УДК 51:37

**Р. А. Попков**
**С. Е. Мансурова**
Санкт-Петербургский горный университет, г. Санкт-Петербург, Россия

# ИСТИНА И КРАСОТА. О МЕСТЕ МАТЕМАТИКИ В ОБРАЗОВАНИИ СТУДЕНТА ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

**Аннотация.** Авторы анализируют цели и задачи преподавания математики будущим инженерам. Математику стоит понимать как один из языков описания реальности. В этом языке ключевым понятием является понятие доказательства. Однако доказательство должно не только убеждать, но и способствовать пониманию как самой математики, так и описываемого ей мира. Важным свойством математики является её красота, проявляющаяся, прежде всего, в её единстве. Следовательно, в образовательном процессе стоит сделать упор на демонстрацию этой красоты. Вычислительные же задачи важны для привыкания к математическим объектам и формирования на простых примерах алгоритмической культуры.

**Ключевые слова:** философия математики; преподавание математики; доказательство.

**DOI**: **10.25206/2307-5430-2019-7-251-255**

Наверное, каждый преподаватель математики сталкивался с вопросами студентов «А нам это пригодится в жизни?», «Где это можно использовать?» и им подобными. Ответы вида «на экзамене», при всём своём остроумии, скорее играют обратную роль и способствуют изучению математики на уровне «сдал – забыл». Вариации на слова М. В. Ломоносова «Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит» выглядят более красиво и убедительно, однако порождают вопрос, нельзя ли приводить ум в порядок иными способами: разгадыванием ребусов или изучением иностранных языков? Пожалуй, одними из лучших ответов являются реальные примеры использования математических объектов в специальных дисциплинах и вообще в жизни. Минусом таких ответов является то, что примеры обычно бывают довольно упрощёнными и мало соответствуют тому, что реально используется. На наш взгляд, ответ должен заключаться в рассмотрении места математики в мире вообще, а не только в образовательном процессе. Опыт показывает, что если лектор уделяет часть первой лекции такого разговору, то это способствует зарождению или увеличению интереса к математике: студенты спрашивают о том, где можно что-то прочитать, интересуются дополнительными (например, олимпиадными) занятиями. Нередко вопросы о целях и задачах преподавания математики задают не только студенты, но и коллеги с других кафедр, как правило, обеспокоенные несоответствием преподаваемого материала потребностям своей дисциплины.

Я. Б. Зельдович и И. М. Яглом, проанализировав 4 возможных цели изучения математики (успешная сдача экзамена; развитие способностей к абстрактному мышлению и логических навыков; овладение современной вычислительной техникой; применение полученных знаний к изучению реальных явлений в физике, биологии, технических дисциплинах и т.д.), приходят к выводу, что главным в преподавании математики будущим инженерам является именно последний пункт [6]. Однако как будут применяться полученные навыки? Вряд ли кто-то всерьёз считает, что инженер будет вручную искать решение дифференциального уравнения (да и реальное уравнение, вероятно, будет допускать только численное решение) или брать интеграл от тригонометрической функции. Если ему это понадобится, то он, скорее всего, воспользуется каким-нибудь математическим пакетом. И тогда важнее не просто научить получать ответы, а анализировать их на правдоподобие, соответствие физическому смыслу и элементарной логике. Кроме того, можем ли мы быть уверенным, что студент, обучающийся, например, на нефтегазовой специальности, не перейдёт потом на работу в области теплоэнергетики или экономики? Не станет ли для него бесполезным время, потраченное на изучение математики, ориентированное только на нефтегазовую сферу?

Утилитарное отношение к математике является побочным продуктом того, что Е. Вигнер назвал «непостижимой эффективностью математики в естественных науках» [3]. Стоит добавить, что и не только в естественных. Буквально на наших глазах разделы математики, казавшиеся бесполезным в приложениях, оказались востребованы в самых передовых разработках. К сожалению, авторы забыли, где встретили сравнение математики с образом Иисуса Христа в Евангелии от Иоанна. Именно в этом евангелии «Человек с Неба» умывает ноги своим ученикам. Так и математика, будучи царицей, постоянно занимается обслуживанием других дисциплин. В широких кругах уважение к математике обычно и связано с представлением о её полезности. Кстати, это зачастую интуитивное почтение к математике облегчает её преподавание, так как у студента уже есть представление, что это зачем-то нужно (вероятно, с этим и связаны вопросы, а зачем всё-таки нужно). Преподаватели гуманитарных дисциплин в техническом вузе такому пиетету могут только позавидовать. Однако такой утилитарных подход не может объяснить необходимость лекций, проработки теоретического материала и т.п. и сводит изучение математики к набору рецептов: возьми эту формулу, подставь сюда, переставь туда и т.д. Особенно если учесть возможности современных компьютеров.

Нам кажется, что наиболее продуктивным является представление о математике как языке описания реальности. Изучая математику, мы, с одной стороны, говорим на этом языке, с другой – изучаем сам этот язык. В. И. Арнольд считал математику частью физики в том смысле, что это не просто игра символами, а изучение реального мира [1, с. 10]. В обычной ситуации мы описываем её с помощью естественного языка. Однако всё становится гораздо интереснее, если обратиться к поэзии. Так, все прекрасно понимают, что медь с клёнов не льётся, однако трудно не согласиться с тем, что строчка С. Есенина описывает реальность не хуже – лучше! – беспристрастного отчёта. По мнению Ю. Манина математика тоже является своего рода метафорой [5, с. 52–60]. И её метафоричность позволяет взглянуть на некоторые вопросы под особым углом и осветить те грани, которые в иной ситуации находятся в тени. И. М. Кричевер очень красиво сказал, что «математика как очки – делает мир чётче» [10]. Таким образом, любое изучение математики должно способствовать пониманию окружающей реальности. А такое понимание требует и умения отделять истинное от ложного, доказанное от недоказанного, предположение от факта, вероятное от невероятного. Поэтому вопрос о месте математики в техническом вузе не может обойтись без обсуждения базовых математических понятий.

На наш взгляд, ключевым математическим понятием является понятие доказательства. Как отметила группа французских математиков под псевдонимом Н. Бурбаки, «Со времён греков говорить “математика” – значит говорить “доказательство”» [2, с. 23]. Поэтому изгнанию доказательств из курса математики для будущих инженеров не может быть оправданий. Разумеется, доказывать нужно не всё и не всегда. Ограничением является и время, и уровень подготовки студентов. Но что считать математическим доказательством для студента технического вуза? Разумеется, не доказательство как математический объект, изучаемый в теории доказательств. Формальные цепочки, сродни записи шахматной партии, не способствуют ни пониманию, ни интересу к математике. Более того, как отмечает М. Громов, «большинство математиков глухо к мелодиям формальной логики» [4, с. 193]. Логическое мышление должно быть креативным. Даже если мы обратимся к разделам современной математической логики, таким как теория моделей или теория алгоритмов, то увидим, что даже там не обойтись без естественного языка. А его метафорическая природа разрушает «идеальную строгость». Необходимо то, что В. А. Успенский определял как «психологическое» доказательство: то, чтоб убеждает меня настолько, что с его помощью я готов убеждать других [8, с. 7]. Как заметил в одном из своих выступлений В. И. Арнольд, «доказать – не значит понять». Поэтому стоит отдать предпочтение доказательствам, способствующим пониманию. На наш взгляд, в курсе математики должно быть продемонстрировано всё многообразие подходов к доказательству: конструктивное, от противного, по индукции. Если сначала предъявляется некий объект, а потом показывается, что он обладает нужными свойствами, то, с одной стороны, демонстрируется важность экспериментального подхода (надо перебрать несколько вариантов), с другой – инсайта. Однако при такой важности доказательств, нельзя всё свести только к ним. Как отмечает Ю. Манин, «доказательство как таковое является производным от идеи истинности. Но существуют ценности и помимо истины: деятельность, красота, понимание; все они не менее важны при обучении в школе. Учитель (или университетский профессор), этими идеями пренебрегающий, обречен на тяжелую неудачу» [5, с. 59].

Другим важным вопросом является эстетическая составляющая математики. Поэтому необходимо сказать о красоте математики. И здесь весьма уместным кажется сравнение с музыкой. Как говорил Б. Рассел, «чистый математик, как и музыкант, – свободный творец собственного мира упорядоченной красоты» [7, с. 52]. И говоря о музыке, мы вновь приходим к представлению о математике как языке. Так, ноты – формальная запись о музыкальном объекте. Обычная система уравнений – описание на формальном языке геометрических объектов. Дифференциальные уравнения ещё интереснее – за ними стоят образы из окружающего мира, например, волны. За любой математической теорией стоит какая-то реальность. Можно вспомнить, что чёрная дыра изначально появилась как особое решение уравнения. Как предлагал П. Дирак, при построении физической теории нужно отбросить физические представления и строить сначала красивую математическую теорию [9]. Вероятно, каждый сталкивался с тем, как люди могли заворожено смотреть на доску, исписанную математическими формулами, ничего в них не понимая. Аналогично можно созерцать партитуру, ничего не понимания в нотах. Сами эти значки красивы, а интуиция подсказывает, что за ними что-то есть. Человек не может согласиться с тем, что красота бессмысленна, как не может согласиться с тем, что красота утилитарна. Разумеется, у технического вуза нет задачи подготовки чистых математиков. И не всякое знакомство с музыкой является подготовкой профессионального музыканта. Музыкой можно просто наслаждаться. Однако даже малая музыкальная деятельность (несколько аккордов на гитаре) требует определённого труда. Аналогично и с математикой.

На наш взгляд, красота математики проявляется, прежде всего, в её глубочайшем внутреннем единстве. Молодой И. М. Гельфанд ощутил это единство, когда увидел разложения тригонометрических функций в степенные ряды. Огромное впечатление производит формула, объединяющая всю математику через основные константы. Стоит только сожалеть, что большое чисто студентов, познакомившихся с формулой Муавра, не увидели этого частного случая последней. Думается, что стоит акцентировать внимание на тех аспектах, где это единство сильнее всего демонстрируется. Например, решать алгебраические задачи геометрическими методами (обратное обычно в изобилии встречается при изучении аналитической геометрии), геометрические – аналитическими и т.д.

Как при всём сказанном относиться к рутинным вычислениям производных, решению систем линейных уравнений и т.д.? На наш взгляд, и они необходимы.

Во-первых, они позволяют привыкнуть к математическим объектам и не бояться их при встрече в учебниках по специальным дисциплинам. Во-вторых, формируют вычислительную культуру и культуру математических преобразований. Умение эффективно организовать алгоритмический процесс (чёткое выделение исходных данных, искомого результата, поиск оптимального преобразования первого во второе) пригодится студентам не только в математике.

## Библиографический список


1. Арнольд В. И. Что такое математика. М.: МЦНМН, 2002. 104 с.

2. Бурбаки Н. Начала математики. Часть 1. Основные структуры анализа. Кн. 1. Теория множеств. М.: Мир, 1965. 455 с.

3. Вигнер Е. Непостижимая эффективность математики в естественных науках //Успехи физических наук. 1968. Т. 94, Вып. 3. С. 535-546.

4. Громов М. Кольцо тайн: вселенная, математика, мысль. М.: МЦНМО, 2017. 288 с.

5. Манин Ю. И. Математика как метафора. М.: МЦНМО, 2008. 400 с.

6. Прошкин С. С. Некоторые проблемы, возникающие в процессе преподавания математики студентам естественнонаучных специальностей // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. 2013, № 154. С. 164 - 169.

7. Рассел Б. История западной философии. Кн. 1-2. М.: «Миф», 1993. 509 с.

8. Успенский В. А. Простейшие примера математических доказательств. М.: МЦНМО, 2012. 56 с.

9. Арнольд В. И. Сложность конечных последовательностей нулей и единиц и геометрия конечных функциональных пространств: публичная лекция 13 мая 2006 года https://elementy.ru/nauchno-populyarnaya_biblioteka/430178/430281

10. https://kot.sh/statya/4504/matematika-kak-ochki-delaet-mir-chyotche



Сведения об авторах:

Роман Андреевич Попков

Служебный адрес: 199406, Санкт-Петербург, Малый проспект В.О., дом №83, Инженерный корпус, 506.

E-mail: r-popkov@yandex.ru. AuthorID: 918716.

Светлана Евгеньевна Мансурова

Служебный адрес: 199406, Санкт-Петербург, Малый проспект В.О., дом №83, Инженерный корпус, 506.

E-mail: math.2015@yandex.ru. AuthorID: 11312.