УДК 51:7

В. И. Петрашев
старший преподаватель
С. В. Рябцева
старший преподаватель
Белгородский государственный технологический университет
им. В. Г. Шухова, г. Белгород, Россия

ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ АКТИВИЗАЦИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Аннотация. Данная статья посвящена актуальной проблеме активизации познавательной деятельности студентов при изучении математики путем создания и применения ряда «занимательных» задач по различным темам.

В статье приводится несколько примеров с решениями и возможными вариантами допускаемых ошибок, показаны нерациональные приемы решения и даны рекомендации по эффективным способам их решения.

Приведенные примеры, призваны преодолеть стереотип решения задач без предварительного изучения и анализа условия задач, показывают, что занятия математикой могут быть интересными и увлекательными. Они учат думать, рассуждать, анализировать. А кроме того, активизируют познавательную деятельность студентов, способствуют долгосрочному усвоению материала и подчеркивают значимость математики.

Ключевые слова: математика; познавательная деятельность; «занимательные» задачи; анализ условия; эффективность решения; методы решения.

DOI: 10.25206/2307-5430-2019-7-237-242

На первое занятие по математике в ВУЗе студенты приходят из различных регионов, после обучения по неодинаковым учебникам и программам, но с повторяющимися привычками и заблуждениями, серьёзно затрудняющими дальнейшее изучение математических дисциплин. Возможно, из-за того, что учитель и ученик находятся в условиях постоянного дефицита времени из-за насыщенности программы и недостаточности часов на их реализацию одновременно с жёсткими требованиями государства (ЕГЭ), родителей (давай хорошие оценки), у ученика вырабатывается устойчивая привычка приступать к решению немедленно, даже без кратковременного изучения и анализа условия задачи. За основу берётся первая же, зачастую ошибочная или нерациональная, мысль.

Для преодоления этого стереотипа от преподавателя требуется создание и применение соответствующего набора задач по различным темам.

Уже на первом занятии в качестве «знакомства» можно предложить проверить равенство $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$. Здесь почти всегда предлагают выполнить сложение в левой части, причём с общим знаменателем дробей $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})$. Аудитория поддерживает предложение, а мы не возражаем…Выдерживаем паузу. После того, как получив сумму $\frac{3\sqrt{7}+5\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{35}+\sqrt{10}-\sqrt{14}-2}$, студент у доски и однокурсники поймут, что зашли в тупик, можно предложить установить знаки выражений в обеих частях задания. А потом сформулировать «постулат»: «Решение задачи начинается с тщательного анализа условия».

Если же кто-то из студентов замечает разницу знаков частей «равенства», то он, безусловно, заслуживает похвалы за следование «постулату». Потом предлагается исправленное предыдущее задание: проверить равенство $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$. Здесь, учитывая предыдущую попытку, могут предложить воспользоваться калькулятором. Не будем возражать: в левой части получим 4,881819287, в правой 4,881819295. Значит равенство ложное? Но даже если бы все знаки после запятой совпали, означало бы это его истинность? Хорошо, если кто-то предложит умножение числителя и знаменателя дробей на выражения, сопряжённые их знаменателям. После заслуженной похвалы такому студенту обязательно (в назидание тем, кому это в голову не пришло) интересуемся, как же это он «увидел» этот приём?

Дальше, записав на доске формулу разности квадратов, предлагаем другое задание: вычислить $(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\dots(1+3^{256})-\frac{3^{512}}{8}$. «Конвейер», который «запускается» здесь умножением и делением уменьшаемого на $(1-3^2)$ неизменно вызывает оживление и приближает к пониманию, что такой «инструмент» как разность квадратов, должен быть всегда при себе! После этого, проведя небольшое соревнование – кто знает больше формул сокращённого умножения, предлагаем представить в виде произведения двух многочленов выражение x^4+1. Здесь трудно ожидать быстрых предложений, ведущих к решению. Поэтому начинаем постепенно приближаться к нему: а если бы надо было разложить на множители другое выражение, например, x^4+2x^2+1? После того, как это выражение представлено в виде $(x^2+1)^2=(x^2+1)(x^2+1)$, уже вполне вероятно предложение прибавить к исходному выражению и вычесть из него $2x^2$. Получив $(x^2+1)^2-2x^2$, замечаем «почти разность квадратов», после чего делаем последний шаг: $(x^2+1)^2-\left(\sqrt{2}x\right)^2=\left(x^2-\sqrt{2}x+1\right)\left(x^2+\sqrt{2}x+1\right)$. Теперь обязательно возвращаемся к условию задачи и задаём себе вопрос: «Почему не сразу нашли решение?» Ведь всё, что нужно для получения ответа – это две формулы из учебника седьмого класса! А всё дело в том, что обе формулы должны быть в памяти студента, а не только записанными в блокнотик или планшет. Привычка же заглядывать в разного рода шпаргалки очень распространена у студентов. Длительное время она прививалась кабинетами математики со стенами, «украшенными» формулами, учебниками со списками этих формул на первых и последних страницах, да и многими учителями. Плюс работа на сиюминутный результат: получил нужную оценку, написал контрольную и можно забыть. И забывается. Но в вузе студент готовится к профессиональной деятельности, в которой твёрдое и точное знание математических фактов и методов их применения необходимо. Потому что способ решения той или иной практической задачи вырабатывается обычно в результате анализа и синтеза нескольких (иногда многих) сведений, часто из различных разделов математики. Усвоение этих разделов и сведений из них не может достигаться бездумной зубрёжкой. Только вдумчивое решение достаточного количества разнообразных задач и упражнений, по возможности различными способами, даёт студенту надёжный эффективный инструмент для профессиональной деятельности.

Приведём примеры некоторых задач, которые, по нашему мнению, могут побудить студента к неформальному подходу к их решению.

Задача 1. Решите систему $\begin{cases} x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1, \\ x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 = \frac{1}{n}. \end{cases}$

Само условие уже непривычно и способно «отпугнуть». Поэтому, давая задачу для домашней работы, можно обратить внимание, что не указано конкретное значение n. Эта подсказка помогает в поиске решения. Обычно сначала берут $n = 2$ и, найдя из системы $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1^2 + x_2^2 = \frac{1}{2} \end{cases}$ единственное решение $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$, замечают, что при $n = 3$ система $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = \frac{1}{3} \end{cases}$ также имеет решение вида $x_1 = x_2 = x_3 = \frac{1}{3}$, но не ясно, будет ли оно единственным!

Здесь можно предложить *алгебраические* задачи при $n = 2$ и $n = 3$ интерпретировать *геометрически*. При $n = 2$ в системе нужно найти точки пересечения *прямой* $x_1 + x_2 = 1$ и *окружности* $x_1^2 + x_2^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$. При $n = 3$ ищем точки пересечения *плоскости* и *сферы* с центром в начале координат $O(0,0,0)$ и радиусом $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Уравнение плоскости запишем в нормальном виде $\frac{x_1}{\sqrt{3}} + \frac{x_2}{\sqrt{3}} + \frac{x_3}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$ и найдём расстояние от центра сферы до этой плоскости $d = \left|-\frac{1}{\sqrt{3}}\right|$. Так как расстояние оказалось равным радиусу сферы, то эта плоскость − касательная к ней. А поэтому решение $x_1 = x_2 = x_3 = \frac{1}{3}$ – единственное.

Применим теперь к решению задачи при $n = 3$ *векторную* алгебру. Рассмотрим векторы $\vec{a} = \{x_1, x_2, x_3\}$ и $\vec{b} = \{1,1,1\}$. Так как $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (согласно второму уравнению системы), $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, то $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos\varphi = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot cos\varphi = cos\varphi$, где φ – угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$. С другой стороны, $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot 1 + x_2 \cdot 1 + x_3 \cdot 1 = 1$ (согласно первому уравнению). Таким образом, получили $cos\varphi = 1,\ \varphi = 0$, векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны. Поэтому их координаты пропорциональны: $\frac{x_1}{1} = \frac{x_2}{1} = \frac{x_3}{1}$, то есть решение $x_1 = x_2 = x_3$ – единственное. И, наконец, рассмотрев n-мерные векторы $\vec{a} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ и $\vec{b} = \left\{\underbrace{1,1,\dots,1}_{n\text{ единиц}}\right\}$, найдём $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot 1 + x_2 \cdot 1 + \dots + x_n \cdot 1 = 1$, потом $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos\varphi = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2} \cdot \sqrt{n} \cdot cos\varphi = \sqrt{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot cos\varphi = cos\varphi$, получаем $cos\varphi = 1$, $\varphi = 0$, векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны, а поэтому $x_1 = x_2 = \dots = x_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ – единственное решение исходной системы.

Задача 2. Вычислить пределы:

а) $\lim_{x\to 0} \frac{x \cdot cosx + sinx}{x^3}$, б) $\lim_{x\to 0} \frac{x \cdot cosx - sinx}{x^3}$.

Именно предложенные парой эти задачи, на наш взгляд, могут вызвать интерес. Вычисление по правилу Лопиталя-Бернулли даёт значение предела а), равное ∞, а б), равное $-\frac{1}{3}$. Здесь обращаем внимание на то, что в условиях задач а) и б) всё одно и то же, кроме знака перед слагаемым $sinx$, которое стремится к нулю, а различие между пределами бесконечно! Попробуем теперь вычислить оба предела с применением эквивалентных бесконечно малых $sinx$ и x при $x \to 0$. Предел а) снова равен ∞, но предел б) равен $-\frac{1}{2} \neq -\frac{1}{3}$?! Такого рода парадоксы обычно вызывают интерес и попытки разобраться, почему действия по всем правилам математики вдруг приводят к различным результатам. Пользуясь таким интересом, можно обратить внимание на важные для практики детали, которые в других задачах остаются незамеченными. Здесь же, вспоминая разложение синуса в ряд по степеням x: $sinx = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots$, замечаем, что, заменяя $sinx$ на x при $x \to 0$, мы отбрасываем слагаемые третьей и более высоких степеней. Попробуем заменить $sinx$ на $x - \frac{x^3}{3!}$ при $x \to 0$, то есть отбросим слагаемые степени пять и выше. Получаем: $\lim_{x\to 0} \frac{x \cdot cosx - x + \frac{x^3}{6}}{x^3} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{x \cdot cosx - x}{x^3} + \frac{1}{6} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = -\frac{1}{3}\right)$ – как и при непосредственном применении правила Лопиталя-Бернулли! Почему же здесь нельзя $sinx$ заменить эквивалентной бесконечно малой x при $x \to 0$, а в других можно? Объясняем, что обе величины $x \cdot cosx$ и $sinx$ бесконечно малые при $x \to$

0, причём бесконечно малые эквивалентные! А их разность имеет высший порядок малости по отношению к каждой из них. Поэтому порядок погрешности при замене этой разности $sinx$ на x оказался равным порядку самой разности, то есть, слишком большим. Этот пример показывает, насколько осторожным следует быть, например, при округлениях в приближённых вычислениях, содержащих разности в знаменателях дробей, особенно если такие разности фигурируют при компьютерной обработке данных. Для закрепления такой осторожности при пренебрежении одними величинами в сравнении с другими, может, на наш взгляд, послужить такая задача: «Шар радиусом 6400 км (радиус Земли) опоясали лентой по экватору так, что она прилегает вплотную к поверхности. Потом ленту разрезали, удлинили на 10 метров и расположили вдоль экватора так, что между шаром и лентой образовался равномерный зазор. Какой величины предмет может пройти в этот зазор?» Сравнивая первоначальную длину ленты более 40 миллионов метров и добавку в 10 метров, обычно предлагают: волос, лезвие бритвы, а то и атом водорода кажется великоватым. И, найдя из системы $\begin{cases} L = 2\pi R, \\ L + 10 = 2\pi(R + x) \end{cases}$ $x = \frac{5}{\pi} \approx 1{,}59$ м (!), сразу не могут осознать это и ищут подвоха. Тогда можно предложить: так как ответ не зависит от радиуса шара, найти ответ экспериментально (дома), взяв, например, мяч, обмотав его нитью, а потом добавив к ней ещё 10 метров.

Для стимулирования долгосрочного усвоения математических знаний и способов их применения иногда полезно не останавливать работу студентов, избравших правильный, но очень долгий, нерациональный способ решения задачи.

Такие «неожиданные» ситуации оживляют работу, приучают студента к тщательности и осмотрительности, учат сначала «думать», а потом принимать решение, помогают долгосрочному усвоению материала, а также показывают, что не всегда «привычные» выводы правдивы. А кроме того, активизируют познавательную деятельность студентов и подчеркивают значимость математики.

Каждый преподаватель может накопить арсенал подобных средств, продумав, как подать обычный пример из задачника, как «оживить» его. И при этом даже ошибки студентов использовать во благо самих студентов.

Библиографический список

1. Сборник задач по математике для поступающих во втузы: учеб. пособие/ В. К. Егерев и др.; под ред. М. И. Сканави. 6-е изд. М.: «Высш. шк.», 2012. 431 с.

2. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие для втузов/ Д. В. Клетеник. 17-е изд. Санкт-Петербург: Лань, 2014. 224 с.

3. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов/ Б. П. Демидович. Москва: АСТ, 2010. 558 с.

Сведения об авторах:
Владимир Иванович Петрашев
Служебный адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова 46, БГТУ им. В. Г. Шухова, кафедра высшей математики.
Телефон: +7 4722 30-99-06, +7 4722 30-99-01, +7 4722 54-20-87.
E-mail: petrashev_v@mail.ru.
Сайт кафедры: http://pm.bstu.ru/department

Светлана Васильевна Рябцева
Служебный адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова 46, БГТУ им. В. Г. Шухова, кафедра высшей математики.
Телефон: +7 4722 30-99-06, +7 4722 30-99-01, +7 4722 54-20-87.
E-mail: Noelee@yandex.ru.
Сайт кафедры: http://pm.bstu.ru/department.

УДК 378.147

И. Н. Пожаркова
кандидат технических наук, профессор
Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России,
г. Железногорск, Россия

ВНЕДРЕНИЕ ПЕРСОНАЛИЗИРОВАННОГО ОБУЧАЮЩЕГО КОНТЕНТА В ЭЛЕКТРОННУЮ СРЕДУ LMS MOODLE

Аннотация. Представлена методика реализации адаптивных электронных обучающих ресурсов на базе электронной среды LMS Moodle. Рассмотрены особенности формирования индивидуальной образовательной траектории, создания и внедрения персонализированного обучающего контента, предназначенного для изучения теоретического материала, с применением инструментального аппарата LMS Moodle. Выявлены проблемы, ограничивающие возможность использования электронной среды LMS Moodle при реализации адаптивных электронных обучающих ресурсов и предложены пути их решения.

Ключевые слова: адаптивный электронный обучающий ресурс; индивидуальная образовательная траектория; персонализированный обучающий контент; видеолекция; LMS Moodle.

DOI: 10.25206/2307-5430-2019-7-242-250

Адаптивное обучение – это обучающая модель, которая предполагает построение оптимальной образовательной траектории в соответствии с индивиду-