УДК 378.09

А.Л. Анисимов
кандидат физико-математических наук, доцент
Т.А. Бондаренко
кандидат педагогических наук, доцент
Г.А. Каменева
кандидат педагогических наук, доцент
Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, г. Магнитогорск, Россия

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОБОДНЫХ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ И ИХ СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Аннотация. Развитие современных средств для выполнения вычислений, совершенствование имеющихся и появление новых математических пакетов приводят к необходимости совершенствования методики преподавания математики в техническом вузе. В статье проведен сравнительный анализ наиболее известных и распространенных как платных систем компьютерной алгебры или CAS, так и свободных. Ставится вопрос о целесообразности использования в вузах свободных САК.

Опираясь на многолетний опыт преподавания математики в вузе, авторы формулируют позицию о совмещении преподавания математики с программированием в СКА. Знакомство студентов с различными СКА необходимо проводить уже на первых этапах обучения, что позволяет решить проблему мотивации к изучению предмета, преодолеть рутинность вычислений. Но программирование в СКА должно являться предметом изучения отдельной учебной дисциплины и должно осуществляться после изучения основных разделов курса высшей математики.

Ключевые слова: системы компьютерной алгебры; методика преподавания математики; математические пакеты.

DOI: 10.25206/2307-5430-2020-8-14-19

Уровень развития современных средств выполнения вычислений давно вышел за границы возможностей технического калькулятора. Современная методика обучения математике в техническом вузе должна учитывать и активно использовать созданные средства, позволяющие минимизировать рутинные вы-

числения и действия. Современный инженер должен уметь грамотно пользоваться доступными вычислительными и техническими средствами, позволяющими быстро и без ошибок получить нужный результат.

Авторы считают, что первое знакомство с такими средствами может и должно происходить уже на первом курсе, и изучение возможностей современных систем компьютерной алгебры должно стать неотъемлемой частью занятий по математике.

В современном Интернет-пространстве имеется многообразное количество как платных, так и свободных СКА (систем компьютерной алгебры или CAS).

Наиболее известные и распространенные платные СКА, это:

- Wolfram Mathematica. Очень мощный пакет, охватывает практически все разделы учебного курса математики (символьные вычисления, решение уравнений и систем, дифференциальное и интегральное вычисления и многое другое). Имеет обширную систему документации и более 150000 разобранных примеров. Может использоваться не только в обучении, но и в промышленных условиях. Система Mathematica построена так, чтобы быть подключенной ко всему: файловым форматам (более 180), другим языкам, Wolfram Data Drop, API, базам данных, программам, интернету, устройствам и даже распределённым копиям самой себя. Имеется мобильные приложения (Wolfram Player). – Стоимость 1 лицензии Desktop – $898, для студентов – $161. Использование этих приложений в преподавании описано в работах [1], [2]. Имеет встроенный язык программирования, позволяет использовать дополнительные пакеты.

- MapleSoft Maple. Тоже очень мощный пакет, охватывает практически все разделы учебного курса математики (символьные вычисления, решение уравнений и систем, дифференциальное и интегральное вычисления и многое другое). Статей об использовании в преподавании очень много, например, [3], [4], [5]. Простая пользовательская лицензия – $995, студенческая – $99. Символика математических выражений наиболее близка к общепринятой (аргументы функций—в круглых скобках, индексы массивов—в квадратных и т.д.). Имеется много учебников по различным версиям, в т. ч. на русском языке. Есть встроенный язык программирования и много дополнительных пакетов.

- MathWorks MatLab. (сокращение от англ. «Matrix Laboratory») –пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений и одноимённый язык программирования. Стоимость 1 лицензии – $940, студенческой –$29. Использование этих программ рассматривается в статьях [6], [7]. В основном ориентирован на действия с матрицами и векторами. Но есть и другие возможности: многочлены и интерполяция, математическая статистика и ана-

лиз данных, дифференциальные уравнения и др. Часть этих функций доступна в ядре пакета, а часть – в дополнительных пакетах. Применяется не только в обучении, но и в практических приложениях. Уступает в части математических возможностей двум предыдущим. Имеется документация, в т. ч. и на русском.

Наиболее известные и распространенные свободные СКА, это:

- Сайт wolframalpha. https://www.wolframalpha.com/. Авторы описывают wolframalpha не как СКА, а как базу знаний. Действительно, wolframalpha содержит информацию не только по точным наукам: математике, физике, химии, но и по гуманитарным. Для обучения математике может использоваться работа с матрицами, векторами, производными интегралами, построение графиков, решение систем и так далее. Кроме того, возможно получение пошагового решения задач, с выдачей промежуточных результатов. Имеется обширный справочный материал не только по самому пакету, но и по математическим функциям, формулам, теоремам. Имеется большое количество документации и статей [1], [8]. Не все возможности доступны без регистрации, для полного использования требуется зарегистрироваться (стоимость на месяц – $11, для студентов – $9). На самом сайте программирование не предусмотрено, но есть https://www.wolfram.com/programming-lab/?source=nav.

- Maxima. Система для работы с символьными и численными выражениями, включающая дифференцирование, интегрирование, решение алгебраических уравнений и их систем, работа с многочленами, множества, списки, векторы, матрицы. Maxima производит численные расчеты высокой точности, используя точные дроби, целые числа и числа с плавающей точкой произвольной точности. Система позволяет строить графики функций и статистических данных в двух и трех измерениях. Количество документации и статей значительно меньше, чем у предыдущих, например, [1], [9]. Интерфейс также уступает интерфейсу программ Mathematica и Maple. Имеется свой язык программирования, совместимый с MatLab. Maxima полностью бесплатна.

- Sage (с английского 'Мудрец'). Система компьютерной алгебры, позволяющая решать задачи по многим разделам математики, включая алгебру, комбинаторику, вычислительную математику и математический анализ. Использовать Sage можно как обычное приложение, которое можно загрузить бесплатно с официального сайта программы, или же как веб-сервис, доступный через веб-интерфейс Sage Notebook. Существует официальная документация на русском языке - перевод с английского оригинального пособия. Sage может соперничать с некоторыми коммерческими конкурентами, такими как, например, MATLAB. Но уступает Maple и Mathematica в удобстве использования и возможностях. Но литературы об использовании Sage гораздо меньше [10].

Анализ статей по теме использования математических пакетов в преподавании математике студентам технических направлений подготовки показал, что чаще всего используются коммерческие программы Mathematica, Maple, Matlab и другие. Свободные программы менее популярны, хотя и здесь есть приоритеты. Например, Sage используются гораздо реже, чем Maxima или WolframAlpha.

Однако, свободные программы являются единственной альтернативой, если у ВУЗа нет средств на покупку платных пакетов.

В последнее время прослеживается тенденция совместить преподавание математики в техническом вузе с программированием в СКА, начиная с первого курса. В результате такого подхода время, отводимое на изучение самой математики, существенно сокращается. Проведённые опросы и наблюдения показали, что первокурсники не умеют даже математический текст набрать корректно, без ошибок. Итогом являются неправильные ответы, недостоверность которых студент не замечает, поскольку не привык контролировать результаты, полученные с помощью технических средств. Авторы считают, что программирование в СКА является предметом изучения отдельной учебной дисциплины и должно осуществляться после изучения основных разделов курса высшей математики. Переход к вспомогательным техническим средствам оправдан только после того, как будут сформированы чёткие представления у студентов об основных понятиях высшей математики и их свойствах, будут поняты и освоены алгоритмы решения типовых и ключевых задач. Студент должен получить сначала чёткое представление о роли и возможностях математики в решении профессиональных технических задач.

Авторы в процессе преподавания математики использовали свободно распространяемые СКА, такие как WolframAlpha или Maxima. Использование их на занятиях не было приоритетом. Они выступали в роли дополнительных средств обучения, позволяющих повысить познавательную активность студентов путём стимулирования интереса к Интернет-ресурсам. Студенты в любом случае найдут какие-нибудь online-калькуляторы. Задача преподавателя в этом случае – научить грамотно пользоваться имеющимися средствами и научить правильно трактовать полученные результаты. Знакомство с некоторыми из перечисленных средств происходит на первых этапах обучения.

Анализ результатов учебной деятельности показал, что такая методика преподавания эффективна, знакомство студентов с различными СКА необходимо проводить уже на первых этапах обучения, что позволяет решить проблему мотивации к изучению предмета.

Библиографический список

1. Байбисенова А. А., Гамалий Д. А., Рождественская Е. А. Использование Wolfram Alpha для решения задач курса высшей математики технического вуза // *Научно-методический электронный журнал «Концепт»*. – 2017. – Т. 39. – С. 2736–2740. – URL: http://e-koncept.ru/2017/970874.htm.

2. Будовская Л. М., Тимонин В. И. Использование компьютерных технологий в преподавании математики. *Инженерный журнал: наука и инновации*. – 2013. - вып. 5. URL: http://engjournal.ru/catalog/pedagogika/hidden/736.html

3. Котюргина А. С., Никитин Ю. Б., Федорова Е. И. Использование программы Maple в курсе высшей математики // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2018. – № V12. URL: http://e-koncept.ru/2018/186119.htm

4. Шевченко А. С. Использование математического пакета Maple при проведении лабораторных работ по курсу «Численные методы» // Молодой ученый. – 2015. – № 9. – С. 1222–1225. — URL https://moluch.ru/archive/89/17707/ (дата обращения: 16.02.2020).

5. Шевченко А.С. Использование математического пакета Maple при изучении раздела «Теория игр» // Современные научные исследования и инновации. – 2015. – № 11 [Электронный ресурс]. URL: http://web.snauka.ru/issues/2015/11/60003 (дата обращения: 02.02.2020).

6. Власова Е. А., Меженная Н. М., Попов В. С., Пугачев О. В. Использование математических пакетов в рамках методического обеспечения вероятностных дисциплин в техническом университете // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: физика-математика. – 2017. - № 4. – С. 114 – 128. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-matematicheskih-paketov-v-ramkah-metodicheskogo-obespecheniya-veroyatnostnyh-distsiplin-v-tehnicheskom-universitete (дата обращения: 16.02.2020)

7. Анисимова Г. Д., Евсеева С. И., Мышлявцева М. Д., Мышлявцев А. В. Применение Матлаб в преподавании математики в техническом вузе // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2017. –№ 5. – С. 17–23.

8. Маренич А. С. Использование WolframAlpha в преподавании математики в техническом вузе // Машиностроение и компьютерные технологии, МГТУ им. Баумана. – 2015. № 6. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-wolframalpha-v-prepodavanii-matematiki-v-tehnicheskom-vuze

9. Юдин С.В., Румянцева И.И., Степанов В.Г., Степанова Т.В., Якушин Д.И. Опыт использования программ MAXIMA и GRETL в преподавании математики и эконометрики // Современные наукоемкие технологии. – 2016. – № 2-

3. – С. 447–452; URL: http://top-technologies.ru/ru/article/view?id=35650 (дата обращения: 16.02.2020).

10. Зобнин А.И., Соколова О.В. Компьютерная алгебра в системе SAGE: Инернет-издание. – 2013. – С. 80. URL: http://halgebra.math.msu.su/practicum/practicum-book.pdf

Сведения об авторах:

Анисимов Александр Леонидович

E-mail: aanisimov@yandex.ru; ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7247-9194.

Бондаренко Татьяна Алексеевна

E-mail: bondarenko_ta@mail.ru; ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-6760-3250.

Каменева Галина Анатольевна

E-mail: kameneva_galina@mail.ru; ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7753-5925.