УДК 378

М. В. Воронов[1]
доктор технических наук, профессор
В. С. Итенберг[2]
кандидат физико-математических наук, доцент
[1]Московский государственный психолого-педагогический университет,
г. Москва, Россия
[2]Санкт-Петербургский государственный экономический университет,
г. Санкт-Петербург, Россия

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ КАК СЛАБОСТРУКТУРИРОВАННАЯ ПРОБЛЕМА

Аннотация. Рассматриваются проблемы совершенствования математической подготовки современных инженерных кадров. Предлагаются пути создания средств анализа существующих и перспективных учебно-методических материалов на базе математического моделирования. Предлагаются некоторые новации в изложении базовых математических курсов.

Ключевые слова: *математика; инженер; знания; экспертиза.*

DOI: 10.25206/2307-5430-2021-9-14-19

Математическая подготовка будущих инженеров – одна из основных составляющих учебного процесса в техническом вузе. О ее наполнении, методике и организации написаны сотни трудов. Однако, несмотря на многочисленные усилия, нерешенных вопросов в этой тематике не становится меньше. Причина этому, как нам представляется, в том, что математическая подготовка будущих инженеров представляет собой так называемую слабоструктурированную проблему, ибо на каждом этапе развития общества в этом плане не имеется достаточно четко сформулированных целей и критериев их достижения, объема изучаемого материала, причем как вширь, так и в глубь. Ситуацию существенно усложняют обстоятельства, имеющие ситуативный характер. В настоящий момент наиболее существенными из них являются: снижение у большинства обучаемых мотивации учиться должным образом, недостаточный уровень школьной математической подготовки и пониженный объем учебного времени, отводимого на изучение математических дисциплин в университетах, а также особенности различных направлений подготовки инженеров.

По нашему мнению, при складывающихся обстоятельствах различные направления подготовки инженерных кадров требуют разработки соответствующих программ математической подготовки и для их обоснования необходимо проведение адекватных экспериментов, значительную часть которых можно провести на базе математического моделирования. Для этого целесообразно использовать модель процесса, реализация которого допускает широкое варьирование условий и приводит к достижению поставленной цели.

В качестве объекта моделирования выбираем процесс математической подготовки, целью которой является достижение выпускниками, определенного, например, образовательными стандартами, уровня владения математическими знаниями. При этом существенно важным является наличие формальной модели подлежащих освоению знаний (в рамках образовательной программы, отдельной учебной дисциплины или ее раздела). В качестве таковой предлагается использовать модель структуры математических знаний (в данном изложении в понятие «знания» будем включать не только собственно знания, но и соответствующие умения и навыки, а также обусловливаемые ими компетенции), на основе которой и строится процесс подготовки. Результаты имитации процесса освоения знаний и последующего их анализа позволят вырабатывать обоснованные решения для поиска ответов на широкий спектр возникающих вопросов.

Построение структуры подлежащих освоению знаний предлагаем осуществлять в ходе конструктивного процесса, схема реализации которого следует из логики естественного хода обучения. Суть этой логики следующая. Принимается известным установленное множество целевых квантов математических знаний выпускника. Термином «квант знаний» назовем определенный фрагмент знаний, с методической точки зрения рассматриваемый как элементарный (как неделимый в данном рассмотрении). Это, например, понятие, математическая операция, теорема, метод решения конкретной задачи и т.п. Для владения каждым из них предварительно требуется овладеть некой совокупностью так называемых «предшествующих квантов знаний». Так, например, для нахождения обратной матрицы необходимо усвоить следующие кванты знаний: союзная матрица, определитель матрицы, деление матрицы на число. В свою очередь для овладения последними также требуется освоить некоторую совокупность «предшествующих знаний» и т.д. На этом пути будут встречаться кванты знаний, которыми студент должен владеть, например, до начала обучения в вузе. Назовем их «входными квантами знаний». Процедура заканчивается, когда все приобретаемые кванты знаний выражены через входные кванты знаний.

Алгоритм построения структуры знаний есть частично упорядоченная последовательность шагов, на каждом из которых для данного подлежащего освоению кванта знаний формируется множество непосредственно предшествующих ему квантов знаний. Последние находятся с рассматриваемым квантом знаний в отношении «предшествовать усвоению». Это обстоятельство позволяет на каждом шаге наращивать граф, отображающий структуру осваиваемых знаний, который рассматривается в качестве математической модели последней.

Поскольку учебный материал, как правило, представляет собой регулятивный текст, то в основу построения его формальной модели целесообразно положить метод формализации регулятивных текстов [1].

Располагая такой моделью, формально отображающей содержание и схему построения учебного курса, можно эффективно решать многочисленные задачи оценки качества программ и учебных материалов, в частности оценивать их полноту, строгость логической последовательности и устанавливать их непротиворечивость. Более того, открываются перспективы решения вопросов синтеза образовательных программ по математической подготовке, отвечающих тем или иным требованиям, проистекающим из специфики деятельности будущих выпускников.

Для успешной реализации изложенного проекта необходимо генерировать перспективные решения, ибо разрешение слабоструктурированных проблем обеспечивается только при введении дополнительной информации, которая обычно формируется компетентными экспертами. При разрешении проблем в сфере математической подготовки будущих инженеров ответы на большинство актуальных вопросов не могут быть решены на базе только ставших традиционными подходов, требуются новаторские идеи и осуществление качественно новых шагов. Один из них был обозначен еще в 1982 году академиком С. П. Новиковым, который писал, что стремление начинать математическую подготовку нематематиков с ознакомления с основаниями, изложенными на формальном языке, портит многие математические курсы. В основу этих курсов целесообразно положить стиль математического мышления естествоиспытателей и понимать стоящие перед ними задачи с их точки зрения [2]. Эта рекомендация была использована в ряде исследований, в частности профессором В.А. Рохлиным [3], развившим на этой основе так называемый наивно-аксиоматический подход.

По его утверждению практически все рабочие программы и соответствующие учебные материалы для изучения математики нематематиками не являются самостоятельными и «представляют собой испорченные курсы, по которым готовят математиков». Изложение ведется в том же порядке, что и на математических факультетах, но менее понятно, нет надлежащих доказательств, которые позволили бы массовому студенту понять суть дела.

В математической подготовке инженера видное место занимает курс математического анализа, изложение которого начинают с теории числовых последовательностей и пределов, и для понимания это самая трудная часть этого курса. Как показывает практика, с точки зрения основной массой студентов (нематематиков) она является очень высоким и трудно преодолимым порогом.

Однако можно показать, что для нематематиков она вовсе не необходима. Дело в том, что теория пределов внесена в курс математики с целью обоснования самой сути математического анализа. Но в курсах подготовки инженеров всю классическую математику, как нам представляется, можно изложить без пределов. Дело этого при объяснении всех необходимых нематематикам фактов, достаточно руководствоваться утверждением: *если неотрицательное число меньше любого положительного числа, то это нуль.*

С точки зрения человека, который не является профессиональным математиком, такого рода понятия как интеграл, производная, объём, масса, плотность, заряд и т.п. не требуют доказательств их существования, ибо с позиций приложений они априори предполагаются существующими. Однако они должны вычисляться, поэтому должен быть усвоен материал о средствах работы с ними.

Возьмем понятие «площадь». Нематематику не нужно определять площадь, а нужно изучить её свойства и научиться эту площадь вычислять. Если же не нужно доказывать существование площади, то в этом разделе курса теория пределов не нужна. Для соответствующих вычислений можете обойтись без теории пределов, что делает дифференциальное и интегральное исчисление более простым, требует меньшего времени для изложения и проще для понимания.

Мы не хотим сказать, что теорию пределов необходимо в принципе исключить из всех программ ВТУЗов. Если позволяет ситуация она должна преподаваться. Однако для большинства направлений подготовки инженерных кадров на уровне бакалавров теория пределов не служит средством введения основных понятий математического анализа, но является трудно преодолимым порогом. Поскольку этот порог может быть успешно обойден, то предлагаемый подход в ряде случаев может быть принят.

Несомненно, вы должны объяснить начинающим, что такое интеграл. Конечно, можно и нужно начать с понятия площади. Вначале можно объявить рассматриваемую площадь определенным интегралом. Скорее всего, никто из студентов не станет сомневаться в существовании площади и надо приложить много усилий на то, чтобы заставить их в этом усомниться. Далее студентам сообщается, что у площади имеются следующие практически очевидные свойства:

- Если одна фигура содержится в другой, то площадь первой фигуры не превосходит площади второй;

• Пусть формируется фигура, состоящая из двух других не имеющих общих точек фигур. Ее площадь равна сумме площадей образующих ее фигур.

• Если плоская фигура перемещается по плоскости, то ее площадь не меняется;

• Площадь единичного квадрата равна единице.

Эти четыре свойства, как хорошо известно, однозначно определяют площадь на широком классе всех так называемых квадрируемых фигур.

Таким образом, начав с площади, можно определить интеграл через его свойства поскольку речь идёт о таком понятном концепте, как площадь. Имея в своём распоряжении площадь, легко можно построить интегральные суммы. Если построить для так называемой криволинейной трапеции, нижние и верхние римановы суммы, то интересующая вас площадь будет заключена между этими двумя вспомогательными площадями. Следовательно, можно записать «то самое неравенство»: нижняя сумма не превосходит интеграла, а интеграл не превосходит верхней суммы. Отсюда: определенный интеграл есть число, которое заключено между нижней и верхней суммами. Всё это на языке площадей вполне очевидно, не вызывает никакого сомнения, легко усваивается и даёт способ вычисления площадей, но ни о каких пределах нет речи.

Техника изложения на основе наивно-аксиоматического подхода по существу совпадает с традиционной, только исходные позиции несколько иные, а эффект налицо. Суть этого в том, что интересующие нас понятия определяются аксиомами, а вопрос существования определяемого понятия остается в стороне. Например, в случае определенного интеграла это такие аксиомы:

• Интеграл постоянной – это произведение этой постоянной на длину интервала интегрирования (конечно, сначала вы поговорите о площади и тем самым введение этой первой аксиомы будет подготовлено).

• Если одна функция не превосходит другой по значению в каждой точке, то интеграл от первой функции не превосходит интеграла от второй.

• Если интегрируется функция по промежутку, который составлен из двух меньших промежутков, то соответствующий интеграл равен сумме двух других интегралов, взятых по этим промежуткам.

Во всех учебниках именно на основании этих свойств и излагается вычисление определенных интегралов. Так если потребуется доказать, что некий объём есть такой-то определенный интеграл, то необходимо убедить студентов, что выполнены эти три аксиомы. В результате ничего доказывать не надо, так как единственность у вас есть, объём оказывается определенным интегралом, и отсюда сразу же получается формула для его вычисления. Никакой нужды в каких бы то ни было предельных переходах нет.

Очевидно, что такая схема освоения учебного материала на основе наивно-аксиоматического подхода приводит к существенным упрощениям. Да, за это требуется платить, и в первую очередь фундаментальностью образования. Вместе с тем, когда речь идет о подготовке уровня бакалавров, в качестве цели может быть поставлено требование понимания предмета и осознанного его применения на практике. Находясь на такой позиции, на уровне бакалавриата можно допустить отказ от изложения, которое студентам не понятно. При необходимости нарастить их уровень подготовки можно будет на уровне магистратуры.

Таким образом, в складывающихся условиях необходимо расширить спектр поиска допустимых решений и иметь возможность их всестороннего исследования. Для решения этих задач целесообразно использовать машинный эксперимент, реализуемый в виде имитации процессов освоения учебных курсов. Основу построения соответствующего инструментария должна составлять модель структуры осваиваемых знаний, органически связанная с логикой построения и с содержанием учебного материала.

Библиографический список

1. Воронов М. В. Конструктивно-имитационное моделирование слабоструктурированных систем // Известия МАН ВШ. 2007. №4(42). С. 156–165.

2. Зельдович Я. Б., Яглом И.М. Высшая математика для начинающих физиков и техников. М. Наука, 1982. 512 с.

3. Рохлин В. А. Лекция о преподавании математики нематематикам // Математическое просвещение. 2004. Сер. 3, № 8. С. 21–36.

Сведения об авторах:

Михаил Владимирович Воронов

Служебный почтовый адрес: 127051, г. Москва, ул. Сретенка, 29; e-mail: dekanatitmgppu@mail.ru; телефон: +7(499) 256-66-17.

Владимир Семенович Итенберг

Служебный почтовый адрес: 191023Ю Санкт-Петербург, наб. канала Грибоедова, 30-32; e-mail: fipm@unecon.ru.