

Г.В. Ваныкина

кандидат педагогических наук, доцент

Т.О. Сундукова

кандидат педагогических наук, доцент

Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого,
г. Тула, Россия

ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ВУЗЕ ЧЕРЕЗ МАТЕМАТИЗАЦИЮ КОНТЕКСТА ЗАДАЧИ

Аннотация. В процессе обучения математическому моделированию преподаватели предлагают способы соединения математики с реальным миром, в частности, на основе решения практико-ориентированных задач с использованием реальных данных из предметных областей, что определило актуальность. Цель – выполнить систематизацию эмерджентных моделей, представленных в зарубежных исследованиях и направленных на математизацию контекста задачи. Задачи: выполнить анализ научной литературы по преподаванию математического моделирования, выделить проблемы в усвоении материала студентами, предложить модели построения учебных решений. Одним из способов преодоления данного противоречия можно рассматривать преподавание моделирования через математизацию контекста.

Ключевые слова: высшее образование; математическое моделирование; математизация контекста; метапредметные связи математики.

DOI: 10.25206/2307-5430-2020-8-46-51

Введение. Демонстрация связи контента и методов образовательной области с реальным миром рассматривается как важнейший результат обучения в вузе. Наиболее ярко такая связь проявляется при обучении математике и математическому моделированию [1, 2], так как повышает понимание студентами проявления законов математики в реальном мире, повышает мотивацию к изучению предмета и помогает студентам применять математику в дальнейшей профессиональной деятельности [1].

В математике возможны различные способы установления связей с реальным миром [1], включая использование аналогий, использование словесных задач, проведение дискуссий, использование физических моделей, использование моделирования, анализ реальных данных и разработку математических моделей. Одним из способов формирования связи математики и реального мира

является применение математики в реальных контекстах.

Контексты выбора преподавателями ресурсов для математического моделирования. Решение математических задач может быть поставлено в чисто математических контекстах или контекстах реального мира, при этом решение практико-ориентированных задач требует предварительного математического моделирования [3]. Определим следующие шаги, связанные с моделированием:

- **концептуализация:** идентификация переменных, допущений и приближений;
- **формализация:** формулирование математической модели для идентификации взаимосвязей;
- **анализ:** анализ выделенных взаимосвязей для получения результатов;
- **интерпретация:** интерпретация решения для обеспечения его смысла в контексте исходной задачи;
- **уточнение:** уточнение модели при необходимости, если наблюдается явное несоответствие с ожидаемым результатом.

Последовательность шагов или этапов интерпретируется как циклический процесс (рис. 1), а одним из способов обучения математическим моделям с реальным приложением [4] с использованием данного процесса является использование данных.

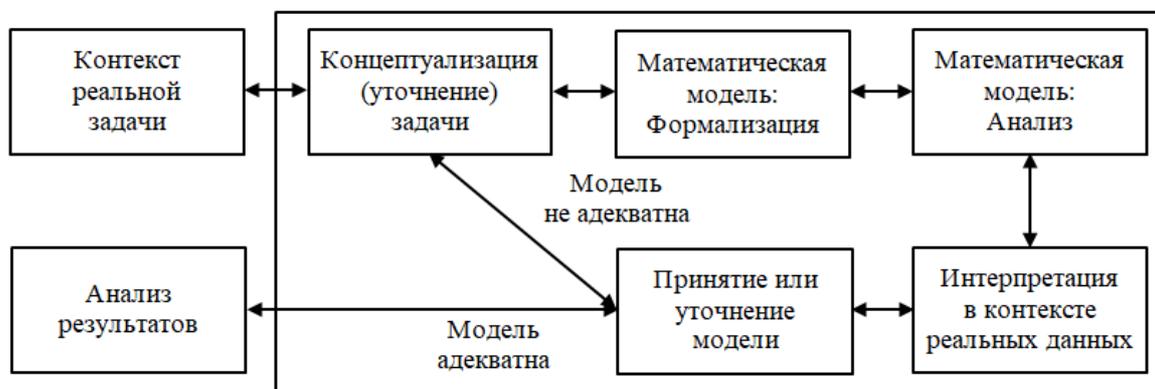


Рис. 1. Моделирование как циклический процесс [5]

Научная литература по методике преподавания в вузе дисциплин математического цикла преподавании математического моделирования предлагает различные концепции и подходы в выборе педагогических технологий, методов и контекстов. Р. Galbraith [6] описывает шесть различных подходов, связанных с математическим моделированием: использование реальных проблемных ситуаций в качестве предварительной основы для абстракции, эмерджентное моделирование, моделирование как приведение в соответствие, словесные задачи, моделирование как средство обучения другому математическому материалу

и моделирование как решение реальных задач. Рассмотрим более детально моделирование как средство обучения другому математическому материалу. В этом случае учебная программа определяет выбранные модели: это согласуется с тем, что G. Kaiser и B. Sriraman [7] называют перспективой образовательного моделирования, где целью моделирования является введение и развитие математических концепций, а примеры реального мира и их взаимосвязи с математикой становятся центральным элементом структурирования преподавания и изучения математики.

Подход предполагает использование информационных технологий, включая графические калькуляторы, табличные процессоры, средства программирования, системы компьютерной математики, что может стать полезным инструментом для студентов в ходе исследования и программной обработки математических моделей [8] без необходимости ограничивать примеры искусственными данными, которыми легко управлять вычислительно. Моделирование как средство обучения другому математическому материалу может повлечь за собой определенные трудности. Во-первых, несмотря на необходимость установить семантические связи задачи и модели, студенты и преподаватели до начала обучения могут не оперировать сформированными ранее реальными знаниями в своих решениях. Во-вторых, у студентов отсутствуют устойчивые межпредметные связи, поэтому не всегда видится роль математики для корректного описания реального мира, что может быть подкреплено уровнем преподавания математики. Математическое моделирование включает в себя связь между математическим и нематематическим контекстами в данном процессе. Использование математического моделирования реальных ситуаций с реальными данными может помочь студентам продемонстрировать на наглядном уровне тесную взаимосвязь математики с окружающим миром. В-третьих, моделирование с реальными данными может иметь непреднамеренное отрицательное последствие и убеждение, что математика оторвана от реальности: использование непригодных для данной предметной области типовых моделей, отсутствие учета ошибок и погрешностей применения моделей может давать противоречивые результаты по сравнению с теоретическими положениями.

S. Carreira и A. M. Vaioa [9] считают, что важно на этапе обучения разрабатывать задачи, которые наиболее точно соответствуют моделируемой ситуации, характеризуются минимальными погрешностями для рассматриваемой ситуации.

Обучение математике с реальными данными. Использование реальных данных и контекста в обучении математическим дисциплинам имеет достаточно большое преимущество. Реальный контекст позволяет студентам:

- акцентировать внимание на решении естественных, а не искусственно созданных и абстрактных, задач, демонстрирует процессы из изучаемых пред-

метных областей с возможностью установить причинно-следственные связи; повышение интереса и вовлеченности студентов в изучение предметной области, полностью соответствующей направлению подготовки;

- приобрести навыки количественного мышления и оценки данных;
- сформировать не формальное запоминание анализа решения реальной проблемы, а понимание и осмысление процессов;
- способствовать активному применению технологических пакетов, актуальных и востребованных в предметной области.

Названные причины раскрывают роль реальных данных в обучении математике, особенно в процессе математического моделирования, влияют на восприятие студентами актуальности и адекватности математических методов.

Выбор технологии и методики для преподавания математического моделирования в вузе базируется на ключевых требованиях к моделям для решения реальных задач: точность: модель согласуется с реальностью необходимыми способами, при этом можно игнорировать незначительные и несущественные свойства; простота или оптимальность: модель, как правило, проще реальности, является ее приближением с учетом существенных качеств [10]. Математические модели характеризуются структурой и параметрами. Структура модели (в частности, характер функциональной зависимости реальных исходных данных и результата) и ее параметры (в частности, значения констант и/или коэффициентов, задающих конкретику отношению) рассматриваются как компоненты целостной модели. Структура математической модели часто может быть разработана исключительно на основе теоретического понимания ситуации. В отдельных случаях структура модели не имеет фундаментального теоретического обоснования и устанавливается на основе данных (например, график эмпирических данных может выглядеть линейным), при этом значения параметров в модели обычно должны быть присвоены переменным, которые могут исходить из теоретического описания ситуации или из данных. Установление структуры модели на основе теории позволяет студентам увидеть актуальность математических методов, а математические функции естественным образом получаются при описании процессов из реального мира, понимания и изучения ситуации. Разработка модели (особенно ее структуры), основанной исключительно на эмпирических данных, представляет собой многочисленные проблемы как для математиков, так и для студентов, поскольку набор инструментов, необходимых для обработки и построения модели, является статистическим, трудоемким, иногда не входит в учебную программу и, возможно, создает модель, которая не была интерпретирована в реальном контексте.

Рассмотрим систему поддержки выбора преподавателями ресурсов для математического моделирования (рис. 2). Первичной оценкой является наличие или отсутствие теоретического описания структуры модели, в зависимости от

этого проверяется наличие или отсутствие теоретического описания параметров. На схеме использованы обозначения: ST (structure is based on theoretical methods) и SE (structure is based on empirical methods) означают, что структура модели основана на теоретических или эмпирических методах; PT (parameters are estimated using theoretical methods) и PE (parameters are estimated using empirical methods) означают, что параметры оцениваются с использованием теоретических или эмпирических методов.



Выводы. Взаимодействие математики с реальным миром традиционно остается важным элементом для формирования понимания студентами прикладного характера математики и мотивации к ее изучению. Использование реальных данных и реальных контекстов является эффективным методом демонстрации студентам применения математики в предметных областях, что может быть сделано с помощью математического моделирования. В статье рассмотрено математическое моделирование как средство обучения студентов дисциплинам математического цикла для развития понимания конкретных математических прикладных аспектов. На основе эмерджентной модели, где структура модели может быть описана теоретически (ST; рис. 2) является лучшим подходом для обучения и для практического применения, поскольку математика используется для описания процессов реального мира, которые явно отождествляются с абстракциями. Оценки параметров обычно определяются из данных (PE; рис. 2), и теоретическая основа структуры модели часто приводит к адекватным способам оценки параметров, которые сохраняют смысл в приложении к реальной ситуации.

Библиографический список

1. Gainsburg J. Real-world connections in secondary mathematics teaching //Journal of Mathematics Teacher Education. – 2008. – Т. 11. – №. 3. – С. 199–219.
2. Smith C., Morgan C. Curricular orientations to real-world contexts in mathematics //The Curriculum Journal. – 2016. – Т. 27. – №. 1. – С. 24–45. <https://doi.org/10.1080/09585176.2016.1139498>
3. The State of Queensland. Annual Report 2016 – 2017. Queensland Curriculum and Assessment Authority (QCAA). – 2017. September. URL: https://www.qcaa.qld.edu.au/downloads/about/qcaa_annual_report_1617.pdf
4. Kaiser G. Mathematical modelling and applications in education //Encyclopedia of mathematics education. – 2020. – С. 553–561. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_101
5. Stillman G. et al. A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom //Mathematics: Essential research, essential practice. – 2007. – Т. 2. – С. 688-697.
6. Galbraith P. Models of modelling: Is there a first among equals //Mathematics: Traditions and [new] practices. Proceedings of the 34th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia and the Australian Association of Mathematics Teachers. – 2011. – С. 279-287.
7. Kaiser G., Sriraman B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education //Zdm. – 2006. – Т. 38. – №. 3. – С. 302-310.
8. da Silva Soares D. Model analysis with digital technology: a “hybrid approach” //Mathematical Modelling in Education Research and Practice. – Springer, Cham, 2015. – С. 453–463. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8_38
9. Carreira S., Baioa A. M. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the student’s sense of credibility //ZDM. – 2018. – Т. 50. – №. 1-2. – С. 201-215. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0905-1>
10. Ваныкина Г. В., Сундукова Т. О. Особенности преподавания математического моделирования в контексте реализации компетентностного подхода //Методика преподавания математических и естественнонаучных дисциплин: современные проблемы и тенденции развития: материалы IV Всероссийской научно-практ. конф. (Омск, 4 июля 2017 г.). – Омск: ОмГУ, 2017. – С. 12–14.

Сведения об авторах:

Татьяна Олеговна Сундукова

Служебный почтовый адрес: 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125; e-mail: sto-ata@yandex.ru; spin-code: 9281-8738.

Галина Владиславовна Ваныкина

Служебный почтовый адрес: 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125; e-mail: dist-edu@yandex.ru; spin-code: 6771-7335.

