Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Омский государственный технический университет»

**Линейная алгебра.**
**Методические указания к проведению практических занятий и выполнению домашних заданий для студентов дневного и заочного отделений по специальностям ЭНИ**

Омск-2009

Составители: Батехина Наталья Викторовна, доцент

*Печатается по решению редакционно-издательского совета Омского государственного технического университета*

Редактор
ИД от
Подписано в печать . Бумага офсетная. Формат 60x84 1/16.
Отпечатано на дупликаторе. Усл. печ. л. 3,75 Уч.-изд. л.3,75
Тираж 100 экз. Заказ

Издательство ОмГТУ. 644050, г. Омск, пр-т Мира, 11
Типография ОмГТУ

**Содержание**


| | Стр. |
|---|---|
| Порядок выполнения и защиты индивидуальных заданий (ИДЗ) по высшей математике…………………………………… | 4 |
| Тема «Матрицы, определители и системы линейных уравнений»……………………………………………………………… | 4 |
| Контрольные вопросы………………………………………………. | 5 |
| Методические указания к решению задач ИДЗ……………… | 5 |
| 1. Матрицы и действия над ними……………………………… | 5 |
| 2. Определители и их вычисление…………………………….. | 7 |
| 3. Ранг матрицы………………………………………………… | 8 |
| 4. Решение систем линейных уравнений……………………… | 10 |
| 5. Решение произвольных систем линейных уравнений…… | 15 |
| Варианты индивидуальных домашних заданий……………… | 19 |
| Список литературы…………………………………………….. | 48 |

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ И ЗАЩИТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ (ИДЗ) ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

1. ИДЗ выполняются по графику, разработанному кафедрой «Высшая математика», и соответствуют обязательной части практической работы первого модуля первого семестра.
2. Решение задач необходимо представить в письменном виде в отдельных тетрадях. Нумерация задач должна совпадать с их нумерацией в учебном задании.
3. В работе должны быть указаны условия задач и развернутое решение с пояснениями.
4. Защита ИДЗ для студентов дневной формы обучения проводится по графику во время практических занятий.
5. Во время защиты студент должен ответить на контрольные вопросы, пояснить решения задач из заданий, решить аналогичные задачи.
6. Повторная защита для студентов дневной формы обучения проводится на консультациях и в течение контрольных недель.
7. Студенты, не защитившие ИДЗ повторно, защищают их в течение ликвидационной недели.
8. Студенты заочной формы обучения сдают ИДЗ на проверку в межсессионный период.
9. Защита ИДЗ проводится на консультациях и в экзаменационную сессию.
10. Студенты, не выполнившие ИДЗ или не защитившие их, на экзамен по высшей математике не допускаются.

## ТЕМА « МАТРИЦЫ, ОПРЕДЕЛИТЕЛИ И СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ»

### График выполнения ИДЗ № 1

| № | Тема | Номера задач для ДО | Номера задач для ЗО |
|---|---|---|---|
| 1. | Матрицы и действия над ними | Задачи 1, 2, 3. | Задачи 1,2. |
| 2. | Определители и их вычисления | Задача 4: а, б, в, г. | Задача 4: а, б, в. |
| 3. | Ранг матрицы. | Задача 5: а, б. | Задача 5: б. |
| 4. | Крамеровские системы линейных уравнений | Задача 6: а, б. | Задача 6: а. |
| 5. | Решение произвольных систем линейных уравнений | Задача 7: а, б, в, г. | Задача 7: а, б. |
| 6. | Защита ИДЗ | | |

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Определение матрицы. Линейные операции над матрицами и их свойства.
2. Произведение матриц и его свойства.
3. Определение определителя второго и третьего порядков. Их вычисление.
4. Свойства определителей.
5. Понятие определителя n-го порядка, его вычисление по правилу разложения определителя по какому-нибудь ряду.
6. Определение ранга матрицы. Теорема о базисном миноре. Нахождение ранга матрицы методом окаймляющих миноров и методом элементарных преобразований.
7. Понятие о системе линейных уравнений и её решении. Совместные, несовместные, определённые, неопределённые системы. Критерий совместности (теорема Кронекера-Капелли).
8. Системы Крамера. Формулы Крамера. Решение систем по формулам Крамера.
9. Понятие обратной матрицы. Критерий существования обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы.
10. Решение систем линейных уравнений матричным методом.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Решение однородных линейных систем уравнений. Существование нетривиального решения.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ИДЗ

### 1. МАТРИЦЫ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ.

**Задача 1.** Найти матрицу $2A-3B+4C$. Операции умножения матрицы на число и сложение матриц – операции линейные, выполняются поэлементно

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 1 & 2\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\\ 1 & -1 & 2\\ 2 & 3 & 1\end{pmatrix}.$$

$$2A-3B+4C=2\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 1 & 2\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\\ 1 & -1 & 2\\ 2 & 3 & 1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}2 & 4 & 6\\ -2 & 2 & 4\\ 6 & 4 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3 & 3 & 0\\ 6 & -3 & 3\\ 3 & 6 & 9\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4 & 4 & 8\\ 4 & -4 & 8\\ 8 & 12 & 4\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 2-3-4 & 4-3+4 & 6-0+8 \\ -2-6+4 & 2+3-4 & 4-3+8 \\ 6-3+8 & 4-6+12 & 2-9+4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 & 5 & 14 \\ -4 & 1 & 9 \\ 11 & 10 & -3 \end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Умножить матрицу $A$ *на* $B$, где $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$.

Размер $AB=(3\times\boxed{2)\cdot(2}\times 2)=3\times 2$. Умножение будем производить по правилу «строка на столбец»

$$A\cdot B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1(-1)+2\cdot 7 & 1\cdot 2+2(-4) \\ 3(-1)+4\cdot 7 & 3\cdot 2+4(-4) \\ 5(-1)+6\cdot 7 & 5\cdot 2+6(-4) \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} -1+14 & 2-8 \\ -3+28 & 6-16 \\ -5+42 & 10-24 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 13 & -6 \\ 25 & -10 \\ 37 & -14 \end{pmatrix}.$$

**Задача 3.** Показать, что матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ является корнем многочлена $P(x)=x^2+2x-3$.

Матрица $A$ является корнем многочлена, если $P(A)=0$. Подставим матрицу $A$ в многочлен и найдём значение многочлена.

$$P(A)=A\cdot A+2A-3E=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}-3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 1+0 & 2-6 \\ 0-0 & 0+9 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 1+2-3 & -4+4-0 \\ 0+0-0 & 9-6-3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В результате получили нулевую матрицу. Следовательно, матрица $A$ является корнем многочлена $P(x)=x^2+2x-3$.

## 2. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ И ИХ ВЫЧИСЛЕНИЕ.

**Задача 1.** Вычислить определитель второго порядка.

Определители 2-го порядка вычисляют по определению.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc. \qquad \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1\cdot 4 - 3(-2) = 4 + 6 = 10.$$

**Задача 2.** Вычислить определитель третьего порядка.

Определители 3-го порядка вычисляют по определению, используя схему.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$=1(-1)\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 2 + 1\cdot 0\cdot 1 - 1(-1)\cdot 2 - 2\cdot 1\cdot 1 - 3\cdot 0\cdot 1 =$$

$$= -1 + 12 + 0 + 2 - 2 - 0 = 11.$$

**Задача 3.** Вычислить определитель 4-го порядка.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 5 & 3 \\ 3 & -6 & 4 & 2 \\ 2 & -5 & 2 & 3 \\ 3 & -3 & -8 & -2 \end{vmatrix}.$$

Определители порядков выше третьего вычисляют с помощью свойств.

Для вычисления определителя удобно на каком-либо месте иметь элемент равный 1 или -1. Если рассмотреть две первые строки, то такой элемент получить можно. Умножим первую строку на -1 и прибавим ко второй строке.

$$\Delta = \begin{matrix} (-1)\cdot \\ + \quad \lrcorner\!\!\longrightarrow \end{matrix} \begin{vmatrix} 2 & -4 & 5 & 3 \\ 3 & -6 & 4 & 2 \\ 2 & -5 & 2 & 3 \\ 3 & -3 & -8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 5 & 3 \\ \boxed{1} & -2 & -1 & -1 \\ 2 & -5 & 2 & 3 \\ 3 & -3 & -8 & -2 \end{vmatrix}.$$

Выберем 1-ый столбец, т.к. элементы этого столбца невелики. Постараемся, не изменяя значения определителя, преобразовать его так, чтобы в первом столбце все элементы оказались нулями, кроме $a_{21}$ равного 1. Для этого достаточно к первой строке прибавить вторую, умноженную на -2, к третьей – вторую, умноженную на -2, к четвертой – вторую, умноженную на -3. После этих преобразований получим определитель, равный исходному. Разложим его по элементам первого столбца.

$$(-3)\cdot(-2)\cdot\begin{vmatrix} 2 & -4 & 5 & 3 \\ \boxed{1} & 2 & -1 & -1 \\ 2 & -5 & 2 & 3 \\ 3 & -3 & -8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 7 & 5 \\ \boxed{1} & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$=0\cdot A_{11}+1\cdot A_{21}+0\cdot A_{31}+0\cdot A_{14}=$$

$$=1\cdot A_{21}=1\cdot(-1)^{2+1}\cdot\ 3\cdot\begin{vmatrix} 0 & 7 & 5 \\ \boxed{-1} & 4 & 5 \\ 3 & -5 & 1 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 0 & 7 & 5 \\ \boxed{-1} & 4 & 5 \\ 0 & 7 & 16 \end{vmatrix} =$$

$$=-(-1)\cdot(-1)^{2+1}\cdot\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 7 & 16 \end{vmatrix} = -(7\cdot 16-7\cdot 5) = -11\cdot 7 = -77.$$

**3. РАНГ МАТРИЦЫ.**

Пусть есть матрица А размером $(m\times n)$. Если в этой матрице выбрать любые k строк и k столбцов, то элементы, стоящие на пересечении выбранных строк и столбцов, образуют квадратную матрицу. Определитель этой матрицы называется минором k-го порядка матрицы А.

Число r называется рангом матрицы А, если у нее имеется минор порядка r отличный от нуля, а все миноры порядка, больше чем r, равны нулю. Минор порядка r, отличный от нуля, называется базисным. Таких миноров может быть несколько.

**Задача 1.** Найти ранг матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & 1 & -8 & 0 \\ 5 & 10 & 7 & -10 & 2 \end{pmatrix}$ **методом окаймляющих миноров.**

Находим любой минор второго порядка, отличный от нуля. Так как определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 1\cdot 6-3\cdot 2 = 6-6=0$, то вычислим другой определитель 2-го порядка $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 2\cdot 1-6\cdot 3 = 2-18=-16$. Следовательно, ранг $A\ge 2$. Рассмотрим определители 3-го порядка, окаймляющие определитель 2-го порядка.

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 6 & \boxed{1} & -8 \\ 10 & 7 & -10 \end{vmatrix}\cdot(-3)\cdot\ (-7)=\begin{vmatrix} -16 & 0 & 23 \\ 6 & 1 & -8 \\ -32 & 0 & 46 \end{vmatrix}=1\cdot(-1)^{2+2}\cdot\begin{vmatrix} -16 & 23 \\ -32 & 46 \end{vmatrix}=$$

$$=-16\cdot 46-(-32)\cdot 23=0.$$

Рассмотрим определитель $\Delta_2=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 1 & 0 \\ 10 & 7 & 2 \end{vmatrix}\cdot(-2)=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \end{vmatrix}=0$, т.к. вторая и третья строки пропорциональны.

$\Delta_3=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 1 \\ 5 & 10 & 7 \end{vmatrix}\cdot(-3)\cdot(-7)=\begin{vmatrix} -8 & -16 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \\ -16 & -32 & 0 \end{vmatrix}=0$. Первая и третья строки пропорциональны.

Больше окаймляющих миноров третьего порядка отличных от нуля для $\Delta_2=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}$ нет. Следовательно, ранг $A=2$.

**Задача 2.** Найти ранг матрицы $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & -9 & -1 & 6 \\ 3 & -1 & -5 & 7 & 2 & -7 \end{pmatrix}$ **методом элементарных преобразований.**

Элементарными преобразованиями матриц являются:

– перестановка местами двух параллельных рядов матриц;

– умножение всех элементов матрицы на число, отличное от нуля;

– прибавление ко всем элементам какого-либо ряда матрицы соответствующих элементов параллельного ряда, умноженных на одно и то же число.

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & -9 & -1 & 6 \\ 3 & -1 & -5 & 7 & 2 & -7 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & 1 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 & -9 & 3 & 6 \\ 2 & -1 & -5 & 7 & 3 & -7 \end{pmatrix}\sim$$

$$\sim \begin{array}{r} (-2)\cdot\ 1\cdot \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{pmatrix} \boxed{1} & -1 & -2 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 3 & -9 & 3 & 6 \\ 2 & -1 & -5 & 7 & 3 & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 0 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -8 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{array}{r} \\ (-1)\cdot\ (-2)\cdot \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & \boxed{1} & 0 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -8 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{array}{r} \\ \\ (-1)\cdot\ 1\cdot \\ \\ \\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 8 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -8 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 8 & -5 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 8 & -5 & -3 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \end{pmatrix}.$$

Ненулевых строк 3, следовательно, ранг $A = 3$.

## 4. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Система m линейных уравнений с n неизвестными имеет вид:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots a_{mn}x_n = b_{m.} \end{cases}$$

В матричной форме: $AX = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$$ – матрица коэффициентов системы.

$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix}$ – матрица-столбец неизвестных, $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{pmatrix}$ – матрица-столбец свободных членов.

Если $B=\begin{pmatrix}0\\0\\...\\0\end{pmatrix}$, то система называется однородной.

Напомним, что решением системы линейных уравнений с $n$ неизвестными называется упорядоченный набор чисел $X=(x_1,x_2,...,x_n)$, удовлетворяющий всем уравнениям системы одновременно.

Система называется совместной, если она имеет хотя бы одно решение, и несовместной, если она не имеет решений.

Система называется неопределенной, если она имеет бесчисленное множество решений.

Критерий совместности системы уравнений выражается теоремой:

Теорема Кронекера-Капелли. Для того, чтобы система линейных уравнений была совместна, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы $A$ был равен рангу расширенной матрицы $\overline{A}$.

Теорема о числе решений. Если ранг матрицы $A$ равен рангу расширенной матрицы $\overline{A}$ и равен числу неизвестных, т.е. $rang\,A=rang\,\overline{A}=n$, то система уравнений имеет единственное решение. Если rang A = rang $\overline{A}$ < n , то система имеет бесконечно много решений.

**Замечание 1.** Если rang A $\neq$ rang $\vec{A}$, то система несовместна.

**Замечание 2.** Матрица $\overline{A}$ получается из матрицы $A$ добавлением справа столбца из свободных членов.

**Замечание 3.** Если система однородная, то к матрице $A$ добавляется столбец из нулей, который не влияет на ранг матрицы.

**Замечание 4.** Если в однородной системе Крамера определитель матрицы $A$ не равен нулю, т.е. $\det A=\Delta\neq 0$, то система имеет единственное решение $x_1=x_2=...=x_n=0$.

Если $\Delta=0$, то система имеет бесконечно много решений.

**1. Решение систем методом Крамера.**

Теорема. Если $\Delta=\det A\neq 0$, то система имеет единственное решение, которое находится по формулам $x_k=\dfrac{\Delta k}{\Delta}(k=1,2,...,n)$, где определитель $\Delta_k$ получается из определителя $\Delta$ заменой $k$ - го столбца на столбец из свободных членов.

**Задача 1.** Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} x-y+2z=0, \\ 3x+2y+3z=4, \\ 5x+4y-7z=0; \end{cases} \quad A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & -7 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\Delta = det\,A = \begin{array}{c} (-5)\,(-3) \\ \\ \end{array} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & -7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \\ 0 & 9 & -17 \end{vmatrix} = 1\cdot(-1)^{1+1}\cdot\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 9 & -17 \end{vmatrix} =$$

$=-85+27=-58\neq 0$, следовательно, формулы Крамера применить можно.

Заменим первый столбец столбцом $B$ (столбец из свободных членов).

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -7 \end{vmatrix} = 4\cdot(-1)^{2+1}\cdot\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = -4\cdot(7-8)=4.$$

Заменим второй столбец столбцом $B$.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \\ 5 & 0 & -7 \end{vmatrix} = 4\cdot(-1)^{2+2}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -7 \end{vmatrix} = 4\cdot(-7-10)=-68.$$

Заменим третий столбец столбцом $B$.

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 4\cdot(-1)^{2+3}\cdot\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = -4\cdot(4+5)=-36.$$

Получим решение системы: $x=\dfrac{\Delta_1}{\Delta}=-\dfrac{4}{58}=-\dfrac{2}{29}$, $\quad y=\dfrac{\Delta_2}{\Delta}=\dfrac{68}{58}=\dfrac{34}{29}$,

$z=\dfrac{\Delta_3}{\Delta}=\dfrac{36}{58}=\dfrac{18}{29}$.

**Проверка.** Подставим найденное решение в исходную систему.

$$\begin{cases} -\dfrac{2}{29}-\dfrac{34}{29}+\dfrac{36}{29}=0, \\ -\dfrac{6}{29}+\dfrac{68}{29}+\dfrac{54}{29}=4, \\ -\dfrac{10}{29}+\dfrac{136}{29}-\dfrac{126}{29}=0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{-2-34+36}{29}=0, \\ \dfrac{-6+68+54}{29}=4, \\ \dfrac{-10+136-126}{29}=0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0=0, \\ 4=4, \\ 0=0. \end{cases} \quad \text{Ответ: } \left(-\dfrac{2}{29},\dfrac{34}{29},\dfrac{18}{29}\right).$$

**2. Решение систем матричным способом.**

Имеем матричное уравнение $AX=B$, если $\Delta=\det A\neq 0$, то существует матрица $A^{-1}$ обратная для матрицы $A$. Умножим равенство $AX=B$ на $A^{-1}$ слева $A^{-1}\cdot A\cdot X=A^{-1}\cdot B$, $E\cdot X=A^{-1}\cdot B$ (Е – единичная матрица), т. е. $X=A^{-1}\cdot B$.

**Задача 2.** Решим задачу 1 матричным способом. Тогда $\Delta = -58$, следовательно, $A^{-1}$ существует и находится по формуле $A^{-1} = \dfrac{1}{\Delta}\left(A_{ij}\right)^{\tau}$, $i, j = 1,2,\ldots$, где $\left(A_{ij}\right)^{\tau}$ – матрица из дополнений к элементам $a_{ij}$, $\tau$ – операция транспонирования (замена строк столбцами).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & -7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \Delta = -58.$$

Найдём $A^{-1}$. Для этого найдем дополнения ко всем элементам матрицы $A$, одновременно выполняя операцию транспонирования.

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = -14 - 12 = -26, \qquad A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = -(7-8) = 1,$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 5 & -7 \end{vmatrix} = -(-21-15) = 36, \qquad A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -7 \end{vmatrix} = -7 - 10 = -17,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 10 = 2, \qquad A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = -(4+5) = -9,$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = -3 - 4 = -7,$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = -(3-6) = 3,$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 3 = 5. \quad \text{Тогда} \quad A^{-1} = -\frac{1}{58} \cdot \begin{pmatrix} 26 & 1 & -7 \\ 36 & -17 & 3 \\ 2 & -9 & 5 \end{pmatrix}.$$

Выполним проверку: $A \cdot A^{-1} = E \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & -7 \end{pmatrix} \cdot \left(-\dfrac{1}{58}\right) \cdot \begin{pmatrix} -26 & 1 & -7 \\ 36 & -17 & 3 \\ 2 & -9 & 5 \end{pmatrix} =$

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & -1 & 2 \\ \hline 3 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & -7 \end{array}\right) \cdot \left(-\frac{1}{58}\right) \cdot \left(\begin{array}{c|cc} -26 & 1 & -7 \\ 36 & -17 & 3 \\ 2 & -9 & 5 \end{array}\right) =$$

$$= -\frac{1}{58} \cdot \left(\begin{array}{c|c|c} -26 - 36 + 7 & 1 + 17 - 18 & -7 - 3 + 10 \\ \hline -78 + 72 + 6 & 3 - 34 - 27 & -21 + 6 + 15 \\ \hline -130 + 144 - 14 & 5 - 68 + 63 & -35 + 12 - 35 \end{array}\right) =$$

$$=-\frac{1}{58}\begin{pmatrix}-58 & 0 & 0\\ 0 & -58 & 0\\ 0 & 0 & -58\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$ Матрица $A^{-1}$ найдена верно.

Следовательно, $A^{-1}=-\dfrac{1}{58}\cdot\begin{pmatrix}-26 & 1 & -7\\ 36 & -17 & 3\\ 2 & -9 & 5\end{pmatrix}$. Для дальнейшего решения удобно $A^{-1}$ оставить в таком виде. Подставим $A^{-1}$ в исходное матричное уравнение $X=A^{-1}\cdot B$.

$$X=-\frac{1}{58}\cdot\begin{pmatrix}-26 & 1 & -7\\ 36 & -17 & 3\\ 2 & -9 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\ 4\\ 0\end{pmatrix}=-\frac{1}{58}\begin{pmatrix}0+ & 4+ & 0\\ 0 & -68+ & 0\\ 0 & -36+ & 0\end{pmatrix}=-\frac{1}{58}\begin{pmatrix}4\\ -68\\ -36\end{pmatrix}=$$

$$(3\times 3)\quad\times(3\times 1)\quad=\quad(3\times 1)$$

$$=\begin{pmatrix}-\dfrac{4}{58}\\ \dfrac{68}{58}\\ \dfrac{36}{58}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\dfrac{2}{29}\\ \dfrac{34}{29}\\ \dfrac{18}{29}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix},\qquad x=-\frac{2}{29},\quad y=\frac{34}{29},\quad z=\frac{18}{29}.$$

Получили тот же результат, что и в задаче 1. Это свидетельствует о правильности решения.

## 5. РЕШЕНИЕ ПРОИЗВОЛЬНЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

**Метод Гаусса (метод последовательного исключения).**

Суть метода состоит в том, что матрицу $\overline{A}$ с помощью элементарных преобразований над строками приводят к треугольному или трапецевидному виду (прямой ход метода Гаусса). Для этого выбирают направляющий элемент (удобнее $\pm 1$), стоящий на первом месте в какой либо строке. Эту строку называют направляющей. С помощью умножения этой строки на число и сложения строк добиваются, чтобы в первом столбце все элементы, кроме направляющего, обратились в 0. При этом направляющую строку не меняют. На втором этапе выбирают направляющий элемент в другой строке. Добиваются, чтобы во втором столбце появились нули и т.д. Затем решают систему снизу вверх (обратный ход метода Гаусса).

**Задача 1.** Рассмотрим систему $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=4,\\ 3x_1-4x_2+x_3=-8,\\ 4x_1-6x_2+4x_3=-5. \end{cases}$

$$\bar{A}=\overset{(-4)\,(-3)}{\phantom{x}}\left(\begin{array}{ccc|c}\boxed{1}&-2&3&4\\3&-4&1&-8\\4&-6&4&-5\end{array}\right)\sim(-1)\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&3&4\\0&2&-8&-20\\0&2&-8&-21\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&3&4\\0&2&-8&-20\\0&0&0&-1\end{array}\right).$$

$rang\,A=2,\ rang\,\bar{A}=3$, т.к. ранги не совпадают, система несовместна.

**Задача 2.** Решить систему $\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3-x_4=-1,\\ x_1-2x_2+3x_3+2x_4=-4,\\ 3x_1+x_2-2x_3+3x_4=-19,\\ -4x_1+x_3-2x_4=15,\\ 3x_2+2x_3+4x_4=-4. \end{cases}$

$$\bar{A}=\left(\begin{array}{cccc|c}2&-3&1&-1&-1\\\boxed{1}&-2&3&2&-4\\3&1&-2&3&-19\\-4&0&1&-2&15\\0&3&2&4&-4\end{array}\right)\sim\ 4\cdot\ (-3)\cdot\ (-2)\cdot\left(\begin{array}{cccc|c}\boxed{1}&-2&3&2&-4\\2&-3&1&-1&-1\\3&1&-2&3&-19\\-4&0&1&-2&15\\0&3&2&4&-4\end{array}\right)\sim$$

$$\sim\ -3\ \ 8\ \ -7\left(\begin{array}{cccc|c}1&-2&3&2&-4\\0&\boxed{1}&-5&-5&7\\0&7&-11&-3&-7\\0&-8&13&6&-1\\0&3&2&4&-4\end{array}\right)\sim\ \begin{array}{c}\\ \\ \frac{1}{8}\cdot\\ \\ \\ \end{array}\left(\begin{array}{cccc|c}1&-2&3&2&-4\\0&1&-5&-5&7\\0&0&24&32&-56\\0&0&-27&-34&55\\0&0&17&19&-25\end{array}\right)\sim$$

$$\sim\left(-\frac{17}{3}\right)\cdot\ 9\cdot\left(\begin{array}{cccc|c}1&-2&3&2&-4\\0&1&-5&-5&7\\0&0&\boxed{3}&4&-7\\0&0&-27&-34&55\\0&0&17&19&-25\end{array}\right)\sim\ \begin{array}{c}\\ \\ \\ \frac{1}{2}\cdot\\ \frac{3}{11}\cdot\end{array}\left(\begin{array}{cccc|c}1&-2&3&2&4\\0&1&-5&-5&7\\0&0&3&4&-7\\0&0&0&\boxed{2}&-8\\0&0&0&-\frac{11}{3}&\frac{44}{3}\end{array}\right)\sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \boxed{-4} \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \end{array}\right).$$

Последнюю строку из нулей вычёркиваем, $rangA = rang\,\bar{A} = 4$, система совместна. Так как неизвестных тоже 4 – система имеет единственное решение. Решаем систему снизу вверх $\boxed{x_4 = -4}$

Из третьей строки: $3x_3 + 4x_4 = -7,\ 3x_3 = -7 - 4x_4,\ 3x_3 = -7 + 16, 3x_3 = 9,$ $\boxed{x_3 = 3}$

Из второй строки: $x_2 - 5x_3 - 5x_4 = 7,\ x_2 = 7 + 5x_3 + 5x_4,\ x_2 = 7 + 5\cdot 3 + 5\cdot(-4),$

$x_2 = 7 + 15 - 20,$ $\boxed{x_2 = 2.}$

Из первой строки:

$x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -4,\ x_1 = -4 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4,\ x_1 = -4 + 2\cdot 2 - 3\cdot 3 - 2\cdot(-4),$

$x_1 = -4 + 4 - 9 + 8,$ $\boxed{x_1 = -1.}$

$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-1, 2, 3, -4)$. Проверка показывает, что данный набор чисел является решением системы.

**Задача 3.** Решить систему $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 3. \end{cases}$

Первое и вторoе уравнения поменяем местами и составим расширенную матрицу, которую приведем к трапецевидному виду:

$$\bar{A} = \begin{array}{c} 5\cdot 2 \\ \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & -2 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & -5 & 3 \end{array}\right) \end{array} \sim (-3)\cdot \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & -2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & -5 & 1 \\ 0 & -9 & 3 & -15 & 3 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{cc|c|cc} -1 & -2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & -5 & 1 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \end{array}\right).$$ rang A=rang $\bar{A}$=2, система совместна.

Т.к. 2 < n=5 – система имеет бесконечно много решений. $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} \neq 0$, его можно принять за базисный. Следовательно, неизвестные $x_1, x_2$, входящие в этот минор, являются базисными, $x_3,\ x_4$ – свободными. Решая систему снизу вверх, из второй строки получим:

$-3x_2+x_3-5x_4=1,\ 3x_2=-1+x_3-5x_4,\ \ x_2=\dfrac{1}{3}(-1+x_3-5x_4)$

Из первой строки получим уравнение: $-x_1-2x_2+x_3-2x_4=0$. Решим его относительно $x_1$. $x_1+2x_2-x_3+2x_4=0,\ x_1=-2x_2+x_3-2x_4$. Подставим в это уравнение значение $x_2$ и получим:

$$x_1=-\frac{2}{3}(-1+x_3-5x_4)+x_3-2x_4,\ \ x_1=\frac{2}{3}-\frac{2}{3}x_3+\frac{10}{3}x_4+x_3-2x_4,$$

$$x_1=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}x_3+\frac{4}{3}x_4.$$

Решение системы запишем в виде: $\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{3}(2+x_3+4x_4), \\ x_2=\dfrac{1}{3}(-1+x_3-5x_4), \\ x_3=\textit{свободная переменная}, \\ x_4=\textit{свободная переменная}. \end{cases}$

Положим $x_3=C_{1,}\ \ x_4=C_{2,}$ где $C_1,\ C_2\in R$. Общее решение системы

примет вид: $\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{3}(2+C_1+4C_2), \\ x_2=\dfrac{1}{3}(-1+C_1-5C_2), \\ x_3=C_{1,}\ \textit{где}\ C_1\in R, \\ x_4=C_{2,}\ \textit{где}\ C_2\in R. \end{cases}$

**Задача 4. Решить линейную однородную систему уравнений:**

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3+2x_4-x_5=0, \\ 3x_1+x_2-8x_3+3x_4+2x_5=0, \\ x_1+2x_2+2x_3+x_4+6x_5=0. \end{cases}$$

Составим матрицу А, меняя уравнения местами.

$$A=\begin{array}{c} (-3)\cdot\ \ (-2)\cdot \\ \qquad + \\ + \qquad \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -8 & 3 & 2 \end{pmatrix}\sim (-1)\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & -13 \\ 0 & -5 & -14 & 0 & -16 \end{pmatrix}\sim$$

$$5\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 2 & 1 & 6\\ 0 & 1 & 3 & 0 & 13\\ 0 & -5 & -14 & 0 & -16\end{pmatrix}\sim\left(\begin{array}{ccc|cc}1 & 2 & 2 & 1 & 6\\ 0 & 1 & 3 & 0 & 13\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 49\end{array}\right).$$

Минор $\begin{vmatrix}1 & 2 & 2\\ 0 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}\neq 0,\ rang\,A=3,$ поэтому n–rang A = 5–3=2. $x_1,\ x_2,\ x_3$, входящие в минор – базисные, $x_4,\ x_5$ – свободные. Решая систему, снизу вверх получим:

$$x_3=-49x_5,\quad \begin{array}{ll} x_2+3x_3+13x_5=0, & x_1+2x_2+2x_3+x_4+6x_5=0,\\ x_2=-3x_3-13x_5, & x_1=-2x_2-3x_3-x_4-6x_5, \qquad x_4-\textit{своб.переменная},\\ x_2=147x_5-13x_5, & x_1=-268x_5+98x_5-x_4-6x_5, \quad x_5-\textit{своб.переменная}.\\ x_2=134x_5. & x_1=-176x_5-x_4. \end{array}$$

Если принять, например, $x_4=0,\ x_5=1,$ затем $x_4=1,\ x_5=0$, то найденная пара решений $\begin{pmatrix}-176\\ 134\\ -49\\ 0\\ 1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 0\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$ образует фундаментальную систему решений. Общее решение системы выглядит следующим образом: $\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5\end{pmatrix}=C_1\cdot\begin{pmatrix}-176\\ 134\\ -49\\ 0\\ 1\end{pmatrix}+C_2\cdot\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 0\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$

или $$\begin{cases} x_1=-176C_1-C_2,\\ x_2=134C_1,\\ x_3=-49C_1,\\ x_4=C_2,\\ x_5=C_1.\end{cases}$$

## ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

**Задача 1. Выполнить действия над матрицами.**

| | |
|---|---|
| 1 | Найти матрицу $5A+7B-8C$, если $A=\begin{pmatrix}0&2&4&5\\1&3&6&7\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1&4&3&6\\2&0&-5&8\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}5&6&5&6\\6&5&6&5\end{pmatrix}.$ |
| 2 | Найти матрицу $6A-2B+4C$, если $A=\begin{pmatrix}2&7&2&1\\1&1&3&1\\5&6&7&8\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&0&1&4\\2&1&3&0\\3&2&0&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}2&3&1&2\\3&2&2&1\\2&3&1&2\end{pmatrix}.$ |
| 3 | Найти матрицу $3A+2B-4C$, если $A=\begin{pmatrix}0&1&-1\\2&1&-4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-2&1&0\\-3&0&2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}.$ |
| 4 | Найти матрицу $5A-6B+2C$, если $A=\begin{pmatrix}2&7&8&2\\3&1&1&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&0&0&2\\2&1&8&9\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}4&5&1&2\\2&1&3&2\end{pmatrix}.$ |
| 5 | Найти матрицу $5A+6B-7C$, если $A=\begin{pmatrix}2&3&1&2\\4&5&6&7\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&2&9&11\\2&4&2&4\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}0&1&0&1\\2&1&2&1\end{pmatrix}.$ |
| 6 | Найти матрицу $2A+6B-5C$, если $A=\begin{pmatrix}2&4&2&2\\5&3&1&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&1&2&3\\1&0&3&2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}5&6&7&8\\8&7&6&5\end{pmatrix}.$ |
| 7 | Найти матрицу $5A-3B+4C$, если $A=\begin{pmatrix}1&5&8\\4&7&3\\1&2&6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}8&0&1\\3&2&5\\1&1&1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}.$ |
| 8 | Найти матрицу $8A-7B+2C$, если $A=\begin{pmatrix}1&3&5&7\\2&4&6&8\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2&5&1&3\\7&6&4&2\end{pmatrix} C=\begin{pmatrix}0&4&6&1\\3&5&7&2\end{pmatrix}.$ |
| 9 | Найти матрицу $5A-6B+7C$, если $A=\begin{pmatrix}1&5&6&3\\2&7&1&4\\1&1&2&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}4&7&4&7\\7&4&7&4\\1&2&2&1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}0&3&1&2\\1&2&3&0\\3&2&0&1\end{pmatrix}.$ |
| 10 | Найти матрицу $8A+2B-5C$, если $A=\begin{pmatrix}1&4&7\\2&5&6\\3&1&8\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2&1&3\\1&3&2\\3&1&2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}0&3&5\\5&4&1\\6&7&0\end{pmatrix}.$ |

| | |
|---|---|
| 11 | Найти матрицу $2A+7B-5C$, если $A=\begin{pmatrix}2&1&4&5\\1&8&3&1\\2&7&4&5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&3&3&1\\2&1&1&8\\4&0&0&2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2&5&3&1\\4&2&0&3\\1&1&0&1\end{pmatrix}$. |
| 12 | Найти матрицу $2A-7B+4C$, если $A=\begin{pmatrix}2&4&7&8\\1&3&0&2\\4&5&6&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&3&2&1\\4&5&0&2\\1&3&1&3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4&7&8&9\\9&8&7&4\\5&6&6&5\end{pmatrix}$. |
| 13 | Найти матрицу $2A-8B+9C$, если $A=\begin{pmatrix}3&4&5&6\\1&0&1&0\\2&3&7&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&7&1&9\\1&0&2&1\\3&1&7&8\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&8&3&5\\6&7&5&7\\3&4&2&1\end{pmatrix}$. |
| 14 | Найти матрицу $5A-2B+4C$, если $A=\begin{pmatrix}3&5&1&8\\4&1&2&3\\3&2&4&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&1&2&3\\5&0&8&9\\1&3&0&1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&2&2&1\\0&3&5&6\\7&8&9&6\end{pmatrix}$. |
| 15 | Найти матрицу $2A-7B+5C$, если $A=\begin{pmatrix}1&2&4&5\\6&3&1&2\\3&1&8&9\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&2&3&8\\1&2&5&6\\3&1&8&9\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\\1&2&2&1\end{pmatrix}$. |
| 16 | Найти матрицу $2A-7B+5C$, если $A=\begin{pmatrix}1&2&4&5\\2&3&1&0\\4&5&7&8\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&3&3&3\\1&2&2&2\\5&6&5&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&2&0&3\\4&5&1&2\\3&1&0&7\end{pmatrix}$. |
| 17 | Найти матрицу $4A-7B+8C$, если $A=\begin{pmatrix}1&2&5&7\\4&8&9&1\\3&2&0&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}7&3&2&1\\1&2&3&7\\4&8&9&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4&4&4&4\\2&2&2&2\\1&2&1&1\end{pmatrix}$. |
| 18 | Найти матрицу $4A+13B-6C$, если $A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&3&4&5\\7&8&9&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&7&8&0\\5&6&3&1\\2&0&3&1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&2&1&1\\2&2&0&1\\4&2&3&1\end{pmatrix}$. |
| 19 | Найти матрицу $4A+2B-6C$, если $A=\begin{pmatrix}4&7&2&1\\3&8&3&0\\0&1&2&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&6&7&3\\2&3&4&1\\3&5&6&8\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4&3&1&2\\0&8&1&8\\4&3&2&5\end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 20 | Найти матрицу $4A+2B-3C$, если $A=\begin{pmatrix}3&2&4&8\\1&3&5&6\\7&8&3&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&3&1&1\\1&2&2&1\\3&1&0&2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4&0&0&3\\2&1&1&5\\6&7&8&9\end{pmatrix}$. |
| 21 | Найти матрицу $4A-2B+7C$, если $A=\begin{pmatrix}3&2&1&4\\5&7&3&0\\4&5&6&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&2&1&3\\0&1&3&5\\1&4&3&2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4&6&7&8\\7&8&3&5\\6&7&1&3\end{pmatrix}$. |
| 22 | Найти матрицу $4A+2B-6C$, если $A=\begin{pmatrix}1&2&5&6\\3&4&7&8\\5&6&9&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&1&2&3\\2&2&3&1\\1&3&1&2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&3&1&3\\3&1&3&1\\3&1&1&3\end{pmatrix}$. |
| 23 | Найти матрицу $4A-2B+3C$, если $A=\begin{pmatrix}3&8&9&1\\4&5&1&3\\1&1&0&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\\1&4&2&5\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&3&0&3\\4&2&5&6\\7&1&1&8\end{pmatrix}$. |
| 24 | Найти матрицу $4A-2B+3C$, если $A=\begin{pmatrix}3&8&1&0\\4&5&7&3\\1&2&0&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&4&1&1\\2&5&2&3\\1&7&0&0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4&3&1&5\\2&7&8&3\\1&1&3&2\end{pmatrix}$. |
| 25 | Найти матрицу $4A+5B-11C$, если $A=\begin{pmatrix}4&5&1&1\\3&8&4&2\\1&3&4&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&1&2&4\\4&5&6&7\\3&2&1&4\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&3&5&7\\4&8&9&6\\1&3&0&2\end{pmatrix}$. |
| 26 | Найти матрицу $4A-3B+4C$, если $A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&1&3\\3&1&0&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&1&4&3\\1&0&2&1\\1&1&0&1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&0&2&3\\2&1&1&2\\3&1&0&1\end{pmatrix}$. |
| 27 | Найти матрицу $6A-3B+C$, если $A=\begin{pmatrix}1&5&6&3\\2&7&1&4\\1&1&2&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&7&4&7\\7&4&7&4\\1&2&2&1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&3&5\\5&4&1\\6&7&0\end{pmatrix}$. |
| 28 | Найти матрицу $7A-4B-2C$, если $A=\begin{pmatrix}2&3&3&3\\1&2&2&2\\5&6&5&6\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&2&4&5\\2&3&1&0\\4&5&7&8\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&2&0&3\\4&5&1&2\\3&1&0&7\end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 29 | Найти матрицу $7A-2B+3C$, если $A=\begin{pmatrix}1&2&4&5\\6&3&1&2\\3&1&8&9\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&2&3&8\\1&2&5&6\\3&1&8&9\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\\1&2&2&1\end{pmatrix}$. |
| 30 | Найти матрицу $5A-2B+3C$, если $A=\begin{pmatrix}3&5&1&8\\4&1&2&3\\3&2&4&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&1&2&3\\5&0&8&9\\1&3&0&1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&2&2&1\\0&3&5&6\\7&8&9&6\end{pmatrix}$. |

**Задача 2. Найти произведение матриц**

| | |
|---|---|
| 1 | а) $\begin{pmatrix}3&-2\\5&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&4\\2&5\end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix}1&2&1\\3&4&0\\0&2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&0\\-3&0&1\\1&2&0\end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&4\\1&3&9\end{pmatrix}$. |
| 2 | а) $\begin{pmatrix}2&-3\\4&-6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}9&-6\\6&-4\end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix}1&-3&2\\3&-4&1\\2&-5&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&5&6\\1&2&5\\1&3&2\end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix}2&1&-1\\0&3&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\1&-2\\1&3\end{pmatrix}$. |
| 3 | а) $\begin{pmatrix}2&5\\1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&3\\3&-5\end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix}5&8&-4\\6&9&-5\\4&7&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&9&5\\4&-1&3\\9&6&5\end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix}3&0&1\\1&-2&-1\\2&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\5&1\\2&-3\end{pmatrix}$. |
| 4 | а) $\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5&6\\6&8\end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix}1&4&3\\5&-1&-1\\3&6&7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-1&5\\1&4&-1\\3&-5&2\end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix}1&2&1\\3&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-1\\1&3\\0&1\end{pmatrix}$. |
| 5 | а) $\begin{pmatrix}1&2\\8&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4&2\\5&0\end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix}4&2&6\\0&1&2\\5&7&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&3&8\\2&1&7\\1&3&5\end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix}1&2&3\\4&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&1\\-1&1&0\end{pmatrix}$. |
| 6 | а) $\begin{pmatrix}1&2\\-4&8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&1\\1&2\end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix}2&7&5\\0&1&3\\4&2&8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&5&3\\7&9&11\\2&1&0\end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix}1&2&-1\\3&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&3\\-1&2\\1&-2\end{pmatrix}$. |
| 7 | а) $\begin{pmatrix}1&-1\\2&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3&0\\4&1\end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix}5&3&0\\2&1&7\\1&3&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&2&3\\2&1&0\\5&6&7\end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix}1&2\\1&-2\\1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-1\\0&0&-5\end{pmatrix}$. |
| 8 | а) $\begin{pmatrix}2&3\\8&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\2&3\end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix}1&0&8\\8&1&0\\0&1&8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&2&3\\3&2&4\\2&4&3\end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix}1&3\\0&-2\\-1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&-1\\3&0&1\end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 9 | а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. |
| 10 | а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 7 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. |
| 11 | а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$. |
| 12 | а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$. |
| 13 | а) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$. |
| 14 | а) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 15 | а) $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$,<br>б) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$. |
| 16 | а) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$,<br>б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -11 & -4 & 1 \\ -25 & 9 & -2 \\ 15 & -5 & 1 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -7 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -7 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{\tau}$. |
| 17 | а) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & -5 \end{pmatrix}^{2}$. |

| | |
|---|---|
| 18 | а) $\begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 19 | а) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. |
| 20 | а) $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^{\tau}$,<br>$\tau$ – операция транспонирования. |
| 21 | а) $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. |
| 22 | а) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 23 | а) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$,<br>б) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 24 | а) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 8 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. |
| 25 | а) $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 0 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{\tau}$. |
| 26 | а) $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 2 \\ 3 & 8 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -6 & 7 \\ -2 & 0 & -4 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}^{2}$. |
| 27 | а) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 28 | а) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -7 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. |
| 29 | а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 3 & -8 & 1 \\ 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 7 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$. |
| 30 | а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. |

**Задача 3.**

| | |
|---|---|
| 1 | Найти матрицу $X$, удовлетворяющую условию $3A+2X=E$, где $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 4 & 3 & -8 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$, $E$ – единичная матрица. |
| 2 | Найти матрицу $X$, удовлетворяющую условию $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -6 & 7 \end{pmatrix}+X=E$, где $E$ – единичная матрица. |
| 3 | Найти матрицу $C=A\cdot B$, где $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$. Как называется полученная матрица ? |
| 4 | Найти произведение $A\cdot B$. Выяснить, имеет ли смысл произведение $B\cdot A$. В случае положительного ответа найдите $B\cdot A$. $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5 | Проверить справедливость утверждения $(A\cdot B)^\tau=A^\tau\cdot B^\tau$ для матриц $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 6 | Найти матрицу $D=A\cdot B\cdot C$. Как называется полученная матрица, если $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 7 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-28 & 93\\ 38 & -126\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}7 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$? |
| 7 | Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x)=4x^3-2x^2+3x-2,\quad A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}$. |
| 8 | Проверить, что матрица $C=A\cdot B-B\cdot A$ является нулевой, если $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}7 & 5 & 3\\ 0 & 7 & 5\\ 0 & 0 & 7\end{pmatrix}$. |
| 9 | Найти матрицу $X$, являющуюся корнем уравнения $\begin{pmatrix}5 & 0 & 2 & 3\\ 4 & 1 & 5 & 3\\ 3 & 1 & -1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}6\\ -2\\ 7\\ 4\end{pmatrix}-X=\begin{pmatrix}56\\ 69\\ 17\end{pmatrix}$. |
| 10 | Найти произведение матриц $\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 3\\ 3 & 3 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 2 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\ 1\end{pmatrix}$. |
| 11 | Найти матрицу $X$, удовлетворяющую условию $\begin{pmatrix}1 & -4 & -5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\ 4\\ -1\end{pmatrix}-2\cdot 0=X$, где 0 – нулевая матрица. |
| 12 | Показать, что матрица $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -3 & 3\end{pmatrix}$ корень многочлена $P(X)=x^2-x-3$. |
| 13 | Показать, что матрицы $A$ и $B$ перестановочны, если $A=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}\cos\beta & -\sin\beta\\ \sin\beta & \cos\beta\end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 14 | Привести матрицу $A$ к ступенчатому виду $A=\begin{pmatrix}1 & 5 & 3 & -10\\ 3 & -1 & 1 & 10\\ 2 & 1 & -1 & 0\\ 7 & 10 & 6 & -10\end{pmatrix}$. |
| 15 | Найти произведение матриц $A\cdot A^{\tau}$ и $A^{\tau}\cdot A$, если $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 3 & 5 & -7\\ -4 & 1 & 2\end{pmatrix}$. |
| 16 | Найти матрицу $C=A\cdot B-B\cdot A$, если $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 2\\ 3 & -4 & 1\\ 2 & -6 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 5 & 6\\ 1 & 2 & 5\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}$. |
| 17 | Найти матрицу $X$, удовлетворяющую условию $2E-4X=A$, где $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 0 & 1 & 4\\ 5 & -1 & 2\end{pmatrix}$, $E$ - единичная матрица. |
| 18 | Найти матрицу $A\cdot B$ и сравнить её с матрицей $A$, если $A=\begin{pmatrix}81 & -90 & 42 & 7\\ 5 & 0,2 & -1 & 29\\ 30 & 3 & 4 & 35\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$. |
| 19 | Найти матрицу $A\cdot B$ и сравнить её с матрицей $B$, если $A=(1,0,0)$, $B=\begin{pmatrix}3 & -101 & -0,1 & 30 & 1\\ -7 & 0,3 & 50 & 4 & 2\\ 13 & 8 & 6 & 50 & 3\end{pmatrix}$. |
| 20 | Показать, что матрица $B=A+D-D^{\tau}$ является нулевой, если $A=\begin{pmatrix}0 & a-1 & a^2-1\\ 1-a & 0 & b^2-c\\ 1-a^2 & c-b^2 & 0\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ a & b & c\\ a^2 & b^2 & c^2\end{pmatrix}$, $D^{\tau}$ - транспонированная матрица. |
| 21 | Показать, что матрица $C=2A-3B$ – симметрическая, если |

| | |
|---|---|
| | $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 3 & 6\\ 2 & -2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-4 & -3 & 5\\ 3 & -1 & 4\\ 5 & -8 & 5\end{pmatrix}$. |
| 22 | Показать, что матрица $A$ является корнем уравнения $x^2-4x-5=0$, если $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix}$. |
| 23 | Будет ли симметричной матрица $B=A+A^{\tau}$, если $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -1\\ 2 & 2 & 5\\ 4 & -1 & 3\end{pmatrix}$. |
| 24 | Показать, что матрицы $A$ и $B$ перестановочны, если $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & -2\\ 3 & -2 & 4\\ -3 & 5 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}$. |
| 25 | Показать, что матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ является корнем многочлена $P(X)=x^2-7$. |
| 26 | Показать, что матрица $A=\begin{pmatrix}0 & 5\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ является корнем многочлена $P(X)=x^2-2x-5$. |
| 27 | Найти матрицу $X$, удовлетворяющую условию $X=A^2-3A+2E$, если $A=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $E$ – единичная матрица. |
| 28 | Проверить, являются ли перестановочными матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & -1\\ 3 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}-2 & 2 & -3\\ -4 & 3 & -5\\ 5 & -4 & 7\end{pmatrix}$. |
| 29 | Подобрать матрицы $A$ и $B$ так, чтобы $A\cdot B$ и $B\cdot A$ были квадратными матрицами различных порядков. Найти $A\cdot B$ и $B\cdot A$. |
| 30 | Показать, что матрица $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ является корнем многочлена $P(X)=x^2-3x+6$. |

**Задача 4. Вычислить определители:**

**а), б) – по определению; в), г) – с помощью свойств.**

| | |
|---|---|
| 1 | а) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 9 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}$. |
| 2 | а) $\begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 9 & 7 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 3 & 8 & 9 & 1 \\ 4 & 5 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 0 & 8 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 3 | а) $\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 9 & 6 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 9 & 6 & 2 \\ 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 3 & 8 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 7 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$. |
| 4 | а) $\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 8 & 3 & 2 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 3 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$. |
| 5 | а) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 7 & 8 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{vmatrix}$. |
| 6 | а) $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & 9 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & -6 & 1 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$. |
| 7 | а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \\ 1 & 8 & 0 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 3 & -3 & 5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & 6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 8 | а) $\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$. |
| 9 | а) $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 2 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 0 & 5 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$. |
| 10 | а) $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 8 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 \\ 4 & 8 & 9 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 7 & 8 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$. |
| 11 | а) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 8 & 3 \\ 2 & 7 & 4 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 & 7 \\ 3 & -5 & 7 & -1 \\ 5 & -7 & 1 & -3 \\ 7 & -1 & 3 & -5 \end{vmatrix}$. |
| 12 | а) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 2 & 1 \\ 3 & 8 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 5 & 7 & 8 & 7 \\ 3 & 2 & 9 & -3 \\ 3 & 7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 9 & 6 \end{vmatrix}$. |
| 13 | а) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 5 & 7 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$. |
| 14 | а) $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 15 | а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 6 & 5 & 9 & 3 \\ 5 & 8 & 8 & -2 \\ 4 & 5 & 5 & 2 \\ 7 & 8 & 10 & 2 \end{vmatrix}$. |
| 16 | а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 7 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 7 & 4 & -5 & -3 \\ -8 & -5 & 8 & 9 \\ -4 & -3 & 2 & 3 \\ -5 & -2 & 7 & 6 \end{vmatrix}$. |
| 17 | а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 8 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -4 & 3 \\ -6 & -9 & 7 & -5 \\ -3 & -3 & 4 & -2 \\ 2 & 7 & 4 & 2 \end{vmatrix}$. |
| 18 | а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 2 \\ 1 & 8 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 3 & -9 & -3 & -6 \\ 5 & -8 & -2 & -7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -3 \end{vmatrix}$. |
| 19 | а) $\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 2 \\ 3 & 8 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 8 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 3 \end{vmatrix}$. |
| 20 | а) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 3 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 8 & 3 \\ 2 & 7 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 & 5 \\ 3 & -5 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & -2 \\ -4 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$. |
| 21 | а) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 7 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 0 \\ 3 & 7 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 7 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 35 & 59 & 71 & 52 \\ 42 & 70 & 77 & 54 \\ 43 & 68 & 72 & 52 \\ 29 & 49 & 65 & 50 \end{vmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 22 | а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 6 & 9 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 1 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$. |
| 23 | а) $\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$. |
| 24 | а) $\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & 8 & 1 \\ 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 27 & 44 & 40 & 55 \\ 20 & 64 & 21 & 40 \\ 13 & -20 & -13 & 24 \\ 46 & 45 & -55 & 84 \end{vmatrix}$. |
| 25 | а) $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \\ -3 & 4 & 8 & 0 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$. |
| 26 | а) $\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 5 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 6 & 3 \\ 1 & 5 & -1 & 2 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$. |
| 27 | а) $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 12 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ 3 & 6 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$. |
| 28 | а) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 8 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 29 | а) $\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 9 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & 8 & 5 \\ 8 & 7 & 3 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 \\ 1 & 8 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$. |
| 30 | а) $\begin{vmatrix} 8 & 5 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & -7 \\ 3 & 5 & -2 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 7 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 8 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$. |

**Задача 5. Найти ранг матриц:**

**а) – методом окаймляющих миноров;**

**б) – методом элементарных преобразований.**

| | |
|---|---|
| 1 | а) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, б) $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 2 | а) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & 5 & 1 & 7 \\ -1 & 2 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, б) $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 4 \\ 1 & 3 & 5 & -1 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 3 | а) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & -2 & 4 \\ 5 & -2 & 4 & 1 & 7 \\ 1 & -1 & 2 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, б) $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 & 7 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 1 & 3 & 5 & -1 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 4 | а) $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & 5 & 4 & 7 \\ 8 & -1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, б) $B = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 9 & 1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 1 & 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$. |
| 5 | а) $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 & -2 & 2 \\ 7 & -2 & 5 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, б) $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 6 | а) $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 5 & -2 & 7 \\ 2 & 8 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$. |
| 7 | а) $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -2 & 4 \\ 4 & 5 & -2 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & -1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$. |
| 8 | а) $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 & -1 \\ 4 & 7 & 5 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 & 8 & -1 \end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 & -1 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 1 & 5 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 9 | а) $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & -2 & 3 \\ 4 & -2 & 7 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 5 & 7 \\ 9 & 7 & 7 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 10 | а) $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & -2 & 5 & 7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 5 & 7 \\ 9 & 7 & 7 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 11 | а) $A=\begin{pmatrix} 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 2 & 4 \\ 9 & 7 & 7 & 1 \\ -1 & 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$. |
| 12 | а) $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & -1 & 2 \\ 7 & 1 & 9 & 5 \\ 1 & 7 & -3 & 7 \end{pmatrix}$. |
| 13 | а) $A=\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & -4 & 8 \\ 8 & -4 & 10 & 2 & 14 \\ 4 & -2 & 2 & 16 & 4 \end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & -3 & 4 \\ 10 & 1 & -1 & 7 \\ 14 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 14 | а) $A=\begin{pmatrix}2&-1&6&-2&4\\4&-2&10&1&7\\2&-1&2&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}1&3&5&-1\\4&-2&-6&8\\10&2&-2&7\\7&7&9&1\end{pmatrix}$. |
| 15 | а) $A=\begin{pmatrix}6&1&3&-2&4\\12&2&5&1&7\\6&1&1&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}1&3&5&-1\\-2&1&3&-4\\5&1&-1&7\\14&14&16&2\end{pmatrix}$. |
| 16 | а) $A=\begin{pmatrix}2&4&2\\-1&-2&-1\\3&5&1\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}2&6&10&-2\\2&-1&-3&4\\5&1&-1&7\\7&7&9&1\end{pmatrix}$. |
| 17 | а) $A=\begin{pmatrix}1&-1&3&-2&4\\2&-2&5&1&7\\1&-1&1&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}2&3&5&-1\\4&-1&-3&4\\10&1&-1&7\\14&7&9&1\end{pmatrix}$. |
| 18 | а) $A=\begin{pmatrix}1&3&3&2&4\\2&6&5&1&7\\1&3&1&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}2&6&10&-2\\4&-2&-6&8\\5&1&-1&7\\7&7&9&1\end{pmatrix}$. |
| 19 | а) $A=\begin{pmatrix}6&1&3&2&4\\12&2&5&-1&7\\6&1&1&-8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}1&1&3&5\\-4&2&-1&-3\\-7&5&1&-1\\-1&7&7&9\end{pmatrix}$. |
| 20 | а) $A=\begin{pmatrix}4&1&-1&3&4\\7&2&-2&5&-2\\2&1&-1&1&-16\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}7&7&9&1\\-2&1&3&4\\2&6&10&-2\\5&1&-1&7\end{pmatrix}$. |
| 21 | а) $A=\begin{pmatrix}8&3&1&-2&-2\\14&5&2&-4&1\\4&1&1&-2&8\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}4&-2&6&8\\7&7&9&1\\1&3&5&1\\5&1&-1&7\end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 22 | а) $A=\begin{pmatrix}3&1&-3&-2&4\\5&2&-6&1&7\\1&1&-3&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}2&6&5&-1\\4&-2&-5&4\\10&2&-1&7\\14&14&9&1\end{pmatrix}$. |
| 23 | а) $A=\begin{pmatrix}6&-1&1&-2&4\\10&-2&2&1&7\\2&-1&1&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}1&3&5&1\\4&-2&-6&8\\5&1&-1&7\\7&7&9&1\end{pmatrix}$. |
| 24 | а) $A=\begin{pmatrix}4&-2&2&16&4\\2&-1&3&-2&4\\4&-2&5&1&7\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}10&2&-2&14\\7&7&9&1\\1&-3&5&-1\\2&-1&-3&4\end{pmatrix}$. |
| 25 | а) $A=\begin{pmatrix}8&-4&10&2&14\\2&-1&3&-2&4\\2&-1&1&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}-2&3&1&5\\8&-1&2&-3\\14&1&5&-1\\2&7&7&9\end{pmatrix}$. |
| 26 | а) $A=\begin{pmatrix}4&-2&6&-4&8\\8&-4&10&2&14\\4&-2&2&16&4\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}2&-1&-3&4\\1&3&5&-1\\7&7&9&1\end{pmatrix}$. |
| 27 | а) $A=\begin{pmatrix}6&1&3&-2&4\\12&2&5&1&7\\6&1&1&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}1&3&5&1\\5&1&-1&7\\2&-1&-3&4\\7&7&9&1\end{pmatrix}$. |
| 28 | а) $A=\begin{pmatrix}1&-1&3&-2&4\\2&-2&5&1&7\\1&-1&1&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}1&3&5&-1\\2&-1&-3&4\\7&7&9&1\\5&1&-1&7\end{pmatrix}$. |
| 29 | а) $A=\begin{pmatrix}4&-2&5&1&7\\2&-1&3&-2&4\\2&-1&1&8&2\end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix}-1&3&5&1\\4&-1&-1&2\\7&1&9&5\\1&7&-3&7\end{pmatrix}$. |

| | |
|---|---|
| 30 | а) $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & -2 & 5 & 7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$, б) $B=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & -3 & 4 \\ 10 & 1 & -1 & 7 \\ 14 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. |

**Задача 6. Доказать совместность систем и решить каждую двумя способами: по формулам Крамера и средствами матричного исчисления.**

| | |
|---|---|
| 1 | а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -4, \\ 4x_1 - 7x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$ |
| 2 | а) $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$ |
| 3 | а) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 3, \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 = -4, \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13, \\ 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 15, \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 14. \end{cases}$ |
| 4 | а) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 4. \end{cases}$ |
| 5 | а) $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = -1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + x_3 = -1. \end{cases}$ |
| 6 | а) $\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -4, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ 3x_1 - 9x_2 = 11; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 7, \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 = 12. \end{cases}$ |
| 7 | а) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ 6x_1 + x_2 - 3x_3 = 12. \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 8 | а) $\begin{cases} 6x_1+8x_2+x_3=-8,\\ 3x_1+4x_2+x_3=-3,\\ 3x_1+5x_2+3x_3=-6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1+2x_2+2x_3=1,\\ 3x_1+5x_2+4x_3=4,\\ 3x_1-2x_2-4x_3=5. \end{cases}$ |
| 9 | а) $\begin{cases} 2x_1+5x_2+4x_3=20,\\ x_1+3x_2+2x_3=11,\\ 2x_1+10x_2+9x_3=40; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=4,\\ x_1-12x_2+4x_3=-7,\\ 3x_1-5x_2+3x_3=1. \end{cases}$ |
| 10 | а) $\begin{cases} 2x_1+3x_2+11x_3=2,\\ x_1+x_2+5x_3=1,\\ 2x_1+x_2+3x_3=-3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3=4,\\ x_1+2x_2+x_3=1,\\ x_1+x_2+2x_3=3. \end{cases}$ |
| 11 | а) $\begin{cases} 5x_1+11x_2+3x_3=2,\\ 2x_1+5x_2+x_3=1,\\ x_1-7x_2-x_3=7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1-7x_2+5x_3=1,\\ 2x_1+2x_2-x_3=7,\\ x_1-x_2+3x_3=0. \end{cases}$ |
| 12 | а) $\begin{cases} x_1+x_2-6x_3=6,\\ 3x_1-x_2-6x_3=2,\\ 2x_1+3x_2-9x_3=6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1-2x_2-x_3=5,\\ x_1+2x_2-2x_3=2,\\ 3x_1+x_2-4x_3=-2. \end{cases}$ |
| 13 | а) $\begin{cases} 8x_1+6x_2-x_3=-7,\\ 10x_1+3x_2-3x_3=3,\\ 6x_1+9x_2-2x_3=-4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1-2x_2+4x_3=-3,\\ 2x_1-x_2+2x_3=-1,\\ x_1+2x_2+2x_3=1. \end{cases}$ |
| 14 | а) $\begin{cases} 2x_1+4x_2+6x_3=0,\\ 2x_1+2x_2+5x_3=6,\\ 2x_2+3x_3=-6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=5,\\ 2x_1-x_2-x_3=1,\\ x_1+3x_2+4x_3=6. \end{cases}$ |
| 15 | а) $\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3=4,\\ 4x_1+3x_2-x_3=6,\\ 8x_1+5x_2-3x_3=12; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1+2x_2-3x_3=-4,\\ x_1+2x_2+x_3=5,\\ 3x_1+x_3=-1. \end{cases}$ |
| 16 | а) $\begin{cases} 4x_1-2x_2+3x_3=6,\\ 2x_1+3x_2-4x_3=20,\\ 3x_1-2x_2-5x_3=6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1,\\ x_1-11x_2+4x_3=13,\\ 3x_2-7x_3=-3. \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 17 | а) $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 14, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 4. \end{cases}$ |
| 18 | а) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 6x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -4, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$ |
| 19 | а) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$ |
| 20 | а) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$ |
| 21 | а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 4, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$ |
| 22 | а) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$ |
| 23 | а) $\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$ |
| 24 | а) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 - 2x_3 = -3. \end{cases}$ |
| 25 | а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5, \\ x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -2. \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 26 | а) $\begin{cases} x_1+3x_2+3x_3=11, \\ x_1-2x_2+3x_3=1, \\ 3x_1+3x_2-x_3=1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1+x_2-x_3=1, \\ x_1-2x_2-x_3=-5, \\ 3x_1-3x_2-2x_3=-8. \end{cases}$ |
| 27 | а) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=5, \\ 2x_1-x_2-x_3=1, \\ x_1+3x_2+4x_3=6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1-2x_2+x_3=-2, \\ x_1+2x_2+2x_3=1, \\ 3x_1+x_2+4x_3=0. \end{cases}$ |
| 28 | а) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3=4, \\ x_1+3x_2-x_3=7, \\ 3x_1-x_2-4x_3=12; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1-2x_2-x_3=-5, \\ x_1+2x_2-2x_3=2, \\ 3x_1+x_2-4x_3=-2. \end{cases}$ |
| 29 | а) $\begin{cases} 3x_1+4x_2=5, \\ x_1-x_2-x_3=-1, \\ x_1+3x_2-x_3=3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3=6, \\ 3x_1-2x_2+4x_3=7, \\ 3x_1+2x_2-3x_3=4. \end{cases}$ |
| 30 | а) $\begin{cases} 2x_1+2x_2-3x_3=-4, \\ x_1+2x_2+x_3=5, \\ 3x_1+x_3=-1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=-2, \\ 2x_1+2x_2-x_3=1, \\ 2x_1+3x_2+3x_3=4. \end{cases}$ |

**Задача 7. Исследовать на совместность и решить системы линейных уравнений.**

| | |
|---|---|
| 1 | а) $\begin{cases} 2x_1+x_2=5, \\ x_1+3x_3=16, \\ 5x_2-x_3=10; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=2, \\ x_1+x_2+2x_3-x_4-x_5=2, \\ x_1+x_2+3x_4+3x_5=2, \\ 2x_1-x_2+x_3+2x_4-x_5=1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1-2x_2-x_3+3x_4=5, \\ 4x_1+x_2+x_3+2x_4=13, \\ 7x_1+4x_2+3x_3+x_4=21, \\ 2x_1+5x_2+3x_3-4x_4=3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x_1+5x_2+x_3+3x_4=0, \\ 4x_1+6x_2+3x_3+5x_4=0, \\ 4x_1+14x_2+x_3+7x_4=0; \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 2 | а) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - x_4 = 4, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 = 6, \\ 7x_1 + 7x_2 + 9x_3 + x_4 = 14; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 0, \\ x_1 - 6x_2 - 9x_3 - 20x_4 = 0; \end{cases}$ |
| 3 | а) $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 = 3, \\ 7x_2 + 4x_3 = 11, \\ 2x_1 + 5x_3 = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2, \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5, \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7, \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 0; \end{cases}$ |
| 4 | а) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 4, \\ 3x_1 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 4x_1 - x_2 + 7x_4 = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -2, \\ 5x_1 - 8x_2 + 4x_3 - 12x_4 = 4, \\ 4x_1 - 7x_2 + 5x_3 - 12x_4 = -1, \\ 2x_1 - 3x_3 + x_3 - 4x_2 = 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 - 11x_2 - 8x_3 + 6x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 0; \end{cases}$ |
| 5 | а) $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = 8, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_2 + x_3 = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 5x_4 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 7x_1 - 4x_2 + 3x_4 = 5, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5x_1 + 11x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 0; \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 6 | а) $\begin{cases}2x_1+x_2+3x_3=9,\\3x_1-5x_2+x_3=-4,\\4x_1-7x_2+x_3=5;\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3-5x_4=1,\\x_1-x_2+5x_3=2,\\3x_1-2x_2-2x_3-5x_4=3,\\7x_1-5x_2-9x_3+10x_4=8;\end{cases}$ <br> в) $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_5=7,\\3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=-2,\\x_2+2x_3+2x_4+6x_5=23,\\5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=12;\end{cases}$ г) $\begin{cases}2x_1+x_2+7x_3+3x_4=0,\\4x_1+2x_2+3x_3+2x_4=0,\\4x_1+2x_2+x_3+2x_4=0;\end{cases}$ |
| 7 | а) $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=1,\\2x_1+x_2+2x_3=1,\\x_1+x_2+3x_3=2;\end{cases}$ б) $\begin{cases}x_1-x_2+x_3+x_4=1,\\x_1+2x_2-3x_3+2x_4=4,\\4x_1-x_2+7x_4=2;\end{cases}$ <br> в) $\begin{cases}2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6,\\3x_1+5x_2+2x_3+2x_4=4,\\9x_1+4x_2+x_3+7x_4=2;\end{cases}$ г) $\begin{cases}4x_1+2x_2+3x_3+x_4=0,\\3x_1+5x_2+x_3+x_4=0,\\7x_1+4x_2+5x_3+2x_4=0;\end{cases}$ |
| 8 | а) $\begin{cases}4x_1+2x_2+x_3=7,\\x_1-x_2+x_3=1,\\x_1+x_2+x_3=3;\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3+x_4=3,\\x_1+7x_2-4x_3+11x_4=1,\\x_1+2x_2-x_3+4x_4=2;\end{cases}$ <br> в) $\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3-x_4=1,\\3x_1+2x_2+x_3-x_4=1,\\5x_1+5x_2+2x_3=2;\end{cases}$ г) $\begin{cases}3x_1+2x_2+4x_3+x_4=0,\\3x_1+2x_2-2x_3+x_4=0,\\9x_1+6x_2+x_3+3x_4=0;\end{cases}$ |
| 9 | а) $\begin{cases}3x_1+4x_2=7,\\x_1+2x_2+3x_3=6,\\x_1-x_2+x_3=1;\end{cases}$ б) $\begin{cases}5x_1-x_2+2x_3+x_4=6,\\2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1,\\x_1-3x_2-6x_3+5x_4=0;\end{cases}$ <br> в) $\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3-2x_4+4x_5=1,\\4x_1-2x_2+5x_3+x_4+7x=1,\\2x_1-x_2+x_3+8x_4+2x_5=-1;\end{cases}$ г) $\begin{cases}4x_1-2x_2+x_3+x_4=0,\\6x_1-3x_2+4x_3+8x_4=0,\\6x_1-3x_2+2x_3+4x_4=0;\end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 10 | а) $\begin{cases} 5x_1+4x_2-2x_3=7, \\ x_1+2x_2-3x_3=0, \\ x_1+x_2-3x_3=-1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+x_4=1, \\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=2, \\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=2; \end{cases}$<br>в) $\begin{cases} 2x_1-3x_2+5x_3+7x_4=1, \\ 4x_1-6x_2+2x_3+3x_4=2, \\ 2x_1-3x_2-11x_3-15x_4=1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x_1+2x_2+8x_3-3x_4=0, \\ 3x_1+3x_2+5x_3-2x_4=0, \\ 2x_1+2x_2+4x_3-x_4=0; \end{cases}$ |
| 11 | а) $\begin{cases} 5x_1+2x_3=7, \\ x_1+2x_2+3x_3=6, \\ x_1-3x_2+x_3=-1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1-5x_2+3x_3+x_4=5, \\ 3x_1-7x_2+3x_3+x_4=-1, \\ 5x_1-9x_2+6x_3+2x_4=7, \\ 3x_1-4x_2+3x_3+x_4=8; \end{cases}$<br>в) $\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3+2x_4=-3, \\ x_1+3x_2-2x_4=3, \\ x_1-4x_3+x_4=0, \\ x_1-x_2+3x_2+3x_4=6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3-2x_4+4x_5=0, \\ 4x_1-2x_2+5x_3+x_4+7x_5=0, \\ 2x_1-x_2+x_3+8x_4+2x_5=0; \end{cases}$ |
| 12 | а) $\begin{cases} 4x_1+2x_2+5x_3=11, \\ 2x_1-x_2+x_3=2, \\ x_1-x_2+x_3=1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+x_4=4, \\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=1, \\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=2; \end{cases}$<br>в) $\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3, \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7, \\ 9x_1+12x_2+4x_3+10x_4=13; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x_1-4x_2+5x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-6x_2+4x_3+2x_4=0, \\ 4x_1-8x_2+17x_3+11x_4=0; \end{cases}$ |
| 13 | а) $\begin{cases} 5x_1+2x_2+3x_3=10, \\ x_1-x_2+2x_3=2, \\ x_1+x_2+x_3=3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x_1-x_2+2x_3+x_4=8, \\ 2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1, \\ x_1-3x_2-6x_3+5x_4=0; \end{cases}$<br>в) $\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=2, \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7, \\ 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1+3x_2+4x_3+x_4=0, \\ 2x_1+2x_2+3x_3+x_4=0, \\ 3x_1+3x_2+4x_3+x_4=0; \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 14 | а) $\begin{cases}7x_1+2x_2-5x_3=4,\\ x_1+x_2-3x_3=-1,\\ x_1+x_2+x_3=3;\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3+x_4=1,\\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=2,\\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=3;\end{cases}$ в) $\begin{cases}x_1-x_2+x_3-x_4=1,\\ x_1+2x_2-3x_3+2x_4=4,\\ 4x_1-x_2-x_4=7;\end{cases}$ г) $\begin{cases}x_1+3x_2+3x_3+2x_4+6x_5=0,\\ x_1-x_2-2x_3-3x_5=0,\\ x_1-11x_2+7x_3+6x_4+18x_5=0;\end{cases}$ |
| 15 | а) $\begin{cases}2x_1+3x_2-2x_3=3,\\ x_1+x_2-x_3=0,\\ x_1+x_2+3x_3=5;\end{cases}$ б) $\begin{cases}x_1-x_2+x_3+x_4=1,\\ x_1+2x_2-3x_3+2x_4=4,\\ 4x_1-x_2+7x_4=3;\end{cases}$ в) $\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3-2x_4+4x_5=-1,\\ 4x_1-2x_2+5x_3+x_4+7x_5=2,\\ 2x_1-x_2+x_3+8x_4+2x_5=1;\end{cases}$ г) $\begin{cases}2x_1-x_2+5x_3+7x_4=0,\\ 4x_1-2x_2+7x_3+5x_4=0,\\ 2x_1-x_2+x_3-5x_4=0;\end{cases}$ |
| 16 | а) $\begin{cases}4x_1+5x_2-3x_3=6,\\ x_1+x_2-3x_3=-1,\\ 2x_1-x_2-x_3=0;\end{cases}$ б) $\begin{cases}3x_1-5x_2+2x_3+4x_4=2,\\ 7x_1-4x_2+3x_4=5,\\ 5x_1+7x_2-4x_3-6x_4=3;\end{cases}$ в) $\begin{cases}x_1-2x_2+3x_3-5x_4=2,\\ 2x_1+x_2+4x_3+x_4=-3,\\ 3x_1-3x_2+8x_3-2x_4=-1,\\ 2x_1-2x_2+5x_3-12x_4=4;\end{cases}$ г) $\begin{cases}2x_1+3x_2+5x_3+6x_4=0,\\ 3x_1+4x_2+6x_3+7x_4=0,\\ 3x_1+x_2+x_3+7x_4=0;\end{cases}$ |
| 17 | а) $\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3=3,\\ x_1+x_2-x_3=1,\\ 2x_1+x_2+x_3=4;\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x_1+x_2+x_3+x_4=1,\\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=2,\\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=5;\end{cases}$ в) $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3+x_4=6,\\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=1,\\ 3x_1+2x_2-x_3+4x_4=2;\end{cases}$ г) $\begin{cases}x_1+5x_2+4x_3+3x_4=0,\\ 2x_1-x_2+2x_3-x_4=0,\\ 5x_1+3x_2+8x_3+x_4=0;\end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 18 | а) $\begin{cases}4x_1+3x_2-5x_3=2,\\x_1+x_2-4x_3=6,\\x_1-x_2-x_3=-1;\end{cases}$ б) $\begin{cases}5x_1-x_2+2x_3+x_4=10,\\2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1,\\x_1-3x_2-6x_3+5x_4=0;\end{cases}$ <br> в) $\begin{cases}5x_1+3x_2+2x_3+6x_4+4x_5=-6,\\3x_1+5x_2+2x_3+5x_4+7x_5=-19,\\3x_1+9x_2+3x_3+10x_4+8x_5=-24,\\10x_1+2x_2+3x_3+7x_4+7x_5=-7;\end{cases}$ г) $\begin{cases}25x_1+31x_2+17x_3+43x_4=0,\\75x_1+94x_2+53x_3+32x_4=0,\\75x_1+94x_2+54x_3+134x_4=0,\\25x_1+32x_2+20x_3+48x_4=0;\end{cases}$ |
| 19 | а) $\begin{cases}4x_1-4x_3=0,\\x_1+x_2+2x_3=4,\\2x_1+x_2=3;\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x_1-x_2-x_3+x_4=1,\\3x_1-2x_2+2x_3-3x_4=2,\\5x_1+x_2-x_3+2x_4=-1,\\2x_1-x_2+x_3-3x_4=4;\end{cases}$ <br> в) $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3+2x_4+3x_5=2,\\6x_1-3x_2+2x_3+4x_4+5x_5=3,\\6x_1-3x_2+4x_3+8x_4+13x_5=9,\\4x_1-2x_2+x_3+x_4+2x_5=1;\end{cases}$ г) $\begin{cases}2x_1+3x_2+5x_3+6x_4=0,\\3x_1+4x_2+6x_3+7x_4=0,\\3x_1+x_2+x_3+4x_4=0;\end{cases}$ |
| 20 | а) $\begin{cases}x_1+x_2-5x_3=-3,\\x_1+x_2+4x_3=6,\\x_1-x_2+x_3=1;\end{cases}$ б) $\begin{cases}x_1+x_2-3x_3=-1,\\2x_1+x_2-2x_3=1,\\x_1+x_2+x_3=3,\\x_1+2x_2-3x_3=1;\end{cases}$ <br> в) $\begin{cases}6x_1+4x_2+5x_3+2x_4+3x_5=1,\\3x_1+2x_2+4x_3+x_4+2x_5=3,\\3x_1+2x_2-2x_3+x_4=-7,\\9x_1+6x_2+x_3+3x_4+2x_5=2;\end{cases}$ г) $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3+x_4=0,\\2x_1+5x_2+x_3+5x_4=0,\\3x_1+3x_2+2x_4=0;\end{cases}$ |
| 21 | а) $\begin{cases}x_1-3x_2-2x_3=-4,\\x_1+x_2+3x_3=6,\\x_1-x_2+x_3=1;\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3+x_4=1,\\x_1+7x_2-4x_3+11x_4=1,\\x_1+2x_2-x_3+4x_2=2;\end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| | в) $\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3+3x_4=1, \\ x_1+3x_2-13x_3-22x_4=-1, \\ 3x_1+5x_2+x_3-2x_4=5, \\ 2x_1+3x_2+4x_3-7x_4=4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1+3x_2+2x_3+2x_4+5x_5=0, \\ 2x_1+2x_2+3x_3+2x_4+5x_5=0, \\ 3x_1+x_2+x_3+2x_4+2x_5=0, \\ x_1+x_2-x_3+x_4=0; \end{cases}$ |
| 22 | а) $\begin{cases} 3x_1-3x_2+3x_3=3, \\ x_1-x_2+4x_3=3, \\ 7x_1-x_2-3x_3=3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+x_4=1, \\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=2, \\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1-x_2+2x_3-3x_4=1, \\ x_1+4x_2-x_3-2x_4=-2, \\ x_1-4x_2+3x_3-2x_4=-2, \\ x_1-8x_2+5x_3-2x_4=-2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1+2x_2+4x_3-3x_4=0, \\ 3x_1+5x_2+6x_3-4x_4=0, \\ 4x_1+5x_2-2x_3+3x_4=0, \\ 3x_1+8x_2+24x_3-19x_4=0; \end{cases}$ |
| 23 | а) $\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=6, \\ 3x_1-3x_2+3x_3=3, \\ 3x_1-x_2-2x_3=0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1-x_2+x_3+x_4=1, \\ x_1+2x_2-3x_3+2x_4=4, \\ 4x_1-x_2+7x_4=4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 5x_1-x_2+2x_3+x_4=2, \\ 2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1, \\ x_1-3x_2-6x_3+5x_4=0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+2x_4+x_5=0, \\ x_1-2x_2-3x_3+x_4-x_5=0, \\ 2x_1-x_2-2x_3+3x_4=0; \end{cases}$ |
| 24 | а) $\begin{cases} 4x_1+x_2-2x_3=3, \\ x_1-x_2+x_3=4, \\ 2x_1+4x_2-x_3=5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+x_4=7, \\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=1, \\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1+3x_2+5x_3-x_4=4, \\ 2x_1-x_2-3x_3+4x_4=1, \\ 5x_1+8x_2+11x_3+7x_4=6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1-x_2+x_3-2x_4+x_5=0, \\ x_1+x_2-2x_3-x_4+2x_5=0, \\ x_1+3x_2+4x_3-3x_4=0; \end{cases}$ |
| 25 | а) $\begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3=2, \\ x_1+x_2-x_3=1, \\ 2x_1-x_2-x_3=0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+x_4=1, \\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=2, \\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=5; \end{cases}$ |

| | | |
|---|---|---|
| | в) $\begin{cases} x_1+3x_2+5x_3-x_4=4, \\ 2x_1-x_2-3x_3+4x_4=1, \\ 7x_1+7x_2+9x_3+x_4=14; \end{cases}$ | г) $\begin{cases} 7x_1+x_2+6x_3-x_4=0, \\ 2x_1+2x_2+3x_3+x_4=0, \\ 9x_1+x_2+4x_3-5x_4=0; \end{cases}$ |
| 26 | а) $\begin{cases} 4x_1+5x_2+x_3=10, \\ x_1+x_2-x_3=1, \\ 2x_1-2x_2+3x_3=3; \end{cases}$ | б) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+x_4=1, \\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=2, \\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=6; \end{cases}$ |
| | в) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3-2x_4+x_5=4, \\ 3x_1+6x_2+5x_3-4x_4+3x_5=5, \\ x_1+2x_2+7x_3-4x_4+x_5=11, \\ 2x_1+4x_2+2x_3-3x_4+3x_5=6; \end{cases}$ | г) $\begin{cases} 2x_1+7x_2+4x_3+5x_4+8x_5=0, \\ 4x_1+4x_2+8x_3+5x_4+4x_5=0, \\ x_1-9x_2-3x_3-5x_4-14x_5=0, \\ 2x_1+5x_2+7x_3+5x_4+6x_5=0; \end{cases}$ |
| 27 | а) $\begin{cases} x_1-3x_2-x_3=-2, \\ 8x_1-x_2+2x_3=9, \\ 2x_1+7x_2+7x_3=16; \end{cases}$ | б) $\begin{cases} 5x_1-x_2+2x_3+x_4=12, \\ 2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1, \\ x_1-3x_2-6x_3+5x_4=0; \end{cases}$ |
| | в) $\begin{cases} x_1-2x_2+x_3+x_4=1, \\ x_1-2x_2+x_3-x_4=-1, \\ x_1-2x_2+x_3+5x_4=5; \end{cases}$ | г) $\begin{cases} 3x_1+2x_2+2x_3+2x_4=0, \\ 2x_1+3x_2+2x_3+5x_4=0, \\ 9x_1+x_2+4x_3-5x_4=0; \end{cases}$ |
| 28 | а) $\begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3=6, \\ 3x_1-2x_2+4x_3=7, \\ 3x_1+2x_2-3x_3=4; \end{cases}$ | б) $\begin{cases} x_1-x_2+x_3+x_4=1, \\ x_1+2x_2-3x_3+2x_4=4, \\ 4x_1-x_2+7x_4=5; \end{cases}$ |
| | в) $\begin{cases} 3x_1-2x_2-5x_3+2x_4=1, \\ 4x_1-13x_3-x_4=10, \\ 2x_1-3x_2+3x_3+4x_4=-6, \\ 2x_1-4x_2+3x_3+5x_4=-8; \end{cases}$ | г) $\begin{cases} 3x_1-2x_2+5x_3+4x_4=0, \\ 6x_1-4x_2+4x_3+3x_4=0, \\ 9x_1-6x_2+3x_3+2x_4=0; \end{cases}$ |
| 29 | а) $\begin{cases} 2x_1+2x_2-3x_3=-4, \\ x_1+2x_2+x_3=5, \\ 3x_1+x_3=-1; \end{cases}$ | б) $\begin{cases} 5x_1-x_2+2x_3+x_4=14, \\ 2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1, \\ x_1-3x_2-6x_3+5x_4=0; \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| | в) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ -2x_1 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0; \end{cases}$ |
| 30 | а) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 4x_1 - x_2 + 7x_4 = 6; \end{cases}$ <br> в) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_5 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 - 5x_4 - x_5 = -8, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 8x_4 + 2x_5 = -6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ -3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0, \\ 9x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0, \\ -9x_1 - 4x_3 + 7x_4 = 0; \end{cases}$ |

## Список литературы

1. Бакельман Н.Я. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – М.: Просвещение,1976.

2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. –М.: Наука, 1976.

3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. –М.: Наука,1975.

4. Беклемишев Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. –М.: Наука, 1987.

5. Головина П.И. Линейная алгебра и некоторые её приложения. –М.: Наука, 1985.

6. Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – 3-е изд. испр. и доп. – М.: Айрис-пресс. 2004.

7. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука, 1974.

8. Методические указания и контрольные работы по математике /Сост.: Фирдман А.И., Назарук Е.М., ОмГТУ – Омск, 2002.

9. Методические указания и контрольные работы № 1-5 по высшей математике. / Сост. Веснина А.А., Стругова Т.М., ОмГТУ. – Омск, 2005.

10. Элементы линейной алгебры. Типовой расчёт № 2 / Сост. Васильева Н.И., Николаева Н.И., Кучеренко Э.Г., Минабудинова Р.Ш. ОмГТУ.-Омск,1993.