

**СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ****SPECTRAL ANALYSIS OF THE INFORMATION SYSTEM****О. В. Опалихина**

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, г. Санкт-Петербург, Россия

**O. V. Opalikhina**

Saint-Petersburg University of Aerospace Instrumentation,  
Saint-Petersburg, Russia

**Аннотация.** Для мониторинга физических процессов в реальном масштабе времени широко используется алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ), позволяющий проводить спектральный анализ данных. В статье рассматривается алгоритм БПФ, с помощью которого можно оценить информационные параметры гармонического сигнала. Данные выделяются рекурсивным фильтром, удовлетворяющим уравнению Риккати. Алгоритм реализуется в программной среде Wolfram Mathematica. Использование данного алгоритма позволяет сократить объем вычислений при сохранении требуемой точности. В статье также приводятся результаты мониторинга студентов технических направлений, при обучении которых применялись информационные технологии. Полученные в процессе обучения профессиональные навыки позволяют выпускникам технических направлений решать прикладные инженерные задачи, разрабатывать математическое обеспечение проектов.

**Ключевые слова:** информационные технологии; программная среда Wolfram Mathematica; спектральный анализ; быстрое преобразование Фурье; матричное уравнение Риккати.

**Abstract.** To monitor physical processes in real time, a fast Fourier transform (FFT) algorithm is widely used, which allows spectral analysis of data. The article discusses the FFT algorithm, with which you can estimate the information parameters of the harmonic signal. The data is extracted using a recursive filter satisfying the Riccati equation. The algorithm is implemented in the Wolfram Mathematica software environment. Using this algorithm reduces the amount of calculations while maintaining the required accuracy. The article also presents the results of monitoring students of technical areas, during the training of which information technologies were used. The professional skills gained during the training allow graduates of technical areas to solve applied engineering problems, to develop mathematical support for projects.

**Keywords:** information technology; Wolfram Mathematica; spectral analysis; fast Fourier transform; matrix Riccati equation.

Формированию профессиональных навыков выпускников высших учебных заведений способствует освоение компетенций, сочетающих фундаментальные логические знания с информационными технологиями. Мониторинг прохождения производственных практик студентами направления 12.03.01 «Приборостроение» за последние пять лет показал, что лучшие результаты были у студентов, изучающих цифровые методы проектирования, прикладные математические программы. Для решения таких прикладных инженерных задач, как цифровая обработка информации в реальном масштабе времени, спектральный анализ данных, техническая диагностика, необходимо знать алгоритм дискретного преобразования Фурье.

При исследовании данных широко применяется спектральный анализ, реализующий алгоритм быстрого преобразования Фурье. Концепцию БПФ дали Джеймс Кули и Джон Тюки [1]. В основе быстрого дискретного преобразования Фурье алгоритмы с прореживанием по времени и с прореживанием по частоте [2,3]. В первом случае прореживаются входные отсчеты, во втором – выходные.

Предлагаемый адаптивный алгоритм позволяет проводить прореживание как входных, так и выходных отсчетов. Для реализации алгоритма БПФ с прореживанием по частоте исходную последовательность следует разбить на две последовательности, каждая из которых содержит  $N/2$  отсчетов. Для этого запишем

$$F(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left( x(nT) + (-1)^k \cdot \left( n + \frac{N}{2} \right) T \right) W_N^{kn}, \quad (1)$$

где  $W_N^{kn}$  – поворачивающий множитель.

Учитывая выражение (1), получим алгоритм формирования последовательностей  $x_0(nT)$  и  $x_1(nT)$

$$\begin{aligned} x_0(n) &= x(nT) + x\left(n + \frac{N}{2}\right)T, \\ x_1(n) &= \left( x(nT) - x\left(n + \frac{N}{2}\right)T \right) W_N^n. \end{aligned} \quad (2)$$

Переходя к прореживанию по времени, запишем

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} (x(nT)) W_N^{kn} = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x_{\text{ч}}(nT) W_N^{kn} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x_{\text{нч}}(nT) W_N^{(2n+1)k}, \quad (3)$$

где  $x_{\text{ч}}$ ,  $x_{\text{нч}}$  – четные и нечетные члены БПФ соответственно.

Формулы (2), (3) отличаются порядком выполнения операций комплексного умножения и сложения-вычитания.

Для проведения спектрального анализа гармонического сигнала запишем следующий программный код:

```

F = 50;
m = 0.9;
data=Table[N[(1+m)*(1-Cos[F*2*Pi*n/256])*(Cos[F*2*Pi*n/256]+
0.5*Cos[2*F*2 *Pi *n/256] + Cos[3*F*2 *Pi *n/256]) + (RandomReal[] - 1/2)],
{n, 256}];
filter = Abs[KalmanFilter[MAProcess[{3.0}, 1], data]]
Plot[Evaluate
Abs[ListFourierSequenceTransform[#, n]]&/@{filter, data}], {n, 0, 256}]

```

Результаты вычислений приведены на рис. 1.

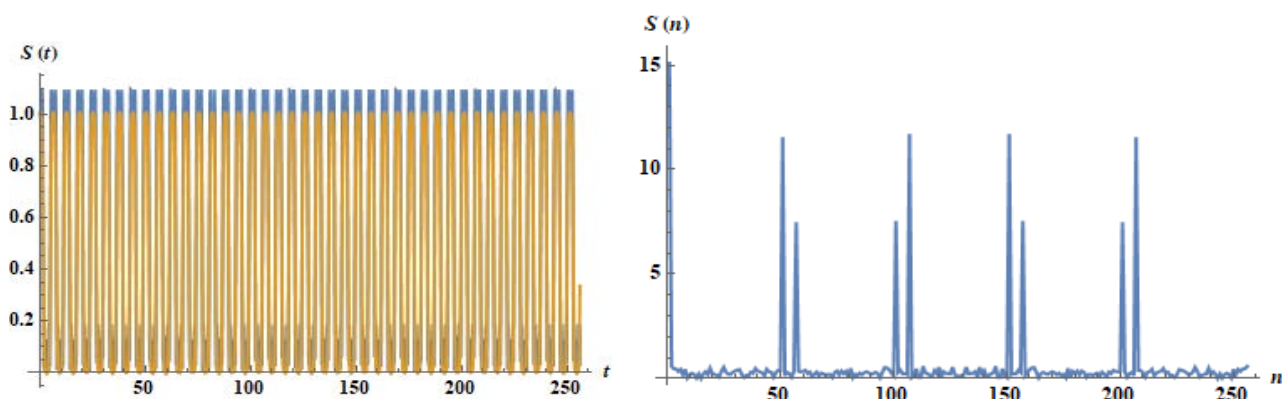


Рис. 1. Спектральный анализ данных

Для работы в реальном масштабе времени алгоритм реализует рекурсивный фильтр Калмана-Бьюси, удовлетворяющий матричному уравнению Риккати [4]

$$Q + KA + A^*K - KBR^{-1}B^*K = \theta,$$

где  $K$  – неизвестная симметричная постоянная матрица, подлежащая определению.

Оценим точность алгоритма. Среднеквадратическое значение суммарной ошибки, определяемой округлением и масштабированием, определяется по выражению

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E(|e(k)|^2) = \frac{2^{-2p}}{3} \cdot (5N^2 - 4mN - 3N),$$

где  $N$  - число точек исходной последовательности  $x(nT)$ ;  $p$  - разрядность;  $m$  - общее число вычислений.

Учитывая, что 8-ми и 16-ти точечные последовательности можно получить на основе 4-х точечной, замещая предыдущие шаги алгоритма, рассчитаем точность 4-х точечной последовательности. Результаты расчета точности алгоритма приведены в табл. 1.

Результаты расчета точности алгоритма

| Десятичное представление числа | Двоичное представление числа | Среднеквадратическое значение суммарной ошибки, $p = 4$ | Точность алгоритма $\Delta$ , $p = 4$ |
|--------------------------------|------------------------------|---|---------------------------------------|
| 0                              | 0000                         | 0   | 0                                     |
| 1                              | 0001                         | 0.046875  | 0.078125                              |
| 2                              | 0010                         | 0.046875  | 0.000305176                           |
| 3                              | 0011                         | 0.000183105   | 0.000305176                           |

Результаты математического моделирования в программной среде Wolfram Mathematica и ранее выполненные расчеты [5] показали, что использование алгоритма БПФ позволяет сократить объем вычислений. Так, при  $N=10000$  получим вместо  $\log_2[N]=13.2877$  вычислений обычного ДПФ  $N/\log_2[N]=752.575$  операций БПФ. Сочетание различных вариантов прореживания данных позволяет, в зависимости от решаемой задачи, использовать как входные, так и выходные отсчеты данных. Повышение разрядности приводит к увеличению точности.

Мониторинг производственных практик показал, что формированию профессиональных навыков выпускников, занимающихся технической диагностикой и обработкой информационных параметров, способствовало изучение методов численного гармонического анализа. В два раза быстрее адаптировались к работе в проектной организации выпускники, владеющие цифровыми методами проектирования.

### Библиографический список

1. Cooley J.W. and Tukey J.W. An algorithm for the machine calculation of the complex fourier series. //J.W. Cooley and J.W. Tukey //Mathematics of Computation, 1965, vol. 19, No. 90. P. 297-301.
2. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления свертки. М.: Радио и связь, 1985. 248 с.
3. Гольденберг Л.М. Цифровая обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1985. 312 с.
4. Егоров А. И. Уравнения Риккати. М.: Солон-пресс, 2017. 448 с.
5. Opalikhina O. V. Discrete model of corrective system: WECNF 2021/O.V. Opalikhina // IEEE. – 2021. – CFP21S10-POD. – P. 409 – 413. ISBN 978-1-7281-7731-1.

### Сведения об авторе:

Ольга Викторовна Опалихина, кандидат технических наук, доцент

E-mail: sokosapsa@mail.ru; SPIN-code: 1355-3342, ORCID: 0009-0007-3298-0073.