

**СПЕЦИФИКА ПОСТРОЕНИЯ КУРСА ТВиМС
ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ ВЫПУСКНИКОВ**

**THE SPECIFICS OF BUILDING A TVIMS COURSE
FOR ADVANCED TRAINING OF GRADUATES**

И. В. Сухорукова, Н. А. Чистякова

Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова,
г. Москва, Россия

I. V. Sukhorukova, N. A. Chistyakova

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia

Аннотация. В работе рассматривается методика формирования дисциплины «Математическая статистика» для курсов повышения квалификации, курсов дополнительного образования, а также как спецкурса для технических, экономических и других направлений обучения с укороченными учебными планами по этой дисциплине. Целью настоящей работы является описание структурной организации учебного процесса для более глубокого изучения методов математической статистики. Приведены углубленные методы исследования, даны методические рекомендации их использования, рассмотрены примеры применения алгоритмов.

Ключевые слова: закон распределения; оценка; асимптотическое распределение; метод максимального правдоподобия; доверительный интервал; критерий проверки гипотез.

Abstract. The paper considers the methodology for the formation of the discipline "Mathematical Statistics" for advanced training courses, additional education courses, as well as a special course for technical, economic and other areas of study with shortened curricula for this discipline. The purpose of this work is to describe the structural organization of the educational process for a deeper study of the methods of mathematical statistics. In-depth research methods are given, methodological recommendations for their use are given, examples of the application of algorithms are considered.

Keywords: distribution law; estimate; asymptotic distribution; maximum likelihood method; confidence interval; hypothesis testing criterion.

Данная методическая работа посвящена одной из актуальнейших проблем, возникающих при изложении курса «ТВиМС» в Высших учебных заведениях. Настоящая дисциплина, согласно утвержденному стандарту ФГОС, относится к списку базовых дисциплин математического и естественнонаучного цикла. Традиционная система преподавания данной дис-

циплина была построена еще в 60 годах 20 века, однако с течением времени наметилась тенденция к изменению сложившейся практики построения курса [1-2]. Особенно это сказалось в последние десятилетия 21 века [3]. Переход от системы специалитета к системе бакалавриата-магистратуры на практике привел к радикальному сокращению базовых дисциплин, в частности дисциплин цикла «Теория вероятностей и математическая статистика» в РЭУ им. Г.В. Плеханова. В качестве иллюстрации приведем сравнительные таблицу и диаграмму объема аудиторных часов по направлению обучения 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» для разных лет набора.

Таблица 1

Динамика аудиторных часов по ТВиМС

Год набора	2017	2018	2019, 2020	2021
Аудиторные часы	112	112	74	72

Составлено авторами по материалам исследования.

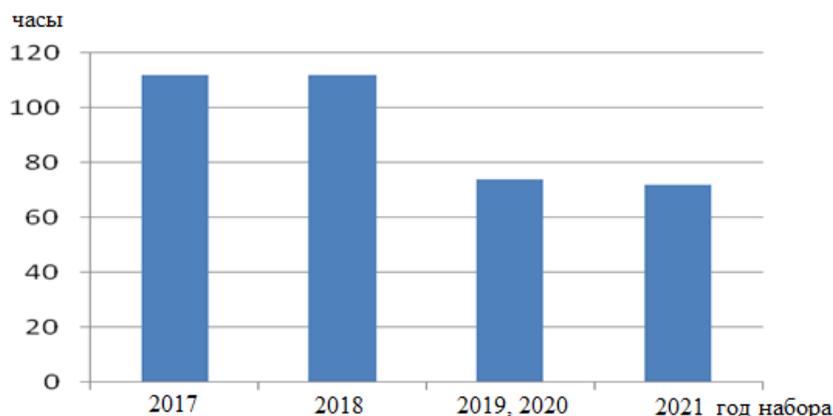


Рис. 1. Диаграмма динамики часов по ТВиМС

Составлено авторами по материалам исследования.

При этом нужно помнить, что дисциплина ТВиМС состоит из двух самостоятельных математических дисциплин, каждая из которых использует свои методы и объекты изучения, а на практике на каждую из них сейчас отведено по 6 лекций. Для направления «Прикладная математика и информатика» это практически означает серьезное вырождение подготовки кадров в прикладных областях ТВиМС.

Справедливости ради надо отметить, что не везде наблюдается такое тотальное сокращение и, как следствие, деградация подготовки бакалавров. В частности, в Финансовом Университете при правительстве РФ учебный план на 2021-2025 годы предусматривает для того же направления 136 аудиторных часов по ТВиМС, в Высшей школе экономики – 144 контактных часа, в РАНХиГС – 128 часов, по 64 часа на «Теорию вероятностей» и «Математическую статистику».

В связи со сложившейся ситуацией не представляется возможным разместить в сокращенном курсе многие эффективные методы вероятностно-статистического исследования, можно только вынести этот материал в разряд дисциплин дополнительного образования, чтобы на платной основе желающие могли повысить свою квалификацию. Высокая прикладная значимость ТВиМС не нуждается в доказательстве, поэтому весьма актуальна такого рода дисциплина дополнительного образования [4-5]. Кроме того, при заявленном президентом В.В. Путиным возврате к специалитету она поможет преподавателям быстрее вернуться к формированию полнокровного курса «Теории вероятностей и математической статистики», который смогут изучать все обучающиеся, а не только те, у кого есть желание и возможности изучать его на платной основе.

Целью настоящей работы является описание структурной организации учебного процесса для более глубокого изучения методов математической статистики на основе уже имеющегося задела знаний по ТВиМС в объеме примерно 70 часов. При этом возможна унификация алгоритмов получения статистических оценок вместе с их свойствами для широкого класса распределений, что весьма существенно для практических приложений. Универсальные алгоритмы существенно сокращают усилия и время по получению свойств оценок [6]. Там, где в кратком курсе предполагается каждую оценку исследовать персонально, причем не всегда есть методы такого исследования, возникает возможность получить широкий спектр свойств оценок параметров сразу для больших классов распределений. Именно эта унификация и позволяет создать сравнительно небольшой курс в виде дополнительных методов к краткому курсу ТВиМС. Сразу оговоримся, что эта лаконичность возможна только в случае изложения части материала без строгих доказательств, но это ни в коей мере не предполагает смазанных формулировок теорем, определений и алгоритмов. При желании слушатели могут найти детальные доказательства в фундаментальных учебниках по ТВиМС и углубить свое образование. Тем самым дисциплина допускает разные траектории образования, или повышения квалификации.

Дисциплина состоит из нескольких тем:

Тема 1. Дополнительные теоремы теории вероятностей и их применение.

Тема 2. Семейство распределений экспоненциального типа и семейство распределений с носителем, зависящим от параметра.

Тема 3. Методы максимального правдоподобия и оптимального оценивания параметров распределений экспоненциального типа и распределений с носителем, зависящим от параметра.

Тема 4. Методы построения доверительных интервалов для параметров распределений и функций от них.

Тема 5. Методы построения критериев проверки параметрических гипотез.

Разберем содержание тем. Из краткого курса ТВиМС слушатели уже знакомы с законами больших чисел, которые обеспечивают свойство состоятельности выборочного среднего, а также с центральной предельной теоремой, обеспечивающей его асимптотическую нормальность. В теме 1 предлагаемой дисциплины необходимо дополнительно ввести теоремы о

состоятельности непрерывных функций от состоятельных оценок (одномерных и двумерных), теореме Слуцкого, двумерную центральную предельную теорему, а также теоремы об асимптотической нормальности функций от асимптотически нормальных оценок (одномерных и двумерных). Это позволит расширить круг асимптотических свойств оценок.

В теме 2 для поиска оценок максимального правдоподобия (мп - оценок) и оптимальных оценок вводятся законы распределения экспоненциального типа (ЗРЭТ), и законы распределения с носителем, зависящим от параметра (ЗРНП).

Мы пока не будем заострять внимание на этих условиях, поскольку речь идет о методике построения дисциплины. К этому семейству относится огромный пласт практически важных распределений. Даже если эта модель не работает в случае полностью неизвестных параметров, она бывает применима при частично известных параметрах.

Тема 3 является фактически узловой темой данной дисциплины и посвящена крупным утверждениям об оценках максимального правдоподобия и оптимальных оценках параметров распределений, относящихся к двум введенным семействам.

Тема 4 посвящена методам построения доверительных интервалов. В кратком курсе они строятся только для нормального закона распределения. Теперь можно существенно расширить их круг. Для параметров ЗРЭТ и ЗРНП теоремы из темы 3 и предельные теоремы из темы 1 позволяют строить широкий набор доверительных интервалов, как точных, так и асимптотических. В случае ЗРЭТ безусловно открыта дорога к построению асимптотических доверительных интервалов. Для точных доверительных интервалов необходимо в каждом конкретном случае исследование точного закона распределения найденных оценок, и при позитивном результате можно переходить к статистикам, которые дадут возможность решить задачу доверительного оценивания при произвольном объеме выборки.

Тема 5 посвящена построению критериев проверки параметрических гипотез, и здесь также можно использовать рабочие статистики, которые в теме 4 решали задачи интервального оценивания, а здесь позволят проверить параметрические гипотезы, опираясь на точные и асимптотические законы статистик.

Отдельное внимание надо уделить фундаментальной лемме Неймана-Пирсона, которая позволяет строить наиболее мощные и равномерно наиболее мощные (оптимальные) критерии.

Мы закончили описание структурной организации предлагаемой дисциплины. Приведем примеры реализации описанных алгоритмов.

Для практических навыков анализа, можно методом имитационного моделирования сформировать выборку для конкретного распределения с заранее известными параметрами (индивидуальную для каждого студента). В процессе освоения каждой темы слушатели могут получать практические результаты на основе этой выборки и сравнивать их с теоретическими данными. В текущий контроль по дисциплине целесообразно вынести аттестацию работы студента с такой выборкой. Примерные задания можно сформулировать в следующем виде.

1. Найдите методом максимального правдоподобия оценку параметра распределения, сравните ее с теоретическим значением параметра. Найдите конечные и асимптотические свойства оценки.

2. Для параметра закона распределения постройте точный и асимптотический доверительные интервалы надежности $\gamma = 0.95$. Накрывают ли они истинное значение параметра?

3. Постройте оптимальный критерий для проверки гипотез

$$H_0: \theta > \theta_0 \Leftrightarrow H_1: \theta \leq \theta_0. \quad (1)$$

В качестве θ_0 возьмите истинное значение параметра и при $\alpha = 0.05$ проверьте гипотезы. Найдите функцию мощности и постройте ее график.

В качестве подборки вариантов можно использовать индивидуальные задания по математической статистике.

Библиографический список

1. Петрова Е.Д., Салищева О.Г. Некоторые проблемы преподавания основ теории вероятностей и математической статистики. Вопросы педагогики. 2020. № 2-1. С. 173-176.

2. Sukhorukova I.V., Vybornov A.N., Mushrub V.A. An innovative concept for the construction of short basic math courses // Proceedings - 2021 1st International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education, TELE 2021. 1. 2021. С. 205-208.

3. Краснощеков В.В., Семенова Н.В. Проблемы преподавания теории вероятностей и математической статистики в больших потоках студентов-экономистов // Современное образование: содержание, технологии, качество. 2019. Т. 1. С. 229-231.

4. Сухорукова И.В., Чистякова Н.А. Содержательно-методическая концепция формирования спецкурса по приложениям марковских процессов // Прикладная психология и педагогика. 2021. Т. 6. № 1. С. 31-41.

5. Чайкина И.А. Проблема представления вероятности и случайности в преподавании основ теории вероятностей // Велес. 2018. № 1-3 (55). С. 45-51.

6. Сухорукова И.В., Чистякова Н.А. Формирование дополнительных глава по ТВиМС для повышения конкурентности выпускников Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. 2020. № 8. С. 243-248.

Сведения об авторах:

Ирина Владимировна Сухорукова доктор экономических наук, профессор

E-mail: suhorukovaira@yandex.ru; SPIN-code: 5042-4833, ORCID: 0000-0002-1944-0968.

Наталья Александровна Чистякова, кандидат физико-математических наук, доцент

E-mail: chistna@mail.ru; SPIN-code: 4597-9519, ORCID: 0000-0002-3897-3647.