного сечения проводника на втором участке больше чем на первом .

Задача 9

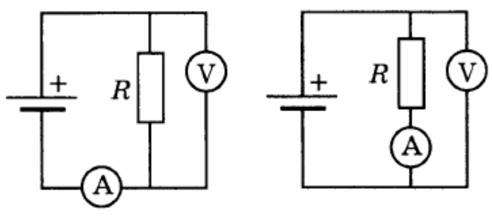


Схема 1
Схема 2

Одни и те же элементы соединены в электрическую цепь с начало по *Схеме 1*, а затем по *Схеме 2* (см. рисунок) сопротивление резистора равно *R,* сопротивление амперметра *R/100*, сопротивление вольтметра *9R.* В первой схеме показания амперметра равны I_1. Каковы его показания во второй схеме I_2.? Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением проводов пренебречь.

Решение :

Обозначим R_A - сопротивление амперметра; R_V - сопротивление вольтметра; ε -

ЭДС источника.
В *Схеме 1* сопротивление внешней цепи

$R_1 = R_A + \frac{R R_V}{R + R_V} = \frac{R}{100} + \frac{9R^2}{10R} = \frac{91R}{100}$, так как внутреннее сопротивление источника равно нулю, то сила тока в цепи

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_0} = \frac{100\,\varepsilon}{91R} .$$

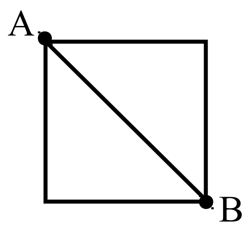
В Схеме 2 напряжение на участке , содержащем резистор и амперметр, равно ε. Показание амперметра

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R + R_A} = \frac{\varepsilon}{\frac{101R}{100}} = \frac{100\,\varepsilon}{101R} .$$

Отсюда:

$$\frac{I2}{I1} = \frac{100\,\varepsilon}{101R} : \frac{100\,\varepsilon}{91R} = \frac{91}{101} .$$

Задача 10



Фигура, изображенная на рисунке, сделана из проволоки постоянного сечения. Длина стороны квадрата равна 1 метр, сопротивление 1 метра проволоки равно *R*. Найти сопротивление между точками А и В.

Решение:

Так как сопротивление прямо пропорционально длине, то сопротивление диагонали квадрата равно $R_д = \sqrt{2}R$.

Участки находящиеся правее и левее диагонали представляют собой последовательное соединение двух метровых участков и обладают сопротивлением *2R*.

Общее сопротивление между точками А и В цепи равно сопротивлению трёх параллельно соединённых сопротивлений, следовательно

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{\sqrt{2}R} .$$

Выражая $R_{\text{АВ}}$, получим $R_{AB} = \frac{2R}{2 + \sqrt{2}}$.

Задача 11

Два резистора соединили параллельно и измерили результирующее сопротивление. Затем эти же резисторы соединили последовательно и снова измерили сопротивление. В первом случае измерительный прибор показал 1,2 Ом, во втором случае 3,4 МОм. Чему равны сопротивления резисторов?

Решение:

Задача может быть решена путем составления и решения системы уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{R_1 R_2}{R_1+R_2}=1{,}2\,Ом, \\ R_1+R_2=3{,}4*10^6\,Ом. \end{cases}$$

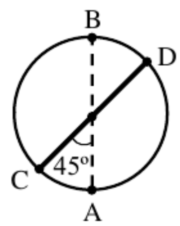
Более простым способом является использование физических соображений: по условию задачи, сопротивление последовательно соединённых резисторов значительно больше сопротивления тех же резисторов, соединённых параллельно. Такая ситуация возможна только в том случае если сопротивление одного из них (например R_1) много больше сопротивления другого (например R_2) - $R_1 >> R_2$.

Легко сообразить, что при последовательном соединении общее сопротивление схемы фактически равно сопротивлению большего резистора R_1. Отсюда R_1=3,4 МОм.

При параллельном соединении фактически весь ток протекает через резистор с малым сопротивлением, значит сопротивление меньшего резистора R_2=1,2 Ом.

Задача 12

Сопротивление между точками A и B, лежащими на диаметре окружности из однородной проволоки, равно R. Каким станет это сопротивление, если точки C и D, также лежащие на диаметре окружности, соединить перемычкой с бесконечно малым сопротивлением? Угол между отрезками AB и CD равен 45°.



Решение:

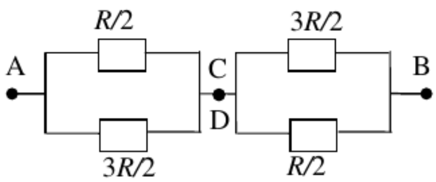


Рисунок 1

Исходное сопротивление R между точками A и B состоит из двух одинаковых параллельно соединённых сопротивлений полуокружностей. Так как при параллельном соединении двух одинаковых проводников сопротивление уменьшается в два раза, то сопротивление каждой дуги равно $2R$.

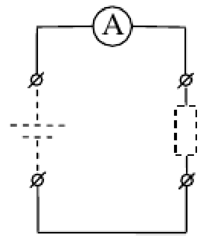
После установки перемычки с бесконечно малым сопротивлением потенциалы точек C и D выравниваются в электрической схеме эти точки могут быть объеденены в одну. Эквивалентная электрическая схема приобретает вид изображенный на рисунке 1. При построении схемы учитывалось, что точки C и D делят соответствующие дуги в соотношении 1:3. Общее сопротивление схемы равно

$$R=2*\frac{\frac{R}{2}\frac{3R}{2}}{\frac{R}{2}+\frac{3R}{2}}=\frac{3R}{4}.$$

Задача 13

В представленную на рисунке схему включали в различных комбинациях идеальные источники напряжения E_1 и E_2 и сопротивления R_1 и R_2 и измеряли ток в цепи. Результаты измерений тока в амперах занесли в таблицу. Найдите недостающее число в таблице.

	E_1	E_2
R_1	2	6
R_2	3	?



Решение:

Запишем закон Ома для случая подключения первого источника:

$$I_{11}=\frac{E_1}{R_1},\ I_{12}=\frac{E_1}{R_2}.$$

Сравнивая значения токов найдем отношение сопротивлений

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{I_{11}}{I_{12}}=\frac{2}{3}.$$

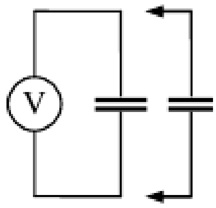
Записывая аналогичные соотношения для случая включения второго источника получим

$$I_{21}=\frac{E_2}{R_1},\ I_{22}=\frac{E_2}{R_2};$$

$$I_{22}=I_{21}\frac{R_1}{R_2}=6\frac{3}{2}=9.$$

Задача 14

Схема состоит из параллельно соединённых заряженного конденсатора и идеального вольтметра. Вольтметр показывает 9 В. Параллельно к этой схеме присоединили незаряженный конденсатор другой ёмкости, и вольтметр показал 6 В. Затем этот конденсатор отсоединили от схемы, полностью разрядили и опять присоединили параллельно к схеме. Какое напряжение при этом покажет вольтметр?



Решение:

Обозначим C_1 — ёмкость конденсатора находящегося в схеме, C_2 — ёмкость конденсатора, присоединяемого к схеме, U_0 — показание вольтметра до подключения второго конденсатора.

При подключении конденсатора с емкостью C_2 заряд первоначально находившийся на конденсаторе с емкостью C_1 перераспределяется между двумя конденсаторами. Исходя из закона сохранения заряда можно записать

$$U_0C_1=U_1C_1+U_1C_2,$$

что позволяет связать между собой емкости конденсаторов

$$C_1(U_0-U_1)=U_1 C_2;$$

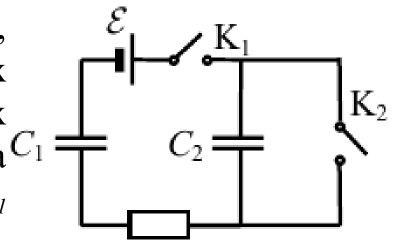
$$C_2=C_1\frac{U_0-U_1}{U_1}=\frac{C_1}{2}.$$

Применяя аналогичные рассуждения ко второму подключению конденсатора, получим

$$U_1 C_1=U_2 C_1+U_2 C_2;$$

$$U_2=\frac{U_1 C_1}{C_1+C_2}=\frac{U_1}{(1+0.5)}=4\,B.$$

Задача 15



Электрическая схема, показанная на рисунке, составлена из идеальной батареи с ЭДС ε, двух конденсаторов ёмкостью C_1 и C_2, резистора и двух ключей K_1 и K_2. В начальном состоянии оба ключа разомкнуты, конденсаторы не заряжены. Ключ K_1 замкнули и подождали достаточно длительное время, чтобы конденсаторы зарядились. Затем замкнули ключ K_2 и с этого момента начали измерять количество теплоты, выделяющееся на резисторе. Какое количество теплоты Q выделится на резисторе за длительное время после замыкания ключа K_2?

Решение:

При замыкании ключа K_1 начнется процесс зарядки конденсаторов. Так как в схеме два последовательно соединенных конденсатора, то общая емкость системы, накопленный заряд и энергия будут равны

$$C=\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2},$$

$$q_1=\varepsilon\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2},$$

$$W_1=\frac{\varepsilon^2}{2}\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}.$$

При замыкании ключа K_2 обкладки второго конденсатора будут иметь одинаковый потенциал и второй конденсатор будет разряжен. Конденсатор C_1 окажется под напряжением равным ЭДС источника ε. Емкость системы будет равна емкости первого конденсатора, заряд и энергия равны

$$q_1=\varepsilon C_1,$$

$$W_1=\frac{\varepsilon C_1^{\,2}}{2}.$$

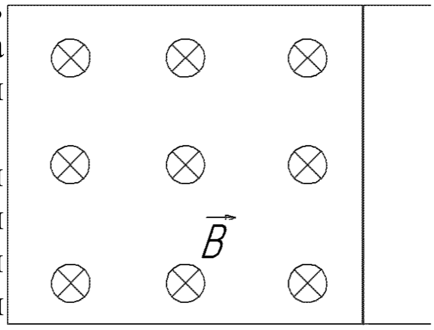
При замыкании второго ключа источнику тока придется дополнительно перемещать заряд вдоль цепи. Работа совершаемая источником в этом процессе будет расходоваться на изменение энергии системы и выделение теплоты на резисторе

$$A_И = W_2 - W_1 + Q\,,$$

$$\varepsilon(q_2 - q_1) = \frac{\varepsilon^2 C_1}{2} - \frac{\varepsilon^2}{2}\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + Q$$

$$Q = \varepsilon^2\left(C_1 - \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right) - \frac{\varepsilon^2}{2}\left(C_1 - \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right) = \frac{\varepsilon^2}{2}\frac{C_1^{\;2}}{C_1 + C_2}.$$

Задача 16



Металлический стержень, согнутый в виде буквы П, закреплён в горизонтальной плоскости. На параллельные стороны стержня опирается концами перпендикулярная перемычка массой 92 г и длиной 1 м. Сопротивление перемычки равно 0,1 Ом. Вся система находится в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией 0,15 Тл. С какой установившейся скоростью будет двигаться перемычка, если к ней приложить постоянную горизонтальную силу 1,13 Н? Коэффициент трения между стержнем и перемычкой равен 0,25. Сопротивлением стержня пренебречь. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на перемычку.

Решение:

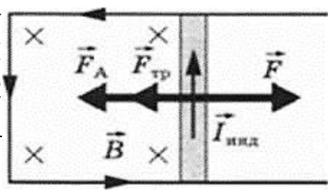


Рисунок 1

Расстановка сил действующих на перемычку приведена на рисунке 1. При движении перемычки в однородном магнитном поле на её концах возникает ЭДС электромагнитной индукции: $\varepsilon = BVl$, где B — индукция магнитного поля; V и l- соответственно, скорость и длина перемычки.

Движущаяся перемычка и левая часть проводника образуют замкнутую цепь. По закону Ома для полной цепи в замкнутом контуре возникает индукционный ток: $I_{инд} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BVl}{R}$, где R – сопротивление перемычки. Действующая на перемычку с индукционным током сила Ампера направлена, согласно правилу левой руки, противоположно направлению перемещения перемычки иравна: $F_A = I_{инд}Bl = \frac{B^2 V l^2}{R}$.

На перемычку действуют пять сил: сила тяжести *mg,* нормальная составляющая силы реакции опоры $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$, сила Ампера $\vec{F}_A$ и сила $\vec{F}$, приложенная к перемычке. Перемычка движется с постоянной скоростью, следовательно равнодействующая всех приложенных к ней сил равна нулю.

Второй закон Ньютона в проекциях на оси системы координат, показанной на рисунке, имеет вид:

$$ox: F - F_A - F_{тр} = 0;$$
$$oy: N - mg = 0.$$

Сила трения скольжения $F_{тр}$ = $F_{тр} = \mu N = \mu mg$.

В итоге для скорости получаем:

$$V = \frac{(F - \mu mg) R}{(Bl)^2} = \frac{(1.13 - 0.25 \cdot 0.092 \cdot 10) \cdot 0.1}{(0.15 \cdot 1)^2} = 4\, м/с \quad .$$

Задача 17

Плоская горизонтальная фигура площадью S = 0,1 м^2, ограниченная проводящим контуром сопротивлением 5 Ом, находится в однородном магнитном поле. Проекция вектора магнитной индукции на вертикальную ось *OZ* медленно и равномерно возрастает от начального значения B_{1Z}= 0,7 Тл до конечного значения B_{2Z} = 4,7 Тл. Какой заряд за это время протекает по контуру?

Решение:

Согласно закону электромагнитной индукции ЭДС равна: $|\varepsilon| = \left|\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}\right| = \frac{S \Delta B_Z}{\Delta t}$ - где S — площадь фигуры; $\Delta B_Z = B_{2Z} - B_{1Z}$ - изменение индукции магнитного поля за промежуток времени Δt.

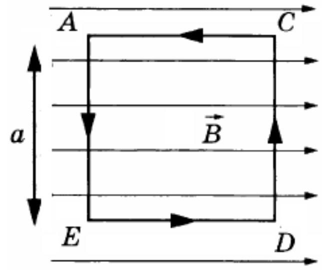
Наличие в контуре ЭДС приведет к возникновению тока с силой определяемой по закону Ома:

$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{S \Delta B_Z}{R \Delta t}$, где *R* — сопротивление контура. С другой стороны сила тока $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$. Сравнивая два этих выражения получим

$$\Delta q = \frac{S \Delta B_Z}{R} = \frac{0.1(4.7 - 0.7)}{5} = 0.08\, Кл \quad .$$

Задача 18

На непроводящей горизонтальной поверхности стола лежит жёсткая рамка массой *M=4m (m - масса одной стороны)* из однородной тонкой проволоки, согнутая в виде квадрата *ACDE* со стороной *a* (см. рисунок). Рамка находится в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции *B* которого перпендикулярен сторонам *AE* и *CD* и равен по модулю *B*. По рамке течёт ток *I* в направлении, указанном стрелками (см. рисунок). При какой минимальной величине *B* рамка начнёт поворачиваться вокруг стороны *CD*?



Решение:

Пусть по рамке течёт ток *I.* На стороны *AE* и *CD* будут действовать силы Ампера: $F_{A1} = F_{A2} = IaB$. Момент силы Ампера относительно оси, проходящей через сторону CD: $M_A=Ia^2B$.

Момент силы тяжести относительно оси CD складывается из трех моментов: $M_{1mg}=mga$ -момент действующий на сторону AE, $M_{2mg}=M_{3mg}=mga/2$ – моменты действующие на стороны ED и CA. Результирующий момент сил тяжести равен $M_{mg}=2mga$.

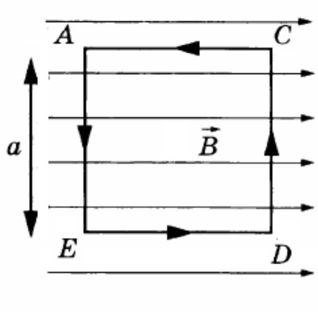
Вращение начнется при условии, что противоположно на правленые момент силы Ампера и момент силы тяжести будут равны, исходя отсюда получим:

$$Ia^2 B=2mga;$$

$$B=\frac{2mg}{Ia}.$$

Задача 19

На непроводящей горизонтальной поверхности стола лежит жёсткая рамка массой $M=4m$ *(m - масса одной стороны)* из однородной тонкой проволоки, согнутая в виде квадрата $ACDE$ со стороной a (см. рисунок). Рамка находится в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции B которого перпендикулярен сторонам AE и CD и равен по модулю B. По рамке течёт ток в направлении, указанном стрелками (см. рисунок). При какой минимальной силе тока рамка начнёт поворачиваться вокруг стороны CD?



Решение:

Пусть по рамке течёт ток I. На стороны AE и CD будут действовать силы Ампера: $F_{A1} = F_{A2} = IaB$. Момент силы Ампера относительно оси, проходящей через сторону CD: $M_A=Ia^2B$.

Момент силы тяжести относительно оси CD складывается из трех моментов: $M_{1mg}=mga$ -момент действующий на сторону AE, $M_{2mg}=M_{3mg}=mga/2$ – моменты действующие на стороны ED и CA. Результирующий момент сил тяжести равен $M_{mg}=2mga$.

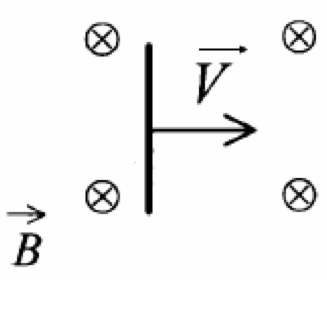
Вращение начнется при условии, что противоположно на правленые момент силы Ампера и момент силы тяжести будут равны, исходя отсюда получим:

$$Ia^2 B=2mga;$$

$$I=\frac{2mg}{Ba}.$$

Задача 20

Горизонтально расположенный проводник длиной 1 м движется равноускоренно в вертикальном однородном магнитном поле, индукция которого направлена



перпендикулярно проводнику и скорости его движения. При начальной скорости проводника, равной нулю, и ускорении 8 м/с^2 он переместился на 1 м. Какова индукция магнитного поля, в котором двигался проводник, если ЭДС индукции на концах проводника в конце движения равна 2 В?

Решение:

Согласно закону электромагнитный индукции ЭДС индукции в проводнике, движущемся в однородном магнитном поле равна

$$\varepsilon=\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} .$$

В данной формуле под величиной ΔΦ следует понимать захватываемый за время Δt при движении проводника магнитный поток, соответственно

$$\varepsilon=\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}=\frac{B\Delta S}{\Delta t}=\frac{B l V \Delta t}{\Delta t}=BlV ,$$

где V— скорость движения проводника.

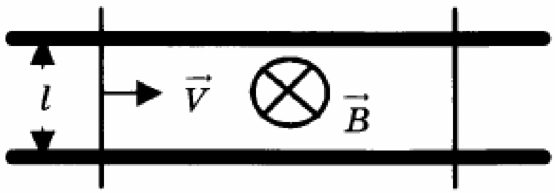
При движении из состояния покоя, конце пути скорость проводника составит

$$V=\sqrt{2ax} ,$$

где x- пройденное расстояние, a- ускорение с которым движется проводник. Используя данное выражение для скорости и выражая индукцию магнитного поля получим

$$B=\frac{\varepsilon}{l\sqrt{2ax}}=0.5\,Тл .$$

Задача 21



Два параллельных друг другу рельса, лежащих в горизонтальной плоскости, находятся в однородном магнитном поле, индукция *B* которого направлена вертикально вниз (см. рисунок, вид сверху). На рельсах находятся два одинаковых проводника. Левый проводник движется вправо со скоростью V_1, а правый - покоится. С какой скоростью V_2 надо перемещать правый проводник направо, чтобы в три раза уменьшить силу Ампера, действующую на левый проводник (сопротивлением рельсов пренебречь)?

Решение:

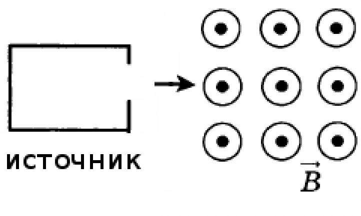
Когда правый проводник покоится, на левый действует сила Ампера $F = IBl$, где $I=\frac{\varepsilon}{R}$ - индукционный ток, R — сопротивление цепи, l — расстояние между рельсами. ЭДС индукции

$\varepsilon=\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}=\frac{B\Delta S}{\Delta t}=\frac{B l V \Delta t}{\Delta t}=BlV$, где V— относительная скорость движения проводников. Поскольку силу Ампера надо уменьшить втрое, ЭДС индукции в контуре надо в три раза уменьшить, соответственно в три раза должна уменьшиться скорость относительного движения. Отсюда

$$V = V_1 - V_2;$$
$$\frac{V_1}{3} = V_1 - V_2;$$.
$$V_2 = \frac{2V_1}{3}.$$

Задача 22

Ион ускоряется в электрическом поле с разностью потенциалов U = 10 кВ и влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору его индукции $\vec{B}$. Радиус траектории движения иона в магнитном поле R = 0,2 м, отношение массы иона к его электрическому заряду $\frac{m}{q}$ = $5*10^{-7}$кг/Кл. Определите значение модуля индукции магнитного поля. Кинетической энергией иона при его вылете из источника пренебречь.



Решение:

При ускорении электрическим полем ион приобретает кинетическую энергию $W_K = \frac{mV^2}{2} = qU$, где m, V и q — соответственно масса, скорость и заряд иона. Отсюда скорость иона $V = \sqrt{2qU/m}$.

Действующая со стороны магнитного поля Лоренца $F_л = qVB$ сообщает ему центростремительное (нормальное) ускорение $a = \frac{v^2}{R}$. По второму закону Ньютона:

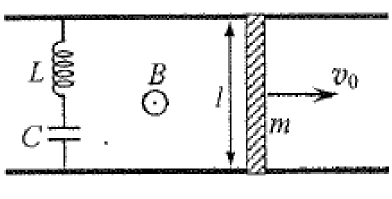
$$qVB = m\frac{V^2}{R}$$.

Подставляя значение скорости и выражая индукцию получим:

$$B = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2Um}{q}} = \frac{1}{0.2}\sqrt{2\cdot 10^4\cdot 5\cdot 10^{-7}} = 0.5\,Тл$$.

Задача 23

Первоначально покоящейся проводящей перемычке массы m и длины l ударом сообщили скорость V_0, и она начала без трения скользить по горизонтальным проводящим рельсам, концы которых соединены последовательно включенными катушкой индуктивностью L и первоначально разряженным конденсатором емкостью C. Система расположена в вертикальном магнитном поле с индукцией B. Пренебрегая сопротивлением перемычки и рельсов найдите максимальный ток в цепи I_{max}.



Решение:

При движении перемычка пересекает магнитный поток, что согласно закону электромагнитной индукции приводит к возникновению ЭДС

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -B l V \quad .$$

В образующейся замкнутой цепи сумма падений напряжений на катушке индуктивности и конденсаторе должна быть равна действующей ЭДС

$$-L\frac{\Delta I}{\Delta t} + \frac{q}{C} = -B l V \quad .$$

В момент когда ток достигает максимума первое слагаемое обращается в ноль, соответственно получаем

$$q = -C B l V \quad .$$

На перемычку с протекающим по ней током действует сила Ампера, соответственно уравнение ее движения можно записать в виде

$$m\frac{\Delta V}{\Delta t} = I B l \quad .$$

Поскольку произведение силы тока на время ее действия дает протекающий по цепи и скапливающийся на конденсаторе заряд уравнение можно переписать в виде

$$m(V - V_0) = q B l \quad .$$

Учитывая предыдущие соотношения найдем выражение для для скорости и заряда на конденсаторе в момент максимума тока

$$V = \frac{m V_0}{m + C B^2 l^2},\ q = \frac{-C B l m V_0}{m + C B^2 l^2} \quad .$$

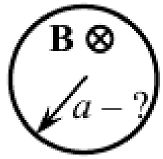
Подставляя полученные формулы в закон сохранения энергии

$$\frac{m {V_0}^2}{2} = \frac{m V^2}{2} + \frac{q^2}{2C} + \frac{L {I_{max}}^2}{2}$$, получим

$$I_{max} = V_0 B L \sqrt{\frac{mC}{L(m + C B^2 l^2)}} \quad .$$

Задача 24

Кусок тонкой проволоки сопротивлением R свернули в замкнутое кольцо и поместили в однородное магнитное поле B_0, направленное перпендикулярно плоскости кольца. Магнитное поле уменьшают до нуля за время τ по закону: $B(t) = B_0(1 - t^2/\tau^2)$. В момент времени $t = \tau/2$ кольцо разорвалось. Каков был радиус кольца r, если известно, что проволока выдерживает максимальное натяжение T_0? Влиянием магнитного поля индуцированного тока пренебречь.



Решение:

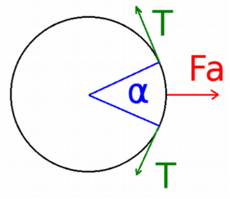
Согласно закону электромагнитной индукции в замкнутом контуре радиусом r изменение магнитного поля вызовет возникновение ЭДС изменяющейся по закону

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} = \frac{2\pi r^2 t B_0}{\tau^2} \quad .$$

В момент времени $t = \tau/2$ значение ЭДС составит $\varepsilon = \frac{\pi r^2 B_0}{\tau}$, значение индукции поля будет $B=\frac{3B_0}{4}$.

Наличие ЭДС приведет к созданию в цепи тока силой $I=\frac{\pi r^2 B_0}{\tau R}$.

Рассматривая некоторый участок кольца можно заметить, что действующая на него сила Ампера вызывает к кольце силу натяжения T равную



$$T=IBr$$.

В момент разрыва кольца значение силы составит

$$T_0=IBr=\frac{3\pi r^3 B_0^2}{4\tau R}$$.

Выразив радиус получим $r=\left(\frac{4\tau R T_0}{3\pi B_0^2}\right)^{1/3}$.

Задача 25

Виток провода изогнут в виде перекрученной восьмерки (см. рисунок) с радиусами верхней и нижней частей $r_1=20$*мм* и $r_2=60$*мм*. В течении $t=50$ мс однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости чертежа, возрастает от нуля до $B=50$ *Тл*. На какое напряжение должна быть рассчитана изоляция между проводами?

Решение:

Составим эквивалентную электрическую схему (см. рисунок 1). R_1 и R_2 - сопротивления верхней и нижней части восьмерки, ε_1 и ε_2 - ЭДС возникающие в них. Как видно из рисунка ЭДС действуют навстречу друг другу. В соответствии с законом Ома для полной цепи сила тока будет равна

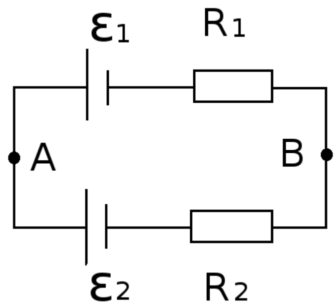


Рисунок 1

$$I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{R_1+R_2}$$.

Пробой произойдет на перемычке восьмерки между точками A и B. По закону Ома для неоднородного участка цепи напряжение на участке AB равно (в выражении учтено направление тока)

$$U_{AB}=\varepsilon_2-IR_2=\frac{\varepsilon_2 R_1+\varepsilon_1 R_2}{R_1+R_2}=\frac{\varepsilon_2+\varepsilon_1\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_2}{R_1}}$$.

По закону электромагнитной индукции $\varepsilon_1=\pi r_1^2\frac{B}{t}, \varepsilon_2=\pi r_2^2\frac{B}{t}$. Подставляя в предыдущее выражение и учитывая, что отношение сопротивлений равно отношению радиусов $\frac{R_2}{R_1}=\frac{r_2}{r_1}$, получим

$$U_{AB}=\pi\frac{B}{t}\frac{r_2^2+r_1^2\frac{r_2}{r_1}}{1+\frac{r_2}{r_1}}=\pi\frac{B}{t}\frac{r_2^2+r_1r_2}{1+\frac{r_2}{r_1}}=\pi\frac{B}{t}r_1r_2=3.8\,B.$$

СТО

Встречаемые в школьном курсе физики задачи на специальную теорию относительности сами по себе не являются сложными. При решении используется небольшое число формул — релятивистский закон сложение скоростей, формулы преобразования массы, промежутков времени и расстояний, связь между массой и энергией, ряд других общеизвестных соотношений. Следует обращать внимание на мельчайшие подробности в условиях таких задач, так как часто там встречается какой-нибудь подвох.

Пример решения задачи

Условие: С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его масса увеличилась на 200%?

Решение: При увеличении массы на 200% релятивистская масса будет в три раза больше массы покоя $m=3m_0$, отсюда

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

$$v=c\sqrt{1-\frac{m_0^2}{m^2}}=c\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}=0{,}94\,c.$$

Задачи рекомендуемые для разбора на семинаре

Задача 1

В кабине космолёта движущегося со скоростью $v = 0{,}8c$ относительно Земли растёт бамбук со скоростью $u_0=10$ *см/сут*. Какова скорость роста бамбука относительно Земли, если ствол бамбука удлиняется в направлении, перпендикулярном вектору скорости аппарата?

Решение:
Так как направление роста бамбука перпендикулярно направлению движения космолета, то линейный размер ствола будет одинаков в обоих системах отсчета $\Delta l_0 = \Delta l$. За промежуток времени Δt_0 в системе отсчёта корабля ствол бамбука удлинился на величину $\Delta l_0 = u_0 \Delta t_0$. В системе отсчета связанной с Землей тот же самый процесс займет промежуток времени равный

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} .$$

Скорость роста бамбука относительно земного наблюдателя

$$u = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta l_0}{\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} = u_0 \sqrt{1 - \frac{0{,}64 c^2}{c^2}} = u_0 \sqrt{1 - 0{,}64} = 6 \frac{см}{сут} .$$

Задача 2
Космический корабль, стартовав с Земли вышел в открытый космос, при этом темп хода часов космического корабля замедлился в 2 раза для земного наблюдателя. Чему будет равна площадь квадрата со стороной 1 м для этого же наблюдателя, если вектор скорости корабля параллелен одной из сторон квадрата.
Решение:
Данные об изменении скорости течения времени корабля позволяют вычислить его скорость относительно Земли.

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{t_0}{t}\right)^2} = c \sqrt{\frac{3}{4}}.$$

При движении корабля будет изменяться только сторона квадрата совпадающая с направлением движения корабля. Следовательно значение площади в системе связанной с Землей будет равно

$$S = l\, l_0 = l_0^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = S_0 \sqrt{1 - \frac{3}{4}^2} = \frac{S_0}{2} = 0{,}5\, м^2.$$

Задача 3
Во сколько раз увеличивается время жизни нестабильной частицы, если она движется со скоростью, составляющей 99% скорости света?
Решение:
Используя формулу преобразования отрезков времени

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0{,}99^2 c^2}{c^2}}} \approx 7{,}1.$$

Задача 4

Время жизни нестабильного мюона, входящего в состав космических лучей, измеренное земным наблюдателем, относительно которого мюон двигался со скоростью составляющей 95% скорости света в вакууме, оказалось равным 6,4 мкс. Определите время жизни мюона, покоящегося относительно наблюдателя?

Решение:

Используя формулу преобразования отрезков времени

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$t_0 = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 6{,}4 * 10^{-6}\sqrt{1 - 0{,}95^2} = 2\,мкс.$$

Задача 5

С какой скоростью должно двигаться тело, чтобы для неподвижного наблюдателя его масса покоя была равна 3 кг, а релятивистская 5 кг?

Решение:

Применяя формулу преобразования массы, получим

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$v = c\sqrt{1 - \frac{{m_0}^2}{m^2}} = c\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = 0{,}8\,c.$$

Задача 6

Во сколько раз увеличивается масса частицы, которая движется со скоростью 0,8 с?

Решение:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{0{,}36}} \approx 1{,}67.$$

Задача 7

При какой скорости электрона его релятивистская масса больше массы покоя в 2 раза?

Решение:

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

$$v=c\sqrt{1-\frac{m_0^2}{m^2}}=c\sqrt{1-(\frac{1}{2})^2}=0{,}866\,c.$$

Задача 8

Куб, ребро которого 1 м, движется по отношению к земному наблюдателю со скоростью 0,75с. Вектор скорости перпендикулярен двум противолежащим граням куба. Определите объём куба относительно земного наблюдателя.

Решение:

При движении куба один из его линейных размеров испытывает релятивистское сокращение (сторона ориентированная вдоль направления движения), а два размера остаются неизменными. Следовательно

$$V=L_x L_y L_z=L_0^3\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=V_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=1\sqrt{1-\frac{0{,}5625c^2}{c^2}}\approx 0{,}66\,м^3 \quad .$$

Задача 9

Звезда каждую секунду испускает излучение с суммарной энергией около 18* 10^{26} Дж. Определите на какую величину ежесекундно уменьшается масса звезды.

Решение:

Используя уравнение для связи массы и энергии получим

$$\Delta m=\frac{\Delta E}{c^2}=\frac{18*10^{26}}{9*10^{16}}=2*10^{10}\,кг.$$

Задача 10

При проведение опытов учёные обнаружили явление образования пар «электрон и позитрон». Чему равна минимальная суммарная энергия пар? Энергия покоя электрона равна 0,5 МэВ.

Решение:

Поскольку позитрон является античастице электрона, то он обладает массой равной массе электрона. Следовательно минимальная энергрия образования пары «электрон — позитрон» равна удвоенной энергии покоя отдельной частицы

$E=2\,mc^2=E_1+E_2=1\,МэВ$.

Оптика

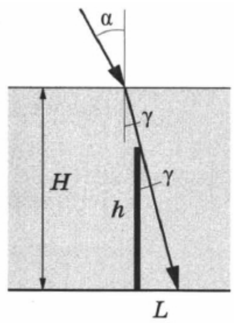
При решении задач из раздела геометрическая оптика в основном используются законы отражения, преломления и формула тонкой линзы. Основным ключом к успеху при решении таких задач является правильное построение хода луча в оптической системе.

При анализе задач физической оптики полезно помнить о волновых процессах ответственных за формирование интерференционных и дифракционных максимумов (минимумов).

Постоянно находящиеся в памяти схема установки для наблюдения фотоэффекта и схема уровней энергии электрона в атоме водорода могут значительно повысить эффективность решения задач квантовой физики.

Пример решения задачи

Условие: В горизонтальное дно водоёма глубиной 3 м вертикально вбита свая, полностью скрытая под водой. Высота сваи 1,5 м. Угол падения солнечных лучей на поверхность воды равен 30^0 определите длину тени сваи на дне водоёма. Показатель преломления воды $n=\frac{4}{3}$.



Решение: Длина тени L на дне водоема равна

$$L=h*tg\gamma\,,$$

где h - высота сваи, γ — угол между сваей и скользящим по её вершине лучом света. Этот угол является и углом преломления солнечных лучей на поверхности воды. Согласно закону преломления,

$$\frac{sin\alpha}{sin\gamma}=n\,,\ sin\gamma=\frac{sin\alpha}{n}\,,\ tg\gamma=\frac{sin\gamma}{\sqrt{1-\sin^2\gamma}}=\frac{\sin\alpha}{n\sqrt{1-(\frac{\sin\alpha}{n})^2}}=\frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2-(\sin\alpha)^2}}\quad .$$

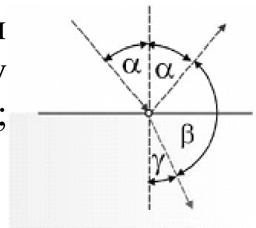
Следовательно высота сваи $L=\frac{h\sin\alpha}{\sqrt{n^2-(\sin\alpha)^2}}\approx 0{,}61\,м$.

Задачи рекомендуемые для разбора на семинаре

Задача 1

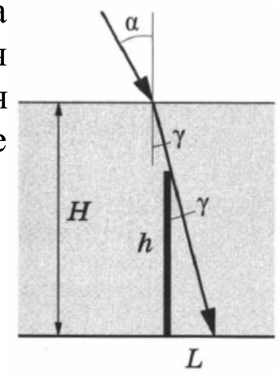
Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину. На границе раздела воздух – стекло луч испытывает преломление и частичное отражение. Угол между преломленным и отражённым лучами равен 105^0. Определите угол падения, если угол преломления составляет 25^0.

Решение:



Как видно из построений падающего, отражённого и преломлённого лучей, с учётом равенства угла падения углу отражения: $\alpha+\beta+\gamma=180^0$; $\alpha=180^0-\beta-\gamma$; $\alpha=180^0-105^0-25^0=50^0$.

Задача 2



В горизонтальное дно водоёма глубиной 3 м вертикально вбита свая, полностью скрытая под водой. При угле падения солнечных лучей на поверхность воды, равном 30^0 свая отбрасывает на дно водоёма тень длиной 0,8 м. Определите высоту сваи. Показатель преломления воды $n=\frac{4}{3}$.

Решение:

Длина тени L на дне водоема равна

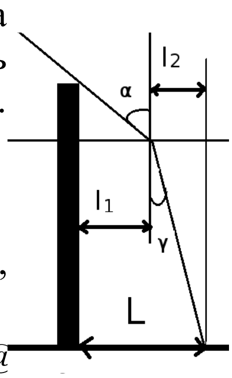
$$L=h*tg\gamma,$$

где h - высота сваи, γ — угол между сваей и скользящим по её вершине лучом света. Этот угол является и углом преломления солнечных лучей на поверхности воды. Согласно закону преломления,

$$\frac{sin\alpha}{sin\gamma}=n,\ sin\gamma=\frac{sin\alpha}{n},\ tg\gamma=\frac{sin\gamma}{\sqrt{1-\sin^2\gamma}}=\frac{\sin\alpha}{n\sqrt{1-(\frac{\sin\alpha}{n})^2}}=\frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2-(\sin\alpha)^2}}.$$

Следовательно высота сваи $h=\frac{L}{tg(\gamma)}=\frac{L\sqrt{n^2-(\sin\alpha)^2}}{\sin\alpha}\approx 2\,м$.

Задача 3



В горизонтальное дно водоёма глубиной 3 м вертикально вбита свая высотой 5 м. Угол падения солнечных лучей на поверхность воды равен 30^0 определите длину тени сваи на дне водоёма. Показатель преломления воды $n=\frac{4}{3}$.

Решение:

Длина тени L на дне водоема равна сумме длин отрезков l_1 и l_2, представляющих собой длину тени на поверхности воды надводной части сваи и длину тени на дне водоема от подводной части сваи. Из рисунка видно, что

$$L = h * tg\gamma = l_1 + l_2 = (H - h)\,tg(\alpha) + h\,tg(\gamma),$$

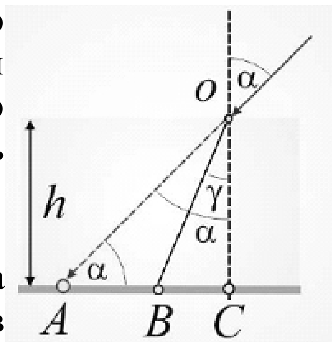
где H - высота сваи, h- глубина водоема, γ — угол между сваей и скользящим по её вершине лучом света. Этот угол является и углом преломления солнечных лучей на поверхности воды. Согласно закону преломления,

$$\frac{sin\alpha}{sin\gamma} = n,\ sin\gamma = \frac{sin\alpha}{n},\ tg\gamma = \frac{sin\gamma}{\sqrt{1-\sin^2\gamma}} = \frac{\sin\alpha}{n\sqrt{1-\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)^2}} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2-(\sin\alpha)^2}}.$$

Следовательно высота сваи $L = (H-h)\,tg(\alpha) + \frac{h\sin\alpha}{\sqrt{n^2-(\sin\alpha)^2}} \approx 2{,}4\,м$.

Задача 4

На дне ручья лежит камешек. Мальчик хочет попасть в него палкой. Прицеливаясь, он держит палку в воздухе под углом 45^0. На каком расстоянии от камешка воткнётся в дно ручья палка, если его глубина 32 см? Показатель преломления воды 4/3.



Решение:

Камень находится на дне ручья в точке *B*, однако из-за преломления мальчику кажется, что камень находится в точке *A*. Из чертежа видно, что разница расстояний равна

$$AB = h(tg(\alpha) - tg(\gamma)),$$

где γ- угол преломления. Из закона преломления

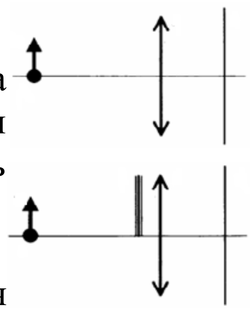
$$\frac{sin\alpha}{sin\gamma} = n,\ sin\gamma = \frac{sin\alpha}{n},\ tg\gamma = \frac{sin\gamma}{\sqrt{1-\sin^2\gamma}} = \frac{\sin\alpha}{n\sqrt{1-\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)^2}} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2-(\sin\alpha)^2}}.$$

Подставляя в предыдущее выражение и выполняя расчеты получим

$$AB = h\left(tg(\alpha) - \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2-(\sin\alpha)^2}}\right) = 12\,см.$$

Задача 5

Тонкая линза даёт чёткое действительное изображение предмета на экране (см. рисунок). Что произойдёт с изображением предмета на экране, если верхнюю половину линзы закрыть ширмой?



Решение:

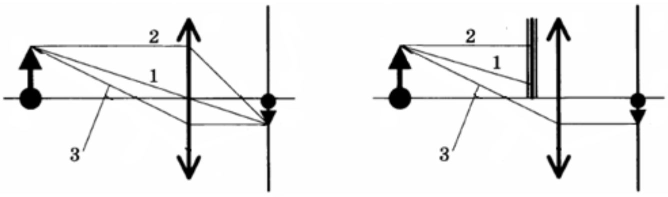


Рисунок 1

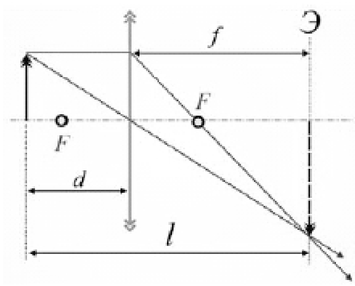
Для построения обезображения традиционно используют три луча: идущий параллельно главной оптической оси, идущий через центр, идущий через фокус. Так как по условию задачи получено четкое действительное изображение,то ***все*** лучи от ***любой*** точки предмета, после прохождения данной линзы пересекаются за линзой в одной точке.

До момента установки ширмы экрана достигали лучи идущие как от верхней так и от нижней частей линзы. После установки ширмы прохождение лучей в верхней части становится невозможным, но это никак не влияет на лучи в нижней части. Следовательно изображение получится на том же самом месте,но станет менее ярким, так как часть лучей больше не участвует в построении изображения.

Задача 6

Расстояние от предмета до экрана 90 см. На каком расстоянии от предмета следует расположить линзу, оптическая сила которой 5 дптр, чтобы на экране получилось чёткое изображение предмета?

Решение:



Составим чертеж к задаче.

Найдем фокусное расстояние линзы:

$$F=\frac{1}{D}=0{,}2\,м.$$

Из уравнения тонкой собирающей линзы:

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{l-d},$$

$$F=\frac{d(l-d)}{l},\ d^2-l\,d+F\,l=0,$$

$$d_{1,2}=\frac{l\pm\sqrt{l^2-4Fl}}{2},$$

$$d_1=0{,}45+0{,}15=0{,}6\,м,\ d_2=0{,}45-0{,}15=0{,}3\,м$$

Второе решение соответствуют случаю когда источник и изображение меняются местами.

Задача 7

Собирающая линза с фокусным расстоянием 10 см формирует мнимое изображение на расстоянии 15 см от линзы. На каком расстоянии от этого изображения находится предмет?

Решение:

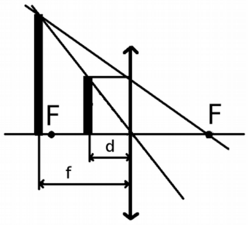


Рисунок 1

Построим чертеж (рисунок 1) и запишем формулу собирающей линзы для случая мнимого изображения:

$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}$, где F- фокусное расстояние линзы, d- расстояние от предмета до линзы, f- расстояние от линзы до изображения.

Решая уравнение относительно расстояния f получим

$$\frac{1}{F}=\frac{f-d}{d*f};\ df=Ff-Fd$$

Откуда

$$d=\frac{Ff}{f+F}=6\,см\,,\,x=f-d=9\,см\,.$$

Задача 8

Условимся считать изображение на плёнке фотоаппарата резким, если вместо идеального изображения в виде точки на плёнке получается изображение пятна диаметром не более некоторого предельного значения. Поэтому если объектив находится на фокусном расстоянии от плёнки, то резким считаются не только бесконечно удалённые предметы, но и все предметы, находящиеся дальше некоторого расстояния d. Оцените предельный размер пятна, если при фокусном расстоянии объектива *F = 50мм* и диаметре входного отверстия *D = 5мм* резкими оказались все предметы, находившиеся на расстояниях более *d = 5м* от объектива.

Решение:

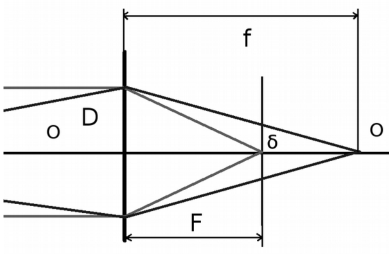


Рисунок 1

Составим чертеж иллюстрирующий образование пятна: лучи, идущие из бесконечности собираются на фокусном расстоянии F от линзы объектива, в то время как лучи идущие от объекта на некотором расстоянии d, собираются на расстоянии f, которое больше фокусного расстояния, и поэтому образуют на плёнке пятно диаметром δ. Из подобия треугольников получаем соотношение:

$$\frac{\delta}{D}=\frac{f-F}{f}.$$

Применяя формулу тонкой линзы $\frac{1}{f}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F}$ находим $\frac{f-F}{f}=\frac{F}{d}$. Объединяя получаем окончательно: $\delta=\frac{FD}{d}=0{,}05\,мм.$

Задача 9

Дифракционная решётка имеет 120 штрихов на 1 мм. Найдите длину волны монохроматического света, падающего на решётку, если первый максимум наблюдается по углом, синус которого 0,06.

Решение:

Период дифракционной решётки равен $d=\frac{l}{N}=\frac{10^{-3}}{120}=\approx 8{,}33*10^{-6}\,м$.

Выражая из формулы для главных дифракционных максимумов $d\sin\theta=m\lambda$ длину волны получим

$$\lambda=\frac{d\sin\theta}{m}=\frac{8{,}33*0{,}06}{1}\approx 500\,нм\,.$$

Задача 10

Какой наибольший порядок спектра можно наблюдать с помощью дифракционной решётки, имеющей 500 штрихов на 1 мм, при освещение её светом с длиной волны 720 нм?

Решение:

Найдем период дифракционной решётки

$$d=\frac{l}{N}=\frac{10^{-3}}{5*10^{2}}\approx 2*10^{-6}\,м.$$

Для определения максимального порядка спектра воспользуемся формулой для главных максимумов $d\sin\theta=m\lambda$. Подставив в нее максимально возможное значение синуса угла отклонения $\sin\theta_m=1.$ получим

$$m_{max}\approx\frac{d}{\lambda}\approx 2,77 \quad .$$

Таким образом максимально возможный порядок спектра равен 2.

Задача 11

Уровни энергии электрона в атоме водорода задаются формулой $E_n=\frac{-13,6}{n^2}\,эВ,$ где n=1, 2, 3, … При переходе атома из состояния E_2 в состояние E_1 атом испускает фотон. Попав на поверхность фотокатода, фотон выбивает фотоэлектрон. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэлектрона для материала поверхности фотокатода, $\lambda_{кр}=300\,нм.$ Чему равна максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона ?

Решение:

Энергия испускаемого при переходе фотона $h\nu=E_2-E_{1.}$

Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта энергия фотона будет потрачена на работу выхода и сообщение электроны кинетической энергии

$$h\nu=\frac{hc}{\lambda_{кр}}+E_{max}.$$

Объединяя уравнения найдем максимально возможную кинетическую энергию

$$E_{max}=\left[\left(E_2-E_1\right)-\frac{hc}{\lambda_{кр}}\right]\approx 9,7*10^{-19}\,Дж\approx 6,1\,эВ.$$

Задача 12

Красная граница фотоэффекта для вещества фотокатода $\lambda_0=450\,нм.$ При облучении катода светом с длиной волны λ фототок прекращается при напряжении между анодом и катодом $U=1,4\,В.$ Определите длину волны $\lambda.$

Решение:

Фототок прекращается при условии, что работа совершаемая электрическим полем в трубке будет равна кинетической энергии вылетающих электронов - $eU=E_{кин}$, где *e*– модуль заряда электрона.

Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu=A_{вых}+E_{кин} \quad .$$

Учитывая, что $\nu = \frac{c}{\lambda}, h\nu_0 = A_{вых},$ получим:

$$\lambda = \frac{hc}{eU + hc/\lambda_0} \approx 298 * 10^{-7}\,м.$$

Задача 13

Значения энергии электрона в атоме водорода задаются формулой $E_n = \frac{-13,6\,эВ}{n^2},$ где $n = 1, 2, 3, \ldots$ При переходе с верхнего уровня энергии на нижний атом излучает фотон. Переходы с верхних уровней на нижний атом излучает фотон. Переходы с верхних уровней на уровень с n = 1 образуют серию Лаймана; на уровень с n = 2 – серию Бальмера; на уровень с n = 3 – серию Пашена и т.д. Найдите отношение β минимальной частоты фотона в серии Бальмера к максимальной частоте фотона в серии Пашена.

Решение:

В серии Бальмера энергия фотона равна $E_n - E_2, где\, n = 3, 4, \ldots$ минимальная частота фотона соответствует минимально возможной энергии. Для серии Бальмера это переход с третьего уровня на второй.

Для серии Пашена энергия фотона равна $E_n - E_3, где\, n = 4, 5, \ldots$ Максимально возможная частота соответствует максимально возможной энергии. Для серии Пашена это переход из свободного состояния (порядковый номер уровня равен бесконечности) на третий уровень.

Так как частота фотона связана прямо пропорциональна его энергии, то вместо отношения частот фотонов можно находить отношение их энергий

$$\beta = \frac{E_3 - E_2}{E_x - E_3} = \frac{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}}{\frac{1}{3^2} - 0} = 1,25.$$

На кафедре «Физика» Омского государственного технического университета (ОмГТУ) сформирована единственная в регионе непрерывная траектория обучения «бакалавр–магистр–аспирант» для подготовки высококвалифицированных кадров по направлению «Наноинженерия».

В научно–образовательном ресурсном центре нанотехнологий ОмГТУ студенты проходят подготовку в области современного материаловедения на уникальном комплексе научного оборудования. Выпускники по направлению подготовки «Наноинженерия» обладают компетенциями по организации и управлению технологическим циклом производства опытных и серийных изделий на основе комплексного применения наноматериалов, процессов нанотехнологии и методов нанодиагностики.

В 2016 году на кафедре «Физика» ОмГТУ будет осуществляться набор академических бакалавров (25 бюджетных мест) и магистрантов (10 бюджетных мест) по направлениям 28.03.02, 28.04.02 «Наноинженерия».

Потенциальными работодателями наших выпускников выступают ПО «Полет», ОАО «Техуглерод», ФГУП «НПП «Прогресс», ОАО «Высокие технологии» и многие другие.

Заведующий кафедрой «Физика» БЛЕСМАН Александр Иосифович
тел. 8-913-617-49-37,
E-mail: blesm@mail.ru

http://www.omgtu.ru/general_information/faculties/radio_engineering_department/department_of_quot_physics_quot/

ФАКУЛЬТЕТ ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ – одна из самых крупных в Омске структура в системе довузовского образования.

На факультете созданы все условия для того, чтобы помочь обучающимся успешно сдать экзамены и стать конкурентоспособными абитуриентами:
√ **Преподаватели вуза**, имеющие многолетний опыт работы в подготовке будущих абитуриентов.
√ **Современные демонстрационные материалы**, используемые в учебном процессе.
√ **Компьютерная экспресс-диагностика**, помогающая определить уровень знаний обучающихся и сформировать индивидуальную траекторию подготовки к ОГЭ и ЕГЭ на факультете.
√ **Компьютерные классы**, оснащенные мультимедийным оборудованием, а также новейшими компьютерными программами для подготовке к ОГЭ и ЕГЭ.
√ **Эффективная система контроля знаний**, позволяющая осуществлять мониторинг за усвоением обучающимися программного материала.
√ **Психологические тренинги**, помогающие обучающимся правильно организовать подготовку к экзаменам и справиться со стрессом перед экзаменами.
√ **Профтестирование и консультация психолога**, помогающие обучающемуся сделать осознанный выбор будущей профессии.
√ **Профориентация** обучающихся, помогающая познакомиться с ОмГТУ.

НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ:
⇒ **Предпрофильная подготовка** для 7 и 8 классов по математике и физике.
⇒ **Профильные 9, 10, 11 классы** с углубленным изучением профильных предметов (математика, физика, информатика) на базе школ г. Омска (школы № 37, 77, 109 и лицей № 143).
⇒ **Подготовительные курсы** по предметам ЕГЭ, ОГЭ и вступительных испытаний ОмГТУ для обучающихся 9 -11 классов, работающей молодежи г. Омска и иногородних абитуриентов.
⇒ **Подготовительное отделение** осуществляет прием граждан, имеющих среднее общее образование, для подготовки к ЕГЭ и вступительным испытаниям ОмГТУ.

Декан ФДП КРОПОТИН Олег Витальевич
Тел.: 65-25-29. e-mail: fdp@omgtu.ru
http://omgtu.ru/general_information/faculties/faculty_of_pre_university_training/