

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
Высшего профессионального образования
«Омский государственный технический университет»

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА

Методические указания

Омск
Издательство ОмГТУ
2011

Составитель: Котюргина Александра Станиславовна, доцент, к.т.н.

Данные методические указания предназначены для повторения курса алгебры (5-10 классы) студентами ОмГТУ. Указания содержат в себе следующие темы:

1. Тождественные преобразования. Геометрическая прогрессия.
2. Рациональные уравнения и неравенства.
3. Уравнения и неравенства с модулем.
4. Иррациональные уравнения и неравенства.
5. Свойства логарифмов. Уравнения логарифмические и показательные.
6. Неравенства логарифмические и показательные.
7. Тригонометрические преобразования.
8. Тригонометрические уравнения.

Автор выражает благодарность заведующей лабораторией Лобовой Светлане Александровне за техническое оформление работы и оперативность.

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Омского государственного технического университета*

ГОУ ВПО «Омский государственный
Технический университет», 2011

ЗАНЯТИЕ № 1. Тождественные преобразования. Геометрическая прогрессия.

Упростить выражения.		Ответ.
1.	$\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$.	$\frac{ab}{a + b}$.
2.	$\frac{1}{(a - b) \cdot (a - c)} + \frac{1}{(b - c) \cdot (b - a)} + \frac{1}{(c - a) \cdot (c - b)}$.	0.
3.	$\left(a + \frac{ab}{a - b}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a + b} - a\right) : \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$.	$-\frac{a^4}{a^2 + b^2}$.
4.	$\left(m + n - \frac{4mn}{m + n}\right) : \left(\frac{m}{m + n} - \frac{n}{n - m} - \frac{2mn}{m^2 - n^2}\right)$.	$m - n$.
5.	$\left(\frac{a - 5}{a^2 - 5a + 25} - \frac{ab - 5b}{a^3 + 125}\right) : \frac{a - b + 5}{a^3b + 125b}$.	$b(a - 5)$.
6.	$\frac{a^2 - 4b^2}{a - 2b} - \frac{a^3 - 8b^3}{a^2 - 4b^2}$.	$\frac{2ab}{a + 2b}$.
7.	$\left(\frac{a\sqrt{2}}{(1 + a^2)^{-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{a^{-1}}\right) \cdot \frac{a^{-3}}{1 - a^{-2}}$.	$\sqrt{2}$.
8.	$\left(\frac{\sqrt{2}}{(1 - x^2)^{-1}} + \frac{2^{3/2}}{x^{-2}}\right) : \left(\frac{x^{-2}}{1 + x^{-2}}\right)^{-1}$.	$\sqrt{2}$.
9.	$\sqrt[3]{a^5} \cdot b^{0,5} \cdot \sqrt[4]{a^{-1}} : (a^2 \cdot \sqrt[5]{ab^3})^2$.	$a^{\frac{169}{60}} \cdot b^{\frac{31}{30}}$.
10.	$\left(\frac{1 + 8a\sqrt{a}}{1 + 2\sqrt{a}} - 2\sqrt{a}\right) \cdot \frac{(1 + 2\sqrt{a})^2}{1 - 4a}$.	$1 - 4a$.
11.	$\left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}}\right) : \frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}}{a - b}$.	$a \cdot \sqrt[4]{b} \cdot (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})$.
12.	Выделить полный квадрат. $x^2 - 4x + 15$; $x^2 + 7x + 18$; $5x^2 - 4x + 1$.	
13.	Вычислить. $(\sqrt{28} - \sqrt{12}) \cdot (\sqrt{10} + \sqrt{84})$;	8.
	Вычислить. $(\sqrt{4 - 4\sqrt{5} + 5} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}})$.	1.
Произвести деление многочленов.		
14.	$(-2x + x^2 - 1 + 2x^3) : (x + 1)$.	$2x^2 - x - 1$.
15.	$(1 - x^2 - 3x + 6x^3) : (2x - 1)$.	$3x^2 + x - 1$.

16.	$(4x^2 - x - x^3 + 2x^4 + 2) : (x^2 + 1).$	$2x^2 - x + 2.$
17.	В геометрической прогрессии с отрицательными членами третий член равен -4, а пятый -16. Найти сумму первых восьми членов.	-255.
18.	Сумма первого и шестого членов убывающей геометрической прогрессии равна 330, а их разность равна 310. Найти разность второго и четвёртого членов прогрессии.	120.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 1.

Упростить выражения.		Ответ.
1.	$\left(\frac{a+3b}{(a-b)^2} + \frac{a-3b}{a^2-b^2} \right) : \left(\frac{a^2+3b^2}{(a-b)^2} \right).$	$\frac{2}{a+b}.$
2.	$\left(\frac{1}{(m+n)^2} \cdot \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \right) + \frac{2}{(m+n)^3} \cdot \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right) \right) \cdot m^2 n^2.$	1.
3.	$\left(\frac{a+3b}{a-3b} + \frac{a-3b}{a+3b} - \frac{a^2+9b^2}{a^2-9b^2} \right) \cdot \frac{5a^2-45b^2}{a^2+9b^2}.$	5.
4.	$\left(\frac{8a-8b}{a^3+b^3} - \frac{a-b}{a^2-ab+b^2} \right) : \frac{8-a-b}{a^3+b^3}.$	$a-b.$
5.	$\left(\left(\frac{y}{y-x} \right)^{-2} - \frac{(x+y)^2-4xy}{x^2-xy} \right) \cdot \frac{x^4}{x^2y^2-y^4}.$	$\frac{x^3(x^2-xy-y^2)}{y^4(x+y)}$
6.	$\left(\frac{1}{a-\sqrt{2}} - \frac{a^2+4}{a^3-\sqrt{8}} \right) : \left(\frac{a}{\sqrt{2}} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{a} \right).$	$\frac{1}{a}.$
7.	$\frac{\left(\sqrt[5]{a^{4/3}} \right)^{3/2} \cdot \left(\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2b}} \right)^4}{\left(\sqrt[5]{a^4} \right)^3 \cdot \left(\sqrt[3]{a \cdot \sqrt{b}} \right)^6}.$	$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2b}}$
8.	$32 \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-7} + \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}+7} - \frac{196}{x-49} \right)^{-3}.$	4.
9.	$\frac{5xy-3x^2}{y-x} - \frac{x\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}.$	$4x.$
10.	$\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}} - \frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}} + 7 \cdot \sqrt[3]{ab}.$	$5 \cdot \sqrt[3]{ab}.$

11.	$\frac{\sqrt{a} - a^{-1/2}b}{1 + \sqrt{a^{-1}b}} + \frac{\sqrt[3]{a^2} - a^{-1/3}b}{\sqrt[6]{a} - a^{-1/3}\sqrt{b}} - 2\sqrt{a}.$	0.
12.	Выделить полный квадрат. $x^2 - 11x + 12$; $3x^2 + 7x + 15$; $4 + 2x - 3x^2$.	
13.	Вычислить. $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$; $\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$; $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} + \sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$.	2; 2; 1.
Произвести деление многочленов.		
14.	$(3x^4 + 2 + 5x^2 + 2x + 3x^3) : (3x^2 + 2).$	$x^2 + x + 1.$
15.	$(4x - x^3 - x^2 - 2) : (1 - x).$	$x^2 + 2x - 2.$
16.	$(2 - x^2 + 2x - x^3) : (2 - x^2).$	$x + 1.$
17.	$(2 + 3x^3 + x^3 + 3x) : (1 + x + x^2).$	$x + 2.$
18.	Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 56, а сумма квадратов её членов 448. Найти эту прогрессию.	$b_1 = 14, q = 3/4.$
19.	Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии равна 30, а сумма следующих четырёх членов 480. Найти сумму первых 12 членов.	8190.

ЗАНЯТИЕ № 2. Рациональные уравнения и неравенства.

Решить уравнения.		Ответ.
1.	$\frac{2x + 1}{5} = \frac{4 - x}{7}.$	3.
2.	$\frac{3x}{4} - \frac{x}{6} = \frac{7}{36}.$	1/3.
3.	$519,4 : (29,3 + x) = 14.$	7,8.
4.	$\frac{x - 1}{3} + 2 = \frac{x - 1}{6} + \frac{1}{2}.$	-8.
5.	$\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 9} - \frac{x + 1}{x + 3} = \frac{3x + 1}{3x - 9}.$	0,75.
6.	$\frac{(x + 7)^2}{2} - \frac{x^2 + 5x}{3} = 6 + \frac{(5x + 11)^2}{4}.$	-3; -47/73.
7.	$(2x - 1)^2(x + 5) = (x + 1)^2(4x + 5).$	0; 11.
8.	$(x + 1)(x - 2)^3 - (x^2 - 4x - 4)(x^2 - x) = 16.$	-2; 2.
9.	Дано соотношение $a^2 - 3ab - 4b^2 = 0$, выразить a через b.	$a = 4b; a = -b.$

Решить уравнения.		Ответ.
10.	$3 + \frac{27}{x} + x^2 + \frac{81}{x^3} = 0.$	-3.
11.	$4x^4 + 3x^3 + 32x + 24 = 0.$	-2; -0,75.
12.	$(x + 0,5)(x^2 - 9) = (2x + 1)(x + 1)^2.$	-3; -9; -0,5.
13.	$(x^2 - 0,01)(2x - 5) = (x - 2,5)(x + 0,1)^2.$	-0,1; 0,3; 2,5.
14.	$\frac{x^3 - 8}{2x - 4} = 12x - 18.$	20.
15.	$\frac{x^4 - 256}{16 - x^2} = 2(7x + 12).$	-10.
16.	$\frac{5x^2 - 7x + 2}{4x^2 + x - 5} = \frac{(4x - 5)^2}{16x^2 - 25}.$	-3.
17.	$\frac{3x^2 + 4x - 4}{2x^2 - x - 10} = \frac{(2x + 5)^2}{4x^2 - 25}.$	7.
18.	$\frac{7}{x^2 - 3x - 4} + \frac{3x - 6}{x^2 - x - 2} = \frac{1}{x + 1}.$	0,5.
19.	$\frac{1 - 9x}{x^2 + 2x - 3} + \frac{3x - 1}{x - 1} = \frac{2x}{x + 3}.$	-2.
20.	$x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0.$	1; 2; -4.
21.	$x^3 - 6x^2 + 5x + 12 = 0.$	-1; 3; 4.
22.	$(x + 1)^3 + (x + 2)^3 - 8x^3 - 27 = 0.$	1; 2; -3/2.
23.	$(2x + 1)^3 + (x + 1)^3 - 27x^3 - 8 = 0.$	1; 0,5; -2/3.
Решить неравенства.		
24.	$(x - 1)(x - 4) > 0.$	$(-\infty; 1) \cup (4; \infty).$
25.	$\frac{x - 2}{x + 3} < 0.$	$(-3; 2).$
26.	$x(x - 2)(x + 2) \geq 0.$	$[-2; 0] \cup [2; \infty).$
27.	$\frac{x(x - 2)}{x + 4} < 0.$	$(-\infty; -4) \cup (0; 2).$
28.	$\frac{(x + 1)(x + 3)(x - 4)}{(x + 5)(x - 2)(x - 6)} > 0.$	$(-\infty; -5) \cup (-3; -1) \cup (2; 4) \cup (6; \infty).$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 2.

Решить уравнения.		Ответ.
1.	$\frac{2x-1}{3x+5} = \frac{2}{5}$.	3,75.
2.	$\frac{9x}{14} + 4 = \frac{x}{21} - \frac{1}{6}$.	-7.
3.	$4,2:(4x-9) = 10:7\frac{1}{7}$.	3.
4.	$\frac{x-2}{6} + \frac{x-1}{15} = 3 - \frac{3-x}{12}$.	21.
5.	$\frac{9x-5}{3x+1} + \frac{108x-9-36x^2}{4(9x^2-1)} = \frac{12x+1}{6x-2}$.	0,5.
6.	$\frac{(x-3)(x-7)}{2} - 6x = +\frac{2x+8}{5} - \frac{(5x-3)^2}{2}$.	1; 67/65
7.	$(x-5)^3(x-1) - (x-8)^2(x^2-2) = 49$.	1; 51/7.
8.	$(x^2+2x-1)(x^2-x-3) - (x^2+10x+1)(x^2-9x-2) = 66$.	-1; 61/85
9.	а) Дано соотношение $21a^2 - 4ab - b^2 = 0$, выразить а через b.	$a = -b/7$; $a = b/3$.
	б) Дано соотношение $\left(\frac{a+2b}{a-b}\right)^2 - 2\left(\frac{a+2b}{a-b}\right) = 3$, выразить а через b.	$a = 5b/2$; $a = -b/2$.
Решить уравнения.		
10.	$\frac{8}{x^4} - \frac{5}{x^3} - \frac{8}{x} + 5 = 0$.	1; 1,6.
11.	$10x^3 - 15x^2 + 12x - 18 = 0$.	1,5.
12.	$(4x^2-9)(x-0,3) = (10x-3)(x-1,5)^2$.	0,3; 1,5; 3,5.
13.	$5(x+0,4)(x^2-4) = (x+2)^2(10x+4)$.	-6; -2; -0,4.
14.	$\frac{8x^3+27}{4x+6} = 5x+21$.	5,5.
15.	$\frac{16x^4-81}{36-16x^2} = 5x-12$.	-2,2.
16.	$\frac{2x^2+10x+8}{4x^2+22x+24} = \frac{(4x-6)^2}{16x^2-36}$.	4.
17.	$\frac{9x^2-42x-15}{4x^2-21x+5} = \frac{(4x+1)^2}{16x^2-1}$.	-0,4.

18.	$\frac{19-2x}{x^2+5x+4} - \frac{2x+9}{x^2+3x+2} = \frac{4x}{x^2+6x+8}$.	1/4.
19.	$\frac{2x}{x^2+x-2} + \frac{2}{3(x^2-4x+3)} = \frac{5}{3(x^2-x-6)}$.	1/2.
20.	$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$.	-1; 2; 3.
21.	$x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$.	-1; $1 \pm \sqrt{2}$.
22.	$(5x+1)^3 - (x+6)^3 - 64x^3 + 125 = 0$.	-6/5; -1; 5/4.
23.	$(1-x)^3 - (3x+2)^3 + 64x^3 + 1 = 0$.	2; -1/4; -1/3.
Решить неравенства.		
24.	$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 8} \leq 0$.	$(-4; 2) \cup (2; 3]$.
25.	$\frac{x^2 + 8}{x^2 - 4} < -3$.	$(-2; -1) \cup (1; 2)$.
26.	$\frac{x - 8}{x^2 - 5x + 4} > \frac{2}{x + 1}$.	$(-\infty; -1) \cup (1; 4)$.
27.	$\frac{x - 6x}{2x^2 - 3x - 2} < 2$.	$(-\infty; -\sqrt{5}/2) \cup (-1/2; \sqrt{5}/2) \cup (2; \infty)$.
28.	$x^3 - 3x^2 + x + 1 \geq 0$.	$[1 - \sqrt{2}; 1] \cup [1 + \sqrt{2}; \infty)$.

ЗАНЯТИЕ № 3. Уравнения и неравенства с модулем.

Решить уравнения.		Ответ.
1.	$ 5 - 4x = 1$.	1; 1,5.
2.	$ 2 - 5x = 16$.	-2,8; 3,6.
3.	$ 5x - 3 = 4$.	-0,2; 1,4.
4.	$ 4x - 1 = 7$.	-1,5; 2.
5.	$x^2 - 3x + 2 x + 2 = 0$.	1.
6.	$x^2 + 2 - x - 3 - 5x = 0$.	5.
7.	$ 2x - 1 + 6x = 2x - 4 + 15$.	2.
8.	$ x - 2 + 3x = x - 5 + 18$.	5.
9.	$ x + 2 - x - 3 + x - 1 = 4$.	-8; 2.
10.	$ x - 2 + x + 4 - x - 3 = 5$	-10; 2.

Решить систему уравнений.		
11.	$\begin{cases} y - 10 - x + 6 = 10 \\ \frac{y - 30}{x - 4} = 2 \end{cases}$	$(-16; -10)$.
Решить неравенства.		Ответ.
12.	$ 0,5 - x < 3$.	$(-2,5; 3,5)$.
13.	$ x - 3 < 1$.	$(2; 4)$.
14.	$ 2x - 5 < 3$.	$(1; 4)$.
15.	$\left \frac{x + 2}{2x - 3} \right < 3$.	$(-\infty; 1) \cup (2,2; \infty)$.
16.	$\left \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2} \right > 1$.	$(-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (-1; 0)$.
17.	а) $ x^2 - 4x < 5$.	$(-1; 5)$.
	б) $ x^2 + x - 5 < 0$.	$\left(-\frac{1 + \sqrt{21}}{2}; \frac{\sqrt{21} - 1}{2} \right)$.
18.	$ x^2 - 2x - 3 < 3x - 3$.	$(2; 5)$.
19.	$x^2 - 7x + 12 < x - 4 $.	$(2; 4)$.
20.	$ x - 6 > x^2 - 5x + 9$.	$(1; 3)$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 3.

Решить уравнения.		Ответ.
1.	$ 3x - 3 = 6$.	$-1; 3$.
2.	$ 5x + 4 = 10$.	$-2,8; 1,2$.
3.	$ 10x - 2 = 4$.	$-0,2; 0,6$.
4.	$ 7 - 5x = 13$.	$-1,2; 4$.
5.	$x^2 + x - x + 3 - 11 = 0$.	-4 .
6.	$x^2 - 3x - x - 2 + 1 = 0$.	3 .
7.	$ x + 1 - 8x = x - 5 + 4$.	$-1,25$.
8.	$ x + 3 - 7x = x + 6 + 11$.	-2 .
9.	$ x - 1 + x + 2 - x + 1 = 2$.	$-2; 0; 2$.
10.	$ x - 2 - x - 3 + x + 3 = 1$.	$-5; -1$.

11.	Решить систему уравнений. $\begin{cases} 2x+1 + y-2 = 4 \\ \frac{y+0,4}{x+1,3} = 3 \end{cases}$	$(0,3; 4,4)$.
Решить неравенства.		
12.	$ 5-0,5x < 1$.	$(8; 12)$.
13.	$ 2-4x < 7$.	$(-1,25; 2,25)$.
14.	$ 1-5x < 1$.	$(0; 0,4)$.
15.	$\left \frac{2x-3}{x^2-1} \right \geq 2$.	$\left[\frac{-1-\sqrt{11}}{2}; -1 \right) \cup (-1; 1) \cup \left(1; \frac{-1+\sqrt{11}}{2} \right]$.
16.	$\left \frac{x^2-3x-1}{x^2+x+1} \right \leq 3$.	$(-\infty; -2] \cup [-1; \infty)$.
17.	$\left \frac{x^2-2x+1}{x^2-4x+4} \right + \left \frac{x-1}{x-2} \right - 12 < 0$.	$(-\infty; 1,75) \cup (2,5; \infty)$.
18.	а) $ x^2-5x < 6$.	$(-1; 2) \cup (3,6)$.
	б) $ x^2-2x < x$.	$(1; 3)$.
19.	$ x^2-3x + x - 2 < 0$.	$(1-\sqrt{3}; 2-\sqrt{2})$.
20.	$x^2 - 5x-3 - x < 2$.	$(-5; 3+2\sqrt{2})$.

ЗАНЯТИЕ № 4. Иррациональные уравнения и неравенства.

	Решить уравнения.	Ответ.
1.	$(x^2-1)\sqrt{2x-1} = 0$.	0,5; 1.
2.	$(9-x^2)\sqrt{2-x} = 0$.	-3; 2.
3.	$\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+3} = 0$.	6.
4.	$\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} - 6 = 0$.	-8; 27.
5.	$\frac{8}{\sqrt{10-2x}} - \sqrt{10-2x} = 2$.	3.
6.	$\frac{x\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}-1} - \frac{\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[3]{x}+1} = 4$.	-1; 8.
7.	$x \cdot \sqrt{x^2+15} - \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^2+15} = 2$.	1.

8.	$\sqrt{\frac{2x+1}{x-1}} - 2\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = 1.$	5/2.
9.	$\sqrt{12-x} = x.$	3.
10.	$x - \sqrt{x+1} = 5.$	8.
11.	$1 - \sqrt{1+5x} = x.$	0.
12.	$4\sqrt{x+6} = x+1.$	19.
13.	$\sqrt{37-x^2} + 5 = x.$	6.
14.	$\sqrt{1+4x-x^2} = x-1.$	3.
15.	$\sqrt{2x-3} + \sqrt{4x+1} = 4.$	2.
16.	$\sqrt{2x+6} - \sqrt{x+1} = 2.$	-1; 15.
17.	$\sqrt[3]{x+7} + \sqrt[3]{28-x} = 5.$	1; 20.
18.	$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2x-3} = \sqrt[3]{12(x-1)}.$	1; 3.
Решить неравенства.		
19.	$(x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0.$	$[2; +\infty).$
20.	$\sqrt{\frac{x-2}{1-2x}} > -1.$	$(1/2; 2].$
21.	$\frac{\sqrt{x}-3}{x-2} > 0.$	$[0; 2) \cup (9; \infty).$
22.	$\sqrt{x^2+2x-3} < 1.$	$(-1-\sqrt{5}; -3] \cup [1; \sqrt{5}-1).$
23.	$\frac{3}{\sqrt{2-x}} - \sqrt{2-x} < 2.$	$(-\infty; 1).$
24.	$\frac{x^2-13x+40}{\sqrt{19x-x^2-78}} \leq 0.$	$(6; 8].$
25.	$2\sqrt{x-1} < x.$	$[1; 2) \cup (2; \infty).$
26.	$x > \sqrt{24-5x}.$	$(3; 24/5].$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 4.

Решить уравнения.		Ответ.
1.	$(x^2-4)\sqrt{x+1} = 0.$	-1; 2.
2.	$(16-x^2)\sqrt{3-x} = 0.$	-4; 3.
3.	$\sqrt[3]{x} + 2 \cdot \sqrt[3]{x^2} = 3.$	27/8; 1.
4.	$\frac{4}{\sqrt[3]{x+2}} + \frac{\sqrt[3]{x+3}}{5} = 2.$	8; 27.

5.	$\sqrt{2-x} + \frac{4}{\sqrt{2-x}+3} = 2.$	1.
6.	$\frac{x-4}{\sqrt{x}+2} = x-8.$	9.
7.	$\sqrt{\frac{3-x}{2+x}} + 3\sqrt{\frac{2+x}{3-x}} = 4.$	$-3/2; 1/2.$
8.	$\sqrt{7-x} = x-1.$	3.
9.	$21 + \sqrt{2x-7} = x.$	28.
10.	$2\sqrt{x+5} = x+2.$	4.
11.	$\sqrt{4+2x-x^2} = x-2.$	3.
12.	$\sqrt{6-4x-x^2} = x+4.$	-1.
13.	$\sqrt{5-x^2} = x-1.$	2.
14.	$\sqrt[3]{16-x^3} = 4-x.$	2.
15.	$\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+4} = 1.$	5.
16.	$\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1.$	4.
17.	$\sqrt[3]{x^2-1} + \sqrt[3]{x^2+18} = 5.$	-3; 3.
18.	$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-16} = \sqrt[3]{x-8}.$	$8 - \frac{12\sqrt{21}}{7}; 8 + \frac{12\sqrt{21}}{7}.$
Решить неравенства.		
19.	$(x^2-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0.$	$(-\infty; -1] \cup [2; \infty).$
20.	$\sqrt{\frac{3x-1}{2-x}} > 1.$	$(3/4; 2).$
21.	$\sqrt{3x-10} > \sqrt{6-x}.$	$(4; 6].$
22.	$\sqrt{1 - \frac{x+2}{x^2}} < \frac{2}{3}.$	$(-6/5; -1].$
23.	$\frac{\sqrt{2x^2+15x-17}}{10-x} \geq 0.$	$(-\infty; -17/2] \cup [1; 10).$
24.	$\sqrt{x^2} < x+1.$	$(-1/2; \infty).$
25.	$\sqrt{x+18} < 2-x.$	$[-18; -2).$
26.	$\sqrt{9x-20} < x.$	$[20/9; 4) \cup (5; \infty).$
27.	$\sqrt{2x-1} < x-2.$	$(5; \infty).$

ЗАНЯТИЕ № 5. Свойства логарифмов. Уравнения логарифмические и показательные.

Вычислить.		Ответ.	Вычислить.		Ответ.
1.	$\log_2 4^3$.	6.	2.	$\log_3 9^2$.	4
3.	$\log_5 25^{-1}$.	-2.	4.	$\log_{1/2} 2$.	-1
5.	$\log_{1/2} 8^3$.	-9.	6.	$\log_{1/2} 4^2$.	-4
7.	$\log_{\sqrt{2}} 2$.	2.	8.	$\log_2 \sqrt{2}$.	1/2
9.	$\log_3 \sqrt{3^3}$.	3/2.	10.	$4^{\log_2 3}$.	9
11.	$9^{\log_3 5}$.	25.	12.	$49^{\log_7 3}$.	9
13.	$2^{\log_{\sqrt{2}} 3}$.	9.	14.	$3^{\log_{\sqrt{5}} 7}$.	49
15.	$(\sqrt{3})^{\log_3 5}$.	$\sqrt{5}$.	16.	$\log_2 \sqrt[3]{16}$.	4/3
17.	$\log_3 27\sqrt{3}$.	7/2.	18.	$\log_5 \sqrt{5 \cdot \sqrt{5}}$.	3/4
19.	$\log_6 2 + \log_6 3$.	1.	20.	$\log_8 (8/7) + \log_8 (7/8)$.	0.
21.	$\log_2 6 - \log_2 3$.	1.	22.	$\log_5 75 - \log_5 3$.	2.
23.	$2\log_6 2 + \log_6 9$.	2.	24.	$\log_5 100 - 2\log_5 2$.	2.
Решить уравнения.					
25.	$\log_{2x+3} \frac{1}{4} + 2 = 0$.	-1/2	26.	$\log_3 \frac{x-2}{x+3} = 1$.	-5,5.
27.	$\log_2 (\log_5 x) = 1$.	25.	28.	$\log_2 \log_{1/2} \log_9 x = 0$.	3.
29.	$\log_5 x - \log_x 5 = 3/2$.	$1/\sqrt{5}$.	30.	$5\log_4 x + 3\log_x 4 = 8$. Целые корни.	4.
31.	$\log_3 x + \log_x 9 = 3$.				3; 9.
32.	$\log_3 x - \log_3 (x+8) = -\log_3 (x+3)$.				2.
33.	$\log_2 (x+1) + \log_2 (x+2) = 1$.				0.
34.	$\lg (x-1) + \lg (x+1) = 3\lg 2 + \lg (x-2)$.				5; 3.
35.	$7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$.				-1.
36.	$9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{7}{2}} - 3^{2x-1}$.				3/2.
37.	$8^{\frac{2x-2}{x}} = \sqrt{4^{x-1}}$. Большой корень.				6.
38.	$32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0,25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$.				10.
39.	$2^{x(x+2)-0,5} = 4\sqrt{2} \cdot 4^x$.				$-\sqrt{3}; \sqrt{3}$.
40.	$1000 \cdot (0,1)^2 = 100^x$.				1/2.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 5.

Вычислить.		Ответ.	Вычислить.		Ответ.
1.	$\log_7 49^4$.	8.	2.	$\log_4 64^{-2}$.	-6.
3.	$\log_6 36^{-4}$.	-8.	4.	$\log_3 (1/3)$.	-1.
5.	$\log_3 (1/9)^3$.	-6.	6.	$\log_4 (1/16)^5$.	-10.
7.	$\log_{\sqrt{3}} \sqrt{27}$.	3.	8.	$\log_{\sqrt{5}} 5^3$.	6.
9.	$\log_5 \sqrt{5^5}$.	5/2.	10.	$25^{\log_5 9}$.	81.
11.	$8^{\log_2 7}$.	7^3 .	12.	$36^{\log_6 2}$.	4.
13.	$5^{\log_{\sqrt[3]{5}} 2}$.	8.	14.	$6^{\log_{\sqrt[3]{6}} 3}$.	27.
15.	$15(\sqrt[3]{5})^{\log_5 2}$.	$2^{1/3}$.	16.	$\log_{\sqrt[3]{1/3}} 9$.	-6.
17.	$\log_{1/\sqrt{2}} \sqrt[3]{128\sqrt{2}}$.	-5.	18.	$\log_{15} 5 + \log_{15} 3$.	1.
19.	$\log_4 (2/3) + \log_4 6$.	1.	20.	$\log_3 36 - \log_3 4$.	2.
21.	$\log_4 48 - \log_4 3$.	2.	22.	$4\log_{12} 2 + 2\log_{12} 3$.	2.
23.	$\log_{11} 484 - 2\log_{11} 2$.				2.
Решить уравнения.					
24.	$\log_{1/3} (x+2) = \log_2 (1/16)$.	79	25.	$2\log_2 x^3 - 1 = 0,5 \cdot \log_2 x$.	$2^{2/11}$
26.	$\log_5 (\log_{2x}) = 1$.	32	27.	$\log_{2x+2} (2x^2 - 8x + 6) = 2$.	$\sqrt{27} - 4$.
28.	$\log_4 \log_3 \log_2 (x^2 - 1) = 0$.	-3;3	29.	$3\log_8 (x+1) = 8 + 3\log_{x+1} 8$. Больший корень.	511.
30.	$\log_x 2 - \log_4 2 + (7/6) = 0$.				8; $2^{-2/3}$.
31.	$\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_4 2$.				1/4; 2.
32.	$3 + 2\log_2 (x-7) = \log_2 (2x+1)$.				8,5.
33.	$\lg(x-4) + \lg(x-6) = \log 8$.				8.
34.	$2\lg(x+0,5) - \lg(x-1) = \lg(x+2,5) - \lg 2$.				3/2.
35.	$5^{2x} - 7^x - 7 \cdot 5^{2x+1} + 5 \cdot 7^{x+1} = 0$.				0.
36.	$4^x - 3^{x-0,5} = 3^{x+0,5} - 2^{2x-1}$.				3/2.
37.	$(5/6)^{1-2x} = (6/5)^{2+x}$.				3.
38.	$5^{x+1} = (1/5)^{x-2}$.				0,5.
39.	$25^{3-2x} = \frac{1}{125} (25\sqrt{5})^{-x}$.				6.
40.	$0,125 \cdot 4^{2x-3} = (0,25/\sqrt{2})^{-x}$.				6.
41.	$12^{x-2} = 3^{3x} \cdot 2^{6x}$.				-1.

ЗАНЯТИЕ № 6. Неравенства логарифмические и показательные.

Решить неравенства.		Ответ.
1.	$\log_2(x^2 + 3x) \leq 2.$	$[-4; -3) \cup (0; 1].$
2.	$\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(-x^2 + 6x + 3) \geq -2.$	$(3 - 2\sqrt{3}; 3 - \sqrt{7}] \cup [3 + \sqrt{7}; 3 + 2\sqrt{3}).$
3.	$\log_2 \frac{x+1}{x} > 1.$	$(0, 1).$
4.	$\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2-3x}{x}\right) \geq -1.$ Середина промежутка.	0,5.
5.	$\log_3(x^2 - x) \geq \log_3(3x + 2).$	$\left(-\frac{2}{3}; 2 - \sqrt{6}\right] \cup [2 + \sqrt{6}; \infty).$
6.	$\lg(x^2 + 2) - \lg(3x - 7) > 0.$	$(7/3; \infty).$
7.	$\log_4(x^2 - 2x) \geq \log_4(4x + 7).$	$(-1,75; -1] \cup [7; \infty).$
8.	$\lg(x - 2) + \lg(x - 5) < \lg 4.$	$(5; 6).$
9.	$\log_4(x - 7) \leq \log_4(20 - x) - 1.$ Наибольшее целое.	9.
10.	$\log_5(x + 2) + \log_5(1 - x) \leq \log_5[(1 - x)(x^2 - 8x - 8)].$	$(-2; 1].$
11.	$2\ln \frac{1}{3x-2} + \ln(5 - 2x) \geq 0.$	$\left(\frac{2}{3}; \frac{5 + \sqrt{34}}{9}\right].$
12.	$8^{5-\frac{x}{3}} > 4.$	$(-\infty; 13).$
13.	$\frac{(\sqrt{5})^{x-10}}{4^{x-10}} > \frac{5\sqrt{5}}{64}.$ Наибольшее целое.	12.
14.	$(1/3)^{x^2+2x} > (1/9)^{16-x}.$	$(-8, 4).$
15.	$\sqrt{0,8^{x(x-3)}} > 0,64.$ Наименьшее положительное целое.	1.
16.	$(0,2)^{\frac{x+2}{x-1}} > 25.$	$(0, 1).$
17.	$(x + 2)\log_{1,5}(4 - x) \geq 0.$	$[-2; 3].$
18.	$\frac{\log_{0,1}(x + 2)}{\sqrt{5 - 4x - x^2}} \leq 0.$	$[-1; 1).$
19.	$\frac{\log_{0,3}(x - 1)}{\sqrt{8 - 2x - x^2}} \leq 0.$	$[2; 4).$
20.	$(0,5)^{\log_3(1-x)} \geq 0,25.$ Сумма целых.	-36.

21.	$(0,5)^{\log_3 \log_{1/5} \left(x^2 - \frac{4}{5}\right)} > 1.$	$\left(-\frac{3}{\sqrt{5}}; -1\right) \cup \left(1; \frac{3}{\sqrt{5}}\right).$
22.	$\frac{x - 2\sqrt{x} - 8}{2^x - 4} \geq 0.$	$[0; 2) \cup (16; \infty).$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 6.

Решить неравенства.		Ответ.
1.	$\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1.$	$(-1, 1) \cup (3, 5).$
2.	$\lg(x^2 - 2x - 2) \leq 0.$	$[-1; 1 - \sqrt{3};) \cup (1 + \sqrt{3}; 3].$
3.	$\lg \frac{x+1}{x} > 0.$ Наименьшее целое.	1.
4.	$\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) > -1.$	$(1; 2) \cup (3, 4).$
5.	$\log_3(1 - 2x) \geq \log_3(5x - 2).$	$\left[\frac{2}{5}; \frac{3}{7}\right].$
6.	$\log_3(x + 2) + \log_3(x - 4) \leq 0.$	$(4; 1 + \sqrt{10}].$
7.	$2\log_{0,5}(1 - x) < \log_{0,5}(3x + 1).$	$(0, 1).$
8.	$\lg(x - 3) + \lg x < \lg(4,5x + 4).$	$(3, 8).$
9.	$\log_{0,5}(x^2 - 3x + 4) - \log_{0,5}(x - 1) < -1.$ Наименьшее целое.	4.
10.	$\lg(x + 5) \geq -2\lg \frac{1}{3 - x}.$	$\left[\frac{7 - \sqrt{33}}{2}; 3\right).$
11.	$\log_{0,2} \frac{2}{x - 2} < \log_{0,2}(5 - x).$	$(2, 3) \cup (4, 5).$
12.	$\frac{1}{8} \left(\frac{1}{2}\right)^{x(2-x)} > 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3x}.$	$(-\infty; -3) \cup (2; \infty).$
13.	$\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} < \frac{27}{64}.$	$(-1; 7).$
14.	$\left(\frac{0,2^{x+0,5}}{\sqrt{5}}\right) > \frac{(0,004)^x}{25}.$ Наименьшее целое.	0.
15.	$4^x - 4^{x-1} < 3.$ Наибольшее целое.	0.
16.	$2^{\frac{x+3}{x-3}} \geq \frac{1}{16}.$	$(-\infty; 9/5] \cup [3; \infty).$
17.	$(4x - 1)\log_2 x \geq 0.$ Наименьшее целое.	1.

18.	$(4x^2 - 16x + 7) \cdot \log_2(x - 3) > 0.$	$(3; 3,5) \cup (4; \infty).$
19.	$\frac{\sqrt{2x+1}}{2 + \log_{0,5}(x+1)} \geq 0.$	$[-0,5; 3).$
20.	$2^{\log_{0,7}(1+2x)} > 4.$ Длина промежутка.	0,245.
21.	$(0,5)^{\log_{1/9}(2x^2-3x+1)} < 1.$	$(0; 0,5) \cup (1; 1,5).$
22.	$\frac{2x^2 - 11x + 15}{2^x - 6} < 0.$	$(-\infty; 2,5) \cup (\log_2 6; 3).$

ЗАНЯТИЕ № 7. Тригонометрические преобразования.

Представить в виде произведения.		Ответ.
1.	$\sin \frac{5}{3} \alpha + \sin \frac{3}{2} \alpha.$	$2 \sin \frac{9}{12} \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$
2.	$1 + \sin \frac{2}{3} \alpha.$	$2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{3} \right).$
3.	$\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\pi}{4} \right) + \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{\pi}{4} \right).$	$\frac{\sin \frac{2\alpha}{3}}{\cos \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{\pi}{4} \right)}.$
4.	$\cos(1,5\pi + 4\alpha) + \sin(3\pi - 8\alpha).$	$2 \sin 6\alpha \cdot \cos 2\alpha.$
5.	$\cos 10\alpha \cdot \cos 8\alpha + \cos 8\alpha \cdot \cos 6\alpha.$	$2 \cos^2 8\alpha \cdot \cos 2\alpha.$
6.	$\sin 2\alpha \sin 3\alpha - 0,5 \cos \alpha + 0,5 \cos 6\alpha.$	$4 \cos 0,5\alpha \cdot \sin 1,5\alpha \cdot \sin 3\alpha.$
7.	$\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha.$	$4 \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \frac{3\alpha}{2}.$
8.	$1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha.$	$2\sqrt{2} \cos \alpha \cdot \sin(0,25\pi + \alpha).$
Доказать тождество.		
9.	$\frac{\cos 3\alpha + \cos \alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$	10. $\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$
Вычислить.		
11.	$\sin^2 68^\circ - \sin^2 38^\circ - 0,5 \sin 106^\circ + 3.$	3.
12.	$\sin 43^\circ \sin 17^\circ + \sin^2 13^\circ - 2.$	-1,75
13.	$\frac{1 - 2 \cos^2 13^\circ}{\cos 26^\circ}.$	-1.
14.	$\sqrt{2} \frac{\cos 80^\circ + \sin 80^\circ}{\sin 125^\circ}.$	2.

15.	$\frac{\sin^2 \frac{\pi}{5} \cos^2 \frac{\pi}{5}}{1 - \cos^4 \frac{2\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} \sin^2 \frac{2\pi}{5}}$	0,25.
16.	$\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \frac{\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{7} \right) \cos^2 \frac{\pi}{14}}{1 + \cos \frac{\pi}{7}}$	1.
17.	$\frac{2 + \sin \alpha \cos \alpha}{1 + 5 \cos^2 \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$.	1,2.
18.	$\frac{3 - \sin \alpha \cos \alpha}{6 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2$.	8,5.
19.	$\sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$, если $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$.	0,75.
20.	$\cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) - \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$, если $\sin x = \frac{1}{8}$.	0,125.
21.	$\operatorname{tg} x$, если $\sin(x + 30^\circ) + \sin(x - 30^\circ) = 2\sqrt{3} \cos x$.	2.
22.	$2 \sin 3\alpha \sin 2\alpha + \cos 5\alpha$, если $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{0,6}$.	0,2.
23.	$2 \cos 3\alpha \cos 4\alpha - \cos 7\alpha$, если $\cos(\alpha/2) = \sqrt{0,8}$.	0,6.
24.	$\sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right)$, если $\sin \alpha = 0,2$.	0,6.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 7.

Представить в виде произведения.		Ответ.
1.	$\sin \frac{3}{4} \alpha - \sin \frac{2}{7} \alpha$.	$2 \sin \frac{13\alpha}{56} \cdot \cos \frac{29\alpha}{56}$.
2.	$1 - \sin 6\alpha$.	$2 \sin^2(\pi/4 - 3\alpha)$.
3.	$\cos \frac{3\alpha}{8} - \cos \frac{7\alpha}{24}$.	$-2 \sin \frac{\alpha}{3} \sin \frac{\alpha}{24}$.
4.	$\sin 2\alpha - \sin(3\alpha + \pi)$.	$2 \sin \frac{5\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$.
5.	$\sin 10\alpha \sin 8\alpha + \sin 8\alpha \sin 6\alpha$.	$2 \sin^2 8\alpha \cdot \cos 2\alpha$.
6.	$\sin \alpha - \sin 3\alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos 4\alpha$.	$-4 \sin^2 \alpha \cdot \sin 3\alpha$.
7.	$\sin \alpha + \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)$.	$4 \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$.
8.	$\cos + 2 \sin 2\alpha - \cos 3\alpha$.	$4 \sin 2\alpha \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right)$.

Доказать тождество.			
9.	$\cos 2\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha \cos 2\alpha - 1 = -\operatorname{tg}^2\alpha$		
10.	$\sin 2\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha \sin 3\alpha = -\cos 4\alpha \sin \alpha$		
Вычислить.			
11.	$\cos^2 36^\circ - \cos^2 120^\circ - 0,5 \sin 18^\circ - 0,5.$		-0,25.
12.	$\sin 49^\circ \sin 11^\circ + \cos^2 71^\circ + 1.$		1,25.
13.	$\frac{1 - 2 \sin^2 46^\circ}{8 \cos 92^\circ}.$	0,125.	14. $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 75^\circ}{\cos 150^\circ} - 2 \cos^2 75^\circ.$ 2.
15.	$\frac{\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{10} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{10}\right)^2}{\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{5}}.$	4.	16. $\frac{\left(\cos \frac{\pi}{11} + \sin \frac{\pi}{11}\right)^2}{\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{11}\right)}.$ 2.
17.	$\frac{3 \sin \alpha \cos \alpha - \sin^2 \alpha}{9 + 5 \sin \alpha \cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -3.$		-0,24.
18.	$\frac{\sin^2 \alpha - 3 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^4 \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2.$		-10.
19.	$\operatorname{tg}(x + 0,25\pi) + \operatorname{tg}(x - 0,25\pi)$, если $\operatorname{tg} x = -0,5.$		-8/3.
20.	$\operatorname{ctg}(x + (\pi/4)) + \operatorname{ctg}(x - (\pi/4))$, если $\operatorname{ctg} x = 2.$		-8/3.
21.	$\sin x$, если $\sin(x + 60^\circ) + \sin(x - 60^\circ) = -1.$		-1.
22.	$2 \cos 5\alpha \cos 7\alpha - \cos 12\alpha$, если $\cos \alpha = 0,2.$		-0,92.
23.	$2 \sin 6\alpha \sin 4\alpha + \cos 10\alpha$, если $\cos \alpha = 0,3.$		-0,82.
24.	$\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$, если $\sin \alpha = -0,4.$		-0,3.

ЗАНЯТИЕ № 8. Тригонометрические уравнения.

		Ответ.			Ответ.
1.	$\cos x = -1.$	$\pi + 2\pi n.$	2.	$\cos x = 1.$	$2\pi n.$
3.	$\sin x = -1.$	$\frac{3\pi}{2} + 2\pi n.$	4.	$\operatorname{tg} x = 0.$	$\pi n.$
5.	$\sin x = 0.$	$\pi n.$	6.	$\sin x = \frac{1}{2}.$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n.$
7.	$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n.$	8.	$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$	$(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n.$
9.	$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}.$	$\frac{2\pi}{3} + \pi n.$	10.	$\cos x = \frac{1}{2}.$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n.$
11.	$\left \operatorname{tg} \frac{x}{2}\right = 1.$	$(\pi/2) + \pi k$	12.	$ \sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$	$\pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}; \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}.$

13.	$ \cos 2x = 1.$	$\frac{\pi k}{2}.$	14.	$\left \operatorname{ctg} \frac{2x}{3} \right = \frac{1}{\sqrt{3}}.$	$\pm \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi k}{2}.$
15.	$ \sin 3x = 1.$	$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}.$	16.	$\cos^2 x = \frac{1}{2}.$	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}.$
17.	$\operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{3}.$	$\pm \frac{\pi}{3} + \pi k.$	18.	$\operatorname{ctg}^2 x = 1.$	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}.$
19.	$\sin^2 x = \frac{3}{4}.$	$\pm \frac{\pi}{3} + \pi k.$	20.	$\operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{3}.$	$\pm \frac{\pi}{6} + \pi k.$
21.	$\sin 2x = \sin 3x.$				$2\pi k; \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi n}{5}.$
22.	$\cos \frac{x}{3} = \cos 2x.$				$\frac{6\pi k}{7}; \frac{6\pi n}{5}.$
23.	$\cos 3x = \sin 2x, \quad 75^\circ < x < 150^\circ.$				$90^\circ.$
24.	$\sin 2x + \cos 3x = 0, \quad 0 < x < 90^\circ.$				$54^\circ.$
25.	$\sin x + \sin 5x = 2 \cos 2x.$				$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}.$
26.	$\cos 5x + \cos x = -2 \cos 3x.$				$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}.$
27.	$\cos(70^\circ + x) \cdot \cos(20^\circ - x) = 1/2$				$-25^\circ + 180^\circ n.$
28.	$2 \sin(40^\circ + x) \cdot \sin(50^\circ - x) = -1.$				$95^\circ + 180^\circ k.$
29.	$\cos 5x - \sin 5x = \sin 7x - \cos 7x.$				$\frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{6}; \frac{\pi}{2} + \pi n.$
30.	$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0.$				$\frac{2\pi k}{5}; \pi + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi m.$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 8.

		ОТВЕТ.			ОТВЕТ.
1.	$\sin x = 1.$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n.$	2.	$\operatorname{tg} x = 1.$	$\frac{\pi}{4} + \pi n.$
3.	$\cos x = 0.$	$\frac{\pi}{2} + \pi n.$	4.	$\operatorname{tg} x = -1.$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n.$
5.	$\operatorname{ctg} x = 0.$	$\frac{\pi}{2} + \pi n.$	6.	$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}.$	$\frac{\pi}{6} + \pi n.$
7.	$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n.$	8.	$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n.$
9.	$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n.$	10.	$\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}.$	$\frac{\pi}{6} + \pi n.$

11.	$ \operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}.$	$\pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}.$	12.	$ \operatorname{ctg} \frac{x}{3} = 1.$	$\pm \frac{3\pi}{4} + 3\pi k.$
13.	$ \sin 2x = \frac{1}{2}.$	$\pm \frac{\pi}{12} + \pi k; \pm \frac{5\pi}{12} + \pi n$	14.	$ \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \frac{1}{2}.$	$\pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi k; \pm \frac{4\pi}{3} + 4\pi n.$
15.	$ \cos \frac{2x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$	$\pm \frac{\pi}{4} + 3\pi k; \pm \frac{5\pi}{4} + 3\pi n$	16.	$\cos^2 x = \frac{3}{4}.$	$\pm \pi/6 + \pi k.$
17.	$\operatorname{ctg}^2 x = 3.$	$\pm \frac{\pi}{6} + \pi k.$	18.	$\sin^2 x = \frac{1}{2}.$	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}.$
19.	$\operatorname{tg}^2 x = 1.$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi k.$	20.	$\operatorname{tg}^2 x = 3.$	$\pm \frac{\pi}{3} + \pi k.$
21.	$\sin(90^\circ - 3x) = \cos 5x.$			$\pi k/4.$	
22.	$\cos(180^\circ - 4x) = -\cos x.$			$\frac{2\pi k}{5}; \frac{2\pi n}{3}.$	
23.	$\cos 6x + \sin 3x = 0, \quad 0^\circ < x < 45^\circ.$			$30^\circ.$	
24.	$\sin 8x + \cos 2x = 0, \quad 0 < x < 45^\circ.$			$27^\circ.$	
25.	$\sin 5x = \sin x + \sin 2x.$			$\frac{\pi k}{2}; \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}.$	
26.	$\cos x = \cos 3x + 2 \sin 2x.$			$\pi k/2.$	
27.	$\sin(110^\circ + x) - \sin(20^\circ + x) = \sqrt{2}/2.$			$-5^\circ + 360^\circ k;$ $-125^\circ + 360^\circ n.$	
28.	$\cos(170^\circ + x) - \cos(50^\circ + x) = \sqrt{3}/2.$			$100^\circ + 360^\circ n;$ $-140^\circ + 360^\circ k.$	
29.	$\cos 10x \cdot \cos 6x = \cos^2 8x.$			$\pi k/2.$	
30.	$\sin 7x + \cos^2 2x = \sin^2 2x + \sin x.$			$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}; -\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3};$ $-\frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}.$	

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Решить уравнения.		Ответ.
1.	$x + \sqrt{3 + \sqrt{x^2 - 2x + 1}} = 4.$	2.
2.	$\sqrt{2 - \sqrt{3} \sin x} = \sqrt{2} \cos x.$	$2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n.$
3.	$\sqrt{2x^2 - 5x + 12} + 2x^2 = 5x$	1; 1,5.
4.	$x + \sqrt{7 + \sqrt{x^2 - 6x + 9}} = 4.$	1.

5.	$\sqrt{3-2\cos x} = -\sqrt{3}\sin x.$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; -\arccos\frac{2}{3} + 2\pi n.$
6.	$\sqrt[4]{\frac{x+1}{3-x}} + \sqrt[4]{\frac{3-1}{x+1}} = 2,5.$	$47/17; -13/17.$
7.	$\cos x - \cos 2x = \sin 3x.$	$\frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{4} + \pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n.$
8.	$\cos 2x + \cos x = \sin 3x.$	$\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi n}{3}; \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n.$

2. Решить неравенства.		Ответ.
1.	$\sqrt{5-x^2} \geq x+1.$	$[-\sqrt{5}; 1].$
2.	$2^{x+\sqrt{x}} + 4^x \leq 6 \cdot 4^{\sqrt{x}}.$	$\left[0; \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2\right].$
3.	$\sqrt{3-x} + \sqrt{x-1} \geq 3^{2-x} + 3^{x-2}.$	$2.$
4.	$(x^2-1)\sqrt{x^2-4x+3} \geq 0.$	$(-\infty; -1] \cup [3; \infty) \cup \{1\}.$
5.	$\sqrt{1-\log_5(x+2)} < \log_5(5x+10).$	$(-1; 3].$
6.	$2\sqrt{x^2+3x} \geq 9-2x-\sqrt{x}-\sqrt{x+3}.$	$[1; \infty).$
7.	$5^{2x^2-3x} + 5^{4x^2-6x+2} > 26.$	$(-\infty; 0) \cup (1,5; \infty).$
8.	$\log_2 \cos x - \log_{\cos x} 4 \leq 1.$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi n.$

3. Доказать тождество.

1.	$\frac{(1+\operatorname{tg}\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{1-\operatorname{tg}\alpha} = \sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right).$	2.	$\frac{\sqrt{2}\cos\alpha - 2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right) - \sqrt{3}\cos\alpha} = \sqrt{2}.$
----	---	----	---

4. Найти.		Ответ.
1.	$\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{2} + 1.$	$\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; 1.$
2.	$\sin(\alpha - 2\beta)$, если $\operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{5}, \operatorname{tg}\beta = -0,75, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$	$\frac{204}{325}$
3.	$\log_4 36$, зная, что $\log_{12} 3 = a.$	$\frac{1+a}{1-a}.$

4.	$\log_{140} 9$, зная, что $\log_2 3 = a, \log_5 3 = b, \log_7 3 = c$.	$\frac{2abc}{2bc + ac + ab}$.
----	---	--------------------------------

5. Проверить равенство.

1.	$\frac{1}{\sin 10^\circ} - 4 \sin 70^\circ = 2$.	2.	$\operatorname{tg} 20^\circ + 4 \sin 20^\circ = \sqrt{3}$.
----	---	----	---

6. Сравнить числа.

1.	$\log_6 7$ и $\log_5 6$.	$\log_6 7 < \log_5 6$.
2.	$\log_3 6$ и $\log_{18} 72$.	$\log_3 6 < \log_{18} 72$.

7. Упростить выражение.		Ответ.
1.	$\sin(\pi - 2\alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{\alpha} - \alpha\right) - \cos(\pi - 2\alpha)$.	1.
2.	$\sin(\pi + 2\alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos(\pi + 2\alpha)$.	1.
3.	$0,2^{\log_5 0,5} + \log_{\sqrt{3}} \frac{9}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{7 + 2\sqrt{10}}$.	6.
4.	$4^{3\log_2 \sqrt{2}(5 - \sqrt{10}) - 4\log_4(\sqrt{5} - \sqrt{2})}$.	25.

8. Найти наименьший положительный период функций.

1.	$y = \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x$.	$\pi/4$.
2.	$y = \sin 2x \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$.	π .

9. Проверить равенство.

1.	$\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha}} = \cos \frac{\alpha}{4}$, если $\pi < \alpha < 2\pi$.
2.	$\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha}} = -\cos \frac{\alpha}{4}$, если $3\pi < \alpha < 4\pi$.

10. Построить график функции.		Ответ.
1.	$y = -\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3} - x\right) + \log_3 \sqrt{9x^2 - 6x + 1}.$	$y = 1 + 2\log_3\left(-\left(x - \frac{1}{3}\right)\right).$
2.	$y = -\log_{0,5}(16 - 8x + x^2) + \log_2(2x - 8).$	$y = 1 + \log_{0,5}(x - 4).$

11. Задачи на геометрическую прогрессию.		Ответ.
1.	Найти шестой член геометрической прогрессии, если известно, что третий член прогрессии больше первого на 9, а второй больше четвертого на 18.	-96.
2.	Найти знаменатель убывающей геометрической прогрессии, если сумма первого и четвертого членов равна 27, а произведение второго и третьего членов равно 72.	0,5.
3.	В геометрической прогрессии восьмой член равен 10. Найти произведение первых пятнадцати членов.	$10^{15}.$
4.	Произведение шестого и десятого членов геометрической прогрессии равно 36. Найти её восьмой член.	$\pm 8.$
5.	Найти четыре числа, образующие геометрическую прогрессию, у которой второй член меньше первого на 35, а третий больше четвертого на 560.	$b_1 = -35/3; q = 4.$ $b_1 = 7; q = -4.$
6.	Второй член геометрической прогрессии составляет 20% от её первого члена. Сколько процентов составляет пятый член от третьего?	4%.
7.	Найти отношение третьего члена убывающей геометрической прогрессии к её пятнадцатому члену, если сумма двенадцати членов этой прогрессии, начиная с тринадцатого составляет 40% суммы её первых двенадцати членов.	2,5.
8.	Сумма первых восьми членов геометрической прогрессии равна 24, а сумма следующих восьми членов равна 36. Найти сумму членов с семнадцатого по двадцать четвертый.	54.
9.	В геометрической прогрессии произведение членов с 10-го по 18-й равно В, а произведение членов с 19-го по 27-й равно С. Найти сумму первых девяти членов прогрессии.	$\frac{B^2}{C}.$

ФОРМУЛЫ

1. Свойства степеней. ($a > 0, b > 0, x, y$ – действительные числа).

$a^0 = 1;$	$a^x \cdot a^y = a^{x+y};$	$(a^x)^y = a^{xy};$	$(ab)^x = a^x b^x;$
$a^{-1} = 1/a;$	$a^x / a^y = a^{x-y};$	$a^{-x} = 1/a^x;$	$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}.$

2. Свойства арифметических корней. ($a \geq 0, b \geq 0, n, k \in \mathbb{N}, n, k > 1$).

$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b};$	$(\sqrt[n]{ab})^k = \sqrt[n]{a^k};$	$\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k};$	$(\sqrt[n]{a})^k = a^{k/n}, (n \geq 2);$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, (b \neq 0);$	$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a};$	$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}, (n \geq 2);$	$(\sqrt[n]{a})^n = a, (a \geq 0);$
$\sqrt{a^2} = a = \begin{cases} a & \text{при } a \geq 0, \\ -a & \text{при } a < 0. \end{cases}$			

3. Формулы сокращённого умножения.

$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b);$	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$	
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$	

4. Корни квадратного уравнения общего вида $ax^2 + bx + c = 0$ находятся по формуле: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$

5. Теорема Виета. Если x_1 и x_2 - корни квадратного уравнения общего вида $ax^2 + bx + c = 0$, то: $x_1 + x_2 = -b/a, x_1 x_2 = c/a.$

Из теоремы Виета следует, что справедливо следующее разложение квадратного трёхчлена: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$

6. Определение модуля.

$ x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = a, x \geq 0 \\ x = -a, x < 0 \end{cases};$	$ x = b \Leftrightarrow \begin{cases} x = b \\ x = -b \end{cases}.$
---	--

7. Свойства модуля.

$ a \geq 0;$	$ a = -a ;$	$ ab = a \cdot b ;$	$\left \frac{a}{b}\right = \frac{ a }{ b }.$
---------------	---------------	-------------------------	---

8. Свойства логарифмов.

1.	Логарифмом числа b по основанию a называется число $c = \log_a b$, такое, что $a^c = b$; при этом должно быть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$.		
2.	Основное логарифмическое тождество: Если $b > 0$, то $b = a^{\log_a b}$.		
3.	$\log_a a = 1$.	4.	$\log_a 1 = 0$.
5.	$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y $; $x \neq 0$, $y \neq 0$, $xy > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.		
6.	$\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y $; $x \neq 0$, $y \neq 0$, $(x/y) > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.		
7.	$\log_a (x^k) = k \log_a x $; $a > 0$, $a \neq 1$.		
8.	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$; $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $a \neq 1$, $c \neq 1$.		
9.	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$; $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$.		
10.	$\log_{a^k} b^k = \log_a b$; $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$, k – любое действительное число.		
11.	$\log_{b^k} a = \frac{1}{k} \log_b a$; $a > 0$, $b > 0$, $b \neq 1$, k – любое действительное число.		

9. Геометрическая прогрессия.

$b_n = b_{n-1}q$.	$b_n = b_1 q^{n-1}$.	$S_n = \begin{cases} \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} & \text{при } q \neq 1, \\ b_1 n & \text{при } q = 1. \end{cases}$
Сумма членов бесконечно убывающей прогрессии ($ q < 1$) находится по формуле: $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{b_1}{1-q}$.		

10. Тригонометрия.

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$; $n \in \mathbb{Z}$.	$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$; $\alpha \neq \pi n$; $n \in \mathbb{Z}$.
$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$; $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$; $n \in \mathbb{Z}$.	$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha$; $\alpha \neq \pi n$; $n \in \mathbb{Z}$.	

Формулы сложения аргументов.

$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$.	$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$.
$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$.	$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$.

Формулы двойного аргумента.

$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha.$	$1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha.$	$1 \pm \sin 2\alpha = (\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2.$
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha.$	$1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha.$	

Формулы половинного аргумента.

$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}.$	$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}.$
$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}; \alpha \neq \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$	

Формулы сложения одноимённых тригонометрических функций.

$\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}.$	$\sin \alpha - \sin \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}.$
$\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}.$	$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}; \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$
$\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}.$	$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}; \alpha, \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Формулы преобразования произведения в сумму:

$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)].$	$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)].$
$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)].$	

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Задачник-практикум по математике. Алгебра. Тригонометрия. Для поступающих в вузы. Москва «ОНИКС 21 век»: Мир и образование, 2005. – 464с.
2. Райхмист Р.Б. Задачник по математике для учащихся средней школы и поступающих в вузы. Москва: Московский лицей, 2005. – 304с.
3. Прокофьев А.А., Кожухов И.Б. Математика. Москва: Махаон, 2006. – 304с.

Редактор

Сводный темплан 2011 г.

ИД от

Подписано в печать Бумага офсетная. Формат .

Отпечатано на дупликаторе. Усл. печ. л. . Уч.-изд.

Тираж 500 экз.

Заказ

Издательство ОмГТУ. 644050, г. Омск, пр-т Мира, 11

Типография ОмГТУ