УДК 519.17

А. П. Горюшкин
кандидат физико-математических наук, доцент
Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга,
г. Петропавловск-Камчатский, Россия

О МЕТОДИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЯХ КУРСА «ТЕОРИЯ ГРАФОВ» В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Аннотация. Обсуждаются взаимосвязи курса «Теория графов», «Алгебра и геометрия» и «Математическая логика». Отмечается значение методов теории графов в общей и линейной алгебре и особая роль метода математической индукции.

Ключевые слова: граф; общая алгебра; линейная алгебра; подстановочная матрица; граф подстановки; правильная прямолинейная укладка.

DOI: 10.25206/2307-5430-2019-7-106-108

Теория графов стала существенной частью математического аппарата информатики, теории управления и вообще деятельности в областях, использующих методы прикладной математики и компьютерные технологии.

Язык теории графов универсален, а методы решения различных задач отличаются эффективностью. Через теорию графов происходит проникновение математических методов в науку и технику.

Образно говоря, «математическое дерево» имеет три ствола — алгебру, геометрию и математический анализ.

Дискретная математика, и в частности, теория графов — это ветвь на алгебраическом стволе этого дерева. Однако в действующих учебных планах и программах технических и экономических специальностей алгебраические, и вообще общематематические факты, необходимые для полноценного изучения дискретной математики, и в частности, теории графов, представлены слабо. Однако при обсуждении свойств любого математического объекта требуются хотя бы первоначальные представления и основные факты об важнейших теоретико-множественных, алгебраических и логических понятиях.

Эту особенность современных учебных планов следует учитывать при изучении дисциплины, что, вообще говоря, не представляет особой трудности, так как первоначальные понятия теории множеств, общей и линейной алгебры и математической логики уже тесно связаны с понятием графа.

Более того, в процессе изучения курса «Теория графов» у студентов появляется новый, свежий взгляд на алгебру и логику.

Одним из основных математических понятий является понятие множества и диаграмма Хассе – графическое изображение отношения включения для множеств является наиболее наглядным представлением теоретико-множественных операций. Граф решеточного порядка объясняет и происхождение термина «подмножество» и позволяет ясно видеть структуру булеана.

Трудно переценить значения понятий соответствия и бинарного отношения для математики. Фактически лишь графическая иллюстрация этих объектов и их свойств дает обучаемым полное и ясное представление об этих объектах. Да и одно из основных понятий теории графов – простой граф – является, по существу, всего лишь симметричным и иррефлексивным бинарным отношением.

Операции над соответствиями и бинарными отношениями так же трудно представить без графов. Даже привычный из школьного курса математики график функции – это граф с изломанными рёбрами, например, [1].

Для теории графов особую роль играют подстановочные матрицы. Сопряжениями с помощью таких матриц получаются матрицы смежности всех графов, изоморфных данному простому графу. При доказательстве удобно воспользоваться разложением подстановки (и соответственно подстановочной матрицы) в произведение транспозиций, которое тоже удобно произвести с помощью графа. Проведем горизонтальные линии по графу подстановки таким образом, что между каждой парой линий оказалось в точности одно пересечение стрелок. Инвариантность четности множителей-транспозиций в разложении подстановки также можно доказать наглядно, апеллируя лишь к простейшим свойствам графа и тому факту, многоугольник делит плоскость на две области – внутреннюю и внешнюю [1].

Отметим, что с помощью жордановой формы матрицы для некоторых классов графов алгоритмически разрешима проблема изоморфизма [2].

Одним из основных понятий алгебры является понятие группы. Результативность наглядного представления конечной группы в виде цветного графа Кэли трудно переоценить. В частности, строение групп подстановок небольшой степени и простота группы A_5 получают четкую, графическую иллюстрацию [3].

После изучения курса «Теория графов» становится прозрачнее курс «Математическая логика и теория алгоритмов», изучаемый в техническом вузе годом ранее. В частности, становится ясно, что решение одной из главных задач темы «Исчисление высказываний» становится построение дерева доказательства для формулы, являющейся теоремой [4].

Графы – конечные объекты. Поэтому многие факты этой дисциплины, как правило, можно доказать методом математической индукции или методом полной индукции (чаще варьируются оба эти метода).

Например, индукцией по числу вершин устанавливается, что любой простой граф можно правильно и прямолинейно расположить в трехмерном пространстве. Точнее, любой полный граф Kn можно расположить в трехмерном пространстве так, что его ребра будут прямолинейными отрезками и пересекаться эти отрезки будут только вершинах графа ([5]).

Точно также, легкой индукцией по числу вершин и разбором случаев доказывается, что планарный граф допускает правильную прямолинейную укладку на плоскости: Для любого триангулированного графа порядка $n \geq 3$ существует плоская укладка, в которой все ребра являются отрезками прямых и пересекаются лишь в вершинах графа ([5]).

Доказательство теоремы Дирака о гамильтоновых графов, проведенное не традиционным методом «от противного», а методом математической индукции по числу вершин, позволяет даже ослабить условие, налагаемое на степени вершин рассматриваемого гамильтонова графа.

Библиографический список

1. Горюшкин А.П. Алгебра и геометрия. Ч. 1. Петропавловск-Камчатский: Изд-во КамчатГТУ, 2015. 135 с.

2. Горюшкин А.П. Об использовании современных вычислительных технологий при изучении алгебры графов // Труды Камчатского филиала Дальневосточного федерального университета. 2013. Вып. II. С. 185–195.

3. Горюшкин А.П. Алгебра и геометрия. Ч. 2. Петропавловск-Камчатский: Изд-во КамчатГТУ, 2015. 157 с.

4. Горюшкин А.П. Математическая логика и теория алгоритмов. Ч. 1. Петропавловск-Камчатский: Изд-во КамчатГТУ, 2014. 164 с.

5. Горюшкин А.П. О прямолинейной правильной укладке графа // Наука, образование, инновации: пути развития: матер. Шестой всероссийской научно-практической конференции (21–24 апреля 2015 г.). Петропавловск-Камчатский: Изд-вл КамчатГТУ, 2015. С. 49–52.

Сведения об авторе:

Александр Петрович Горюшкин

Служебный адрес: 683032, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4, КамГУ имени Витуса Беринга, офис 28.

E-mail: as2021@mail.ru. Spin-code: 6283-2930.