

И.В. Сухорукова

доктор экономических наук, профессор

Н.А. Чистякова

кандидат физико-математических наук, доцент

Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова,

г. Москва, Россия

ФОРМИРОВАНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ГЛАВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ТВИМС ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КОНКУРЕНТНОСПОСОБНОСТИ ВЫПУСКНИКОВ

Аннотация. Предлагается методика формирования дополнительных глав факультативной дисциплины по математической статистике, продолжающей краткий типовой курс теории вероятностей и математической статистики. Даны методические рекомендации преподавания такой дисциплины для технических, прикладных математических и экономико-математических специальностей.

Ключевые слова: закон распределения; оценка; асимптотическое распределение; метод максимального правдоподобия; доверительный интервал; критерий проверки гипотез.

DOI: 10.25206/2307-5430-2020-8-243-248

Целью данной работы является описание опыта преподавания в новом формате вероятностно-статистических дисциплин для направлений «Экономика» и «Прикладная математика и информатика» на факультете ИЦЭиИТ (институт цифровой экономики и информационных технологий) в РЭУ им. Г.В.Плеханова. Традиционно обучение ранее проходило в течение года в виде двух дисциплин по теории вероятностей и по математической статистике. Они были связаны едиными требованиями и сквозной индивидуальной расчетно-аналитической работой в двух частях. С 2018-2019 учебного года на направлении «Экономика», а с 2020-2021 учебного года и на направлении «Прикладная математика и информатика» обучение было сокращено вдвое с соответствующей деградацией материала. В то же время вряд ли нужно доказывать практическую значимость теории вероятностей и математической статистики. Вероятностно-статистические методы присутствуют практически во всех современных науках, поэтому очевидна необходимость их интенсивного использования и детального изучения. [1-3]. В качестве компенсации в учебный план направления «Экономика» была включена факультативная дисциплина «Методы математи-

ческой статистики» для пожелавших углубить свое образование студентов. Она же может быть использована как основа для формирования курса повышения квалификации в рамках системы дополнительного образования. [4-7]. По двух-летнему опыту работы можно сказать, что дисциплина востребована, заинтересованные студенты выбирают ее для изучения, стремясь расширить свои компетенции и получить новые возможности в последующем трудоустройстве.

При работе в таких рамках, мы предлагаем концепцию формирования рабочей программы дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» типовой краткой структуры и преемственной факультативной дисциплины «Методы математической статистики» для углубленного изучения методов статистического исследования. Целью такого подхода является выработка продвинутых навыков работы с эффективными алгоритмами и применение их к широкому кругу практически значимых статистических распределений.

Учебный план для указанных контингентов закладывает на дисциплину «Теория вероятностей и математическая статистика» 14 лекций и 20 семинаров при 72 часах самостоятельной работы и на дисциплину «Методы математической статистики» 7 лекций и 6 семинаров при 80 часах самостоятельной работы. Приведем изучаемые темы и их содержание для дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

Таблица 1

*Темы и их содержание для дисциплины
«Теория вероятностей и математическая статистика»*

| | |
|----------------------------------|---|
| Тема 1 Теория случайных событий. | Случайные события, пространство элементарных событий. Вероятность, аксиомы А.Н.Колмогорова. Элементы комбинаторики. Свойства вероятности. Условная вероятность события. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса. |
| Тема 2 Схема испытаний Бернулли | Биномиальный закон распределения. Предельные теоремы для вычисления вероятностей, связанных с испытаниями Бернулли. |
| Тема 3 Случайные величины | Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения и функция распределения. Их свойства. Квантили. Начальные и центральные моменты случайных величин, их свойства. Типовые законы распределения: биномиальный, Пуассона, геометрический, равномерный, показательный, нормальный, Парето. Векторные случайные величины, их частные и условные законы распределения. Независимые случайные величины. Ковариация и коэффициент корреляции. |

| | |
|--|---|
| Тема 4 Предельные теоремы | Сходимость по вероятности. Законы больших чисел. Сходимость по распределению. Центральная предельная теорема. |
| Тема 5 Основные статистические понятия и статистические оценки. | Характеристики описательной статистики. Статистические оценки вероятностных показателей и параметров, их свойства. Метод моментов, метод наибольшего правдоподобия. |
| Тема 6 Доверительное оценивание и критерии проверки гипотез для параметров нормального закона. | Понятие доверительного интервала для неизвестного параметра. Построение доверительных интервалов для параметров нормального закона. Статистическая гипотеза. Виды альтернатив и критических областей. Схема проверки гипотез для параметров нормального закона. |

Темы и их содержание для дисциплины «Методы математической статистики» развивают и дополняют изученные статистические методы.

Таблица 2

*Темы и их содержание для дисциплины
«Методы математической статистики»*

| | |
|--|---|
| Тема 1 Точечное статистическое оценивание параметров. | Точные и асимптотические свойства точечных оценок. Два семейства законов распределения – законы экспоненциального типа и нерегулярные законы. Методы поиска оптимальных оценок параметров этих законов и исследование свойств оценок. |
| Тема 2 Интервальное оценивание параметров | Методы построения доверительных интервалов по центральной статистике, по точечной оценке параметра, специальные методы построения доверительных интервалов для параметров нерегулярных законов распределения. Методы построения асимптотических доверительных интервалов. |
| Тема 3 Проверка параметрических статистических гипотез | Метод построения наиболее мощного критерия проверки простых гипотез. Оптимальные критерии проверки гипотез с односторонними альтернативами. Критерии проверки гипотез с двусторонней альтернативой. Критерии проверки гипотез при наличии мешающих параметров. |

Дадим комментарии к последнему тематическому плану. Узловая тема 1 развивает методы получения качественных оценок неизвестных параметров и их свойств. Полный набор свойств существенно шире, чем в предшествующей

дисциплине. Он включает состоятельность, точный и асимптотический законы распределения оценки, ее точные и асимптотические числовые характеристики, свойства несмещенности и асимптотической несмещенности, оптимальности и асимптотической оптимальности. Существенную роль в исследовании точных свойства оценок играет устойчивость распределения по параметру, которая исследуется с помощью введения производящих функций моментов. Для исследования асимптотических свойств оценок формулируются дополнительные теоремы о сходимости по вероятности и по распределению последовательностей случайных величин и функций от них. Среди них весомую значимость приобретают теоремы об асимптотической нормальности функций от асимптотически нормальной последовательности.

Помимо этого, вводятся два больших семейства распределений. Первое семейство – законы экспоненциального типа [8]. Случайная величина ξ имеет k -параметрический закон распределения экспоненциального типа, если он имеет следующую структуру

$$p_{\xi}(x|\theta) = \exp\left\{\sum_{i=1}^k A_i(\theta)B_i(x) + C(\theta) + D(x)\right\}, \quad x \in X, \theta \in \Theta.$$

где $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ – векторный параметр, $x = (x_1, x_2, \dots, x_l)$ – значение ξ , причем множество X возможных значений ξ , не зависит от параметра θ , Θ – k -мерное параметрическое пространство; $A_i(\theta)$, $C(\theta)$, $B_i(x)$, $D(x)$ – функции, определенные на Θ и X соответственно. Второе рассмотренное семейство распределений – законы с функцией распределения двух возможных видов $F_{\xi}(x|\theta) = \frac{h(x)}{h(\theta)}$, $a < x \leq \theta$, или $F_{\xi}(x|\theta) = 1 - \frac{h(x)}{h(\theta)}$, $\theta \leq x < b$, где неизвестный параметр обозначен θ . Назовем их законами с носителем, зависящим от параметра. Для этих семейств алгоритм получения оценок методом максимального правдоподобия и оптимальных оценок может быть существенно упрощен при выполнении необходимых ограничений. Кроме того доказываются теоремы о свойствах этих оценок и функций от них. Такой подход, позволяет рассмотреть широкое множество практически значимых распределений (около 30 законов) и получить весомые результаты, экономя время за счет универсальности алгоритмов. Хорошим подспорьем в работе является использование справочников по распределениям, мы использовали справочник [9].

Тема 2 посвящена построению доверительных интервалов для параметров распределений и функций от них. При этом результаты темы 1 позволяют расширить набор методов их построения, а также охватить ими существенно более широкое множество распределений. Строятся интервалы разных видов – одно-

сторонние, центральные, точные, асимптотические. Используются методы построения по центральной статистике, по точечной оценке параметра, рассматриваются 4 алгоритма асимптотического интервального оценивания с опорой на асимптотические свойства оценки параметра (включая случай «мешающих параметров»). В случае законов экспоненциального типа гарантированно алгоритмируется получение асимптотических интервальных оценок, построение точных интервалов существенно зависит от конкретного распределения и требует индивидуального подхода. Для законов распределения с носителем, зависящим от параметра, доказываются универсальные алгоритмы получения точных интервальных оценок параметра, поэтому асимптотические интервалы в данном случае неактуальны.

Тема 3 посвящена проверке параметрических статистических гипотез. Основное внимание уделяется построению оптимальных (наиболее мощных и равномерно наиболее мощных) критериев с помощью фундаментальной леммы Неймана-Пирсона и ее обобщения. Так же, как в теме 2, оценки параметров и широкий круг их свойств позволяют построить точные и асимптотические, оптимальные и неоптимальные критерии для практически значимых распределений, в том числе с «мешающими параметрами».

В заключение отметим, что в рамках факультативной дисциплины или дисциплины дополнительного образования целесообразно сокращать доказательства рабочих теорем, но при этом строго и исчерпывающе формулировать алгоритмы решения, демонстрируя методы анализа на практических примерах распределений.

Для закрепления практических навыков анализа можно методом имитационного моделирования сформировать выборку для конкретного распределения с заранее известными параметрами (индивидуальную для каждого студента). В процессе освоения каждой темы слушатели могут получать практические результаты на основе этой выборки и сравнивать их с теоретическими данными. В текущий контроль по дисциплине целесообразно вынести аттестацию работы студента с такой выборкой. Примерные задания можно сформулировать в следующем виде.

1. Найдите методом максимального правдоподобия оценку параметра распределения, сравните ее с теоретическим значением параметра. Найдите конечные и асимптотические свойства оценки.

2. Для параметра закона распределения постройте точный и асимптотически доверительные интервалы надежности $\gamma = 0.95$. Накрывают ли они истинное значение параметра?

3. Постройте оптимальный критерий для проверки гипотез $H_0 : \theta > \theta_0 \Leftrightarrow H_1 : \theta \leq \theta_0$. В качестве θ_0 возьмите истинное значение параметра и при $\alpha = 0.05$ проверьте гипотезы. Найдите функцию мощности и постройте ее график.

Предложенный курс обеспечит студентов материалами, которые значительно усиливают математическую подготовку выпускников, расширяют рамки традиционного обучения, выводя их на новый рубеж. Методическое обеспечение курса оптимизирует систему взаимодействия между преподавателем и студентами. Указанные обстоятельства способствуют повышению конкурентноспособности выпускников на современном рынке труда.

Библиографический список

1. Власов Д.А. Цифровые технологии и продукты в контексте прикладной математической подготовки экономиста // Актуальные проблемы математического образования в школе и вузе: матер. X международной научно-практической конференции (Барнаул, 24-25 октября 2019 г.). – Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет. – С. 79–83.

2. Рыжкова Т.В. Математическая модель производственной функции в комплексной форме // Вестник МГТУ Станкин. – 2016. – № 3 (38). – С. 97–101.

3. Sukhorukova I.V., Chistyakova N.A. Mathematical model for assessing environmental risk // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. DOI: 10.1088/1757-899X/828/1/012027

4. Мушруб В.А., Выборнов А.Н., Выборнова И.И. О методологии преподавания финансовой математики в условиях перехода к ФГОС 3++ // Инновации и инвестиции. – 2018. – № 2. – С. 265–270.

5. Власов Д.А., Синчуков А.В. Возможности WOLFRAM-технологий в обучении элементам теории вероятностей студентов экономического бакалавриата. Научные исследования и разработки // Социально-гуманитарные исследования и технологии. – 2019. – Т. 8. № 3. – С. 59–67.

6. Усачева Т.В., Королев Ю.С. Применение методов теории исследования операций при чрезвычайных ситуациях // Применение математических методов к решению задач МЧС России: сб. тр. XXX Международной научно-практической конференции. 2020. С. 45–48.

7. Сухорукова И.В., Чистякова Н.А. Методические подходы преподавания актуарной математики // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2019. – № 7. – С. 310–314.

8. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2014.

9. Соколов Г.А., Чистякова Н.А. Справочное пособие по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2007.

Сведения об авторах:

Ирина Владимировна Сухорукова
E-mail: suhorukovaira@yandex.ru.

Наталья Александровна Чистякова
E-mail: chistna@mail.ru.

