УДК 510.589

О. В. Опалихина
кандидат технических наук, доцент
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, г. Санкт-Петербург, Россия

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОДВИЖНЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Аннотация. В статье рассматривается реализуемый в Wolfram Mathematica метод подвижных клеточных автоматов, анализируется возможность применения данного метода при исследовании динамических систем. Метод подвижных клеточных автоматов использует правило 30, с помощью которого в компьютерной среде Wolfram Mathematica генерируются псевдослучайные числа. В статье приводятся результаты мониторинга студентов технических направлений, при обучении которых изучение методов дискретной математики, моделирования и расчета сочеталось с применением компьютерной среды Wolfram Mathematica. Освоенные в процессе обучения профессиональные компетенции дают возможность выпускникам технических вузов решать прикладные инженерные задачи, разрабатывать информационное, математическое, алгоритмическое и техническое обеспечение проектируемых изделий.

Ключевые слова: компьютерная среда Wolfram Mathematica; метод подвижных клеточных автоматов; генерация последовательности псевдослучайных чисел.

DOI: 10.25206/2307-5430-2020-8-204-209

Цифровизация наукоемких производств требует от выпускников высших технических учебных заведений при разработке информационного, математического, алгоритмического и технического обеспечения проектируемых изделий владения навыками математического моделирования и расчета с использованием современных компьютерных технологий. Формирование профессиональных компетенций невозможно без фундаментальных логических знаний, которые должны получить обучающиеся на младших курсах в результате освоения математических дисциплин [1]. Особую роль в этом случае играет изучение дискретной математики и компьютерных технологий. Применение на аудиторных занятиях цифровых средств обучения, построение образовательного процесса на базе современных компьютерных технологий помогает студентам приобрести знания и навыки, необходимые при освоении специальных дисциплин на старших курсах и решении прикладных инженерных задач. С этой целью в рамках промежуточной аттестации проводился мониторинг студентов старших курсов. Для мониторинга были выбраны две группы обучающихся с различным уровнем базовых знаний (удовлетворительный, хороший, отличный). Каждая группа была разделена на три подгруппы в соответствии с этими уровнями. В первую группу входили студенты, практические занятия с которыми проводились без использования цифровых средств обучения, а во второй группе были студенты, обучение которых проводилось на базе компьютерного класса. Мониторинг показал, что лучшие результаты при освоении технических дисциплин получили студенты, изучившие методы дискретной математики, владеющие навыками математического моделирования и работы в компьютерной среде Wolfram Mathematica (рис. 1).

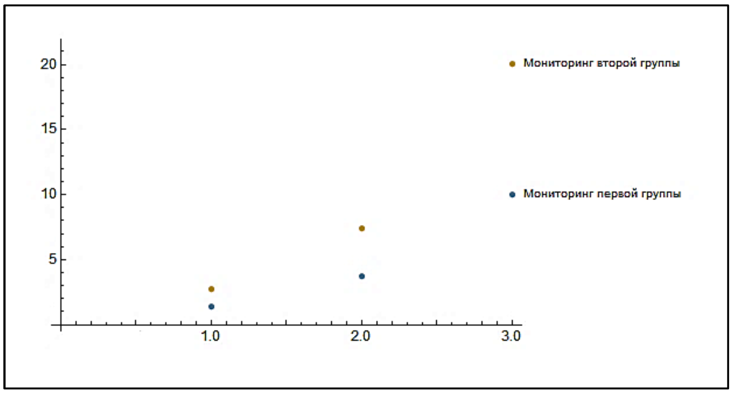


Рис.1. Результаты мониторинга

Простейший клеточный автомат – это одномерная бинарная дискретная модель. Состояние клетки в каждый момент времени зависит только от ее состояния и от состояний смежных с ней клеток в предыдущие моменты времени. Существует 256 вариантов простейших клеточных автоматов. Стивен Вольфрам предложил называть их числами от 0 до 255. Номер правила 30 используется в Wolfram Mathematica для генерации псевдослучайных чисел. Его основу составляет бинарный клеточный автомат, т. е. автомат с двумя состояниями «0» и «1» (рис.2). Такой автомат порождает хаотичные результаты, что и позволяет использовать его для генерации псевдослучайных чисел. Пример физической реализации этого правила – конусообразный моллюск.

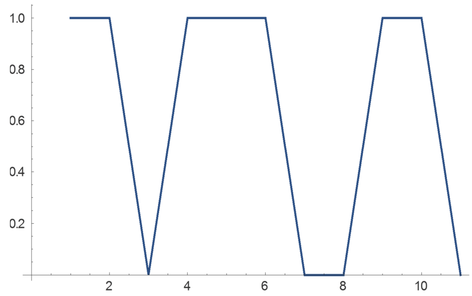


Рис. 2. Линейный график клеточного автомата

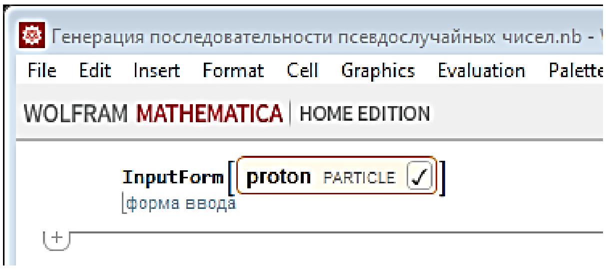


Рис.3. Задание физических величин

Известно, что последовательность чисел называется истинно случайной, если воспроизвести ее невозможно. Для генерации истинно случайных чисел можно использовать различные физические явления: квантовые процессы, размножение и деление клеток, тепловой шум и т. п. Для задания физических величин в Wolfram Mathematica применяется синтаксис *Input Form* (рис. 3).

Генерируемые компьютерной системой последовательности являются псевдослучайными. Генератор псевдослучайных чисел, принимая начальное значение, порождает последовательность чисел и является функцией либо начального значения, либо предыдущего числа последовательности. Если известно начальное числовое значение, передаваемое генератору, можно снова сгенерировать эти числа. Пусть известно начальное значение {1,1,0,1,1,1,0,0}. Запишем следующий программный код:

```
In []:= CellularAutomaton[30,{1,1,0,1,1,1,0,0},3]//MatrixForm
```

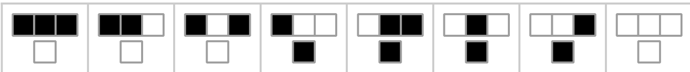
Получим результат:

Out[] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Функция клеточный автомат *CellularAutomation*[*rule*,*init*,*t*] генерирует список, реализующий эволюцию клеточного автомата с заданным правилом *rule* с учетом исходного условия (*init*) для задаваемого числа шагов *t*. Генерирование плана для определенного правила осуществляется при помощи функции *Rule Plot*:

In[ ]:= RulePlot[CellularAutomation[30]]

Out[ ]

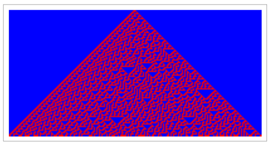


При генерации последовательности псевдослучайных чисел необходимо сделать так, чтобы ее было невозможно отличить от случайной, и она обладала большим периодом [u, 1000 -> i]. Данные последовательности должны подчиняться закону равномерного распределения.

Зададим клеточный автомат 30 от точки:

In[]:=ArrayPlot[CellularAutomaton[30, {{1}, 0},100], ColorRules -> {1 -> Red, 0 -> Blue}]

Out[ ]=



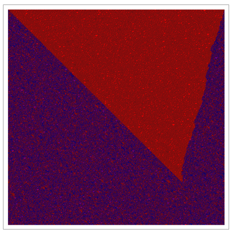
Теперь используем случайное целое число u = RandomInteger[1, 1000]:

In[1]:=With[{u = RandomInteger[1, 1000]},
ArrayPlot[Sum[(-10)^i CellularAutomaton[30/2,ReplacePart[u,1000-> i], 1000], {i, 0, 1}], ColorRules -> {1 -> Blue, 0 -> Red}]]

In[2]:=With[{u = RandomInteger[1, 1000]},
ArrayPlot[Sum[(-10)^i CellularAutomaton[30, ReplacePart[u, 1000 -> i], 1000],
{i, 0, 1}], ColorRules -> {1 -> Blue, 0 -> Red}]]

Out[1]=

Out[2]=



С помощью подобного кода можно моделировать динамику деформируемого твердого тела, исследовать поведение динамических систем.

Запишем формулу бинома Ньютона

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k, \qquad (1)$$

где a, b – отличные от нуля действительные целые числа; C_n^k – биномиальные коэффициенты.

Биномиальные коэффициенты C_n^k формулы (1) образуют одну строку в треугольнике Паскаля. Значения биномиальных коэффициентов C_n^k можно последовательно определить из треугольника Паскаля [4]. Каждый коэффициент получается сложением стоящих над ним (справа или слева) коэффициентов.

Для всех целых неотрицательных чисел n и k функция C_n^k имеет вид

$$C_n^k = \begin{cases} \frac{n!}{k!(n-k)!} & 0 \le k \le n, \\ 0 & 0 \le n < k. \end{cases} \qquad (2)$$

Шаблон, создаваемый клеточным автоматом, напоминает табличное представление биномиальных коэффициентов C_n^k. По своей сути треугольник Паскаля – это клеточный автомат, который можно реализовать по одному из правил Стивена Вольфрама. Свойства треугольника Паскаля используются при решении задач комбинаторики и вычислительной механики. Определим биномиальные коэффициенты при n=3, k=0…3.

Используя формулу бинома Ньютона (1), запишем

$$(a+b)^3 = C_3^0 a^3 b^0 + C_3^1 a^2 b^1 + C_3^2 a^1 b^2 + C_3^3 a^0 b^3. \qquad (3)$$

Зададим треугольник Паскаля, записав следующий код:

In[]:=Column[Row[#, ""] & /@ Table[Binomial[n, k], {n, 0, 10}, {k, 0, n}], Center]

In[]:=Column[Table[Binomial[n, k], {n, 0, 10}, {k, 0, n}], Center]

Out[]=

```
                1
               11
               121
              1331
              14641
            15101051
           1615201561
          172135352171
         18285670562881
       193684126126843691
    110451202102522101204510 1
```

Биномиальными коэффициентами формулы (3) будут числа, соответствующие четвертой строке треугольника:1 3 3 1.

Используя код Wolfram Mathematica, можно значительно сократить время вычисления, когда при решении комбинаторных задач сочетания требуется определить значения биномиальных коэффициентов при $n \geq 3$.

Мониторинг студентов старших курсов технических направлений показал, что внедрение в образовательный процесс цифровых средств обучения и современных компьютерных технологий позволяет на 50% сократить время, затрачиваемое студентами на выполнение расчетных заданий и курсовых работ, способствует формированию профессиональных компетенций, которые дают возможность выпускникам технических вузов решать прикладные инженерные задачи, разрабатывать информационное, математическое, алгоритмическое и техническое обеспечение проектируемых изделий.

Библиографический список

1.Опалихина О.В. Прикладные аспекты математической теории устойчивости //Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2019. – № 7. – С. 226–231.

2. Wolfram S.A New Kind of Science. USA:Wolfram Media Inc., 2002. 1197 p.

3. Wolfram S. An elementary introduction to the Wolfram Language. Second Edition. USA: Wolfram Media Inc., 2017. 340 p.

4.Иванов О.А., Фридман Г.М. Дискретная математика и программирование в Wolfram Mathematica. – СПб.: Питер, 2019. – 349 с.

Сведения об авторе:

Ольга Викторовна Опалихина

Служебный почтовый адрес: 190000, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, 67; e-mail: sokosapsa@mail.ru; spin-code: 1355-3342.

Научные интересы автора: микромеханические датчики давления, вибродиагностика роторных систем, цифровая обработка механических колебаний.