Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Омский государственный технический университет»

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

**(ТЕСТЫ)**

Омск
Издательство ОмГТУ
2010

Составители: Котюргина Александра Станиславовна, доцент;
Жукова Ольга Геннадьевна, к. ф.-м. н.

В сборнике задач собраны задания, охватывающие весь курс теории вероятностей. Приведены основные теоремы, рассмотрены примеры и решен один вариант теста.

Задачи сформулированы в виде тестов и могут быть использованы как для самостоятельной подготовки, так и в качестве домашнего задания.

Предназначен для студентов 2-го и 3-го курсов дистанционной и заочной форм обучения.

*Печатается по решению редакционно-издательского совета Омского государственного технического университета*

## §1. Элементы комбинаторики

Пусть $a$ и $b$ – элементы конечного множества.

**Правило 1 (сложения).** Если элемент $a$ может быть выбран $n_1$ способами, а элемент $b$ – $n_2$ способами, причем первые и вторые способы не пересекаются, то любой из элементов ($a$ или $b$) можно выбрать $n_1 + n_2$ способами.

**Правило 2 (умножения).** Если элемент $a$ может быть выбран $n_1$ способами, а элемент $b$ – $n_2$ способами, то оба элемента ($a$ и $b$) в указанном порядке можно выбрать $n_1 \cdot n_2$ способами.

### Схема выбора без возвращений

Пусть дано множество, состоящее из $n$ различных элементов.

**Размещением** из $n$ элементов по $m$ элементов $(0 \le m \le n)$ называется любое упорядоченное подмножество данного множества, содержащее $m$ элементов.

Два размещения различны, если они отличаются друг от друга либо составом элементов либо порядком их расположения, и обозначаются $A_n^m$.

**Перестановкой** из $n$ элементов называется размещение из $n$ элементов по $n$ элементов. Число перестановок из $n$ элементов обозначается $P_n$.

**Сочетанием** из $n$ элементов по $m$ $(0 \le m \le n)$ называется любое подмножество данного множества, которое содержит $m$ элементов.

Два сочетания различны, если они отличаются хотя бы одним элементом, и обозначаются $C_n^m$.

### Схема выбора с возвращением

Если при упорядоченной выборке $m$ элементов из $n$ элементов возвращаются обратно, то получаем размещения с повторениями. Число всех размещений с повторениями из $n$ элементов по $m$ обозначается $\hat{A}_n^m$.

Если при выборке $m$ элементов из $n$ элементы возвращаются обратно без последующего упорядочивания (то есть одни и те же элементы могут выниматься несколько раз, поэтому повториться), то полученные выборки есть сочетания с повторениями. Число всех сочетаний с повторениями из $n$ элементов по $m$ обозначается $\hat{C}_n^m$.

Пусть в множестве из $n$ элементов есть $m$ различных элементов, при этом первый элемент повторяется $n_1$ раз, второй – $n_2$ раз, …, $m$-ый – $n_m$ раз, причем $n_1 + n_2 + \ldots + n_m = n$. Тогда перестановки элементов данного множества представляют собой перестановки с повторениями и обозначаются $P_n(n_1, \ldots, n_m)$.

Формулы для вычислений приведены в таблице (первая строка без повторений, вторая с повторениями).

| | Размещения | Перестановки | Сочетания |
|---|---|---|---|
| 1 | $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$ | $P_n = n!$ | $C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ |
| 2 | $\hat{A}_n^m = n^m$ | $P_n(n_1,\ldots,n_m) = \dfrac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_m!}$ | $\hat{C}_n^m = C_{n+m-1}^m$ |

**Пример 1.** В ящике 100 деталей. Известно, что 50 из них – 1 сорта, 20 – 2-го, остальные – 3-го сорта. Сколько существует способов извлечения из ящика одной детали 1-го или 2 -го сорта?

*Решение.* Деталь 1-го сорта может быть извлечена $n_1 = 50$ способами, 2-го сорта – $n_2 = 20$ способами. По правилу суммы существует $n_1 + n_2 = 50 + 20 =$ $= 70$ способов извлечения одной детали первого или второго сорта.

**Пример 2.** Порядок вступления 12 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?

*Решение.* Каждый вариант отличается только порядком участников, т.е. перестановкой

$$P_{12} = 12! = 479001600.$$

**Пример 3.** Сколькими способами можно переставить буквы в слове ЛИМПОПО?

*Решение.* Букв всего 7, но среди них 2 буквы О и 2 буквы П, поэтому вычисляем по формуле перестановок с повторениями

$$P_7(2,2) = \frac{7!}{2!2!} = 1260.$$

**Пример 4.** В магазине есть 7 видов тортов. Сколькими способами можно составить набор, содержащий три торта?

*Решение.* Имеем выборку с повторением из 7 элементов по 3, причем важен только состав.

$$\hat{C}_7^3 = C_9^3 = \frac{9!}{3!6!} = 84.$$

**Пример 5.** Пять человек вошли в лифт на 1-м этаже девятиэтажного дома. Сколькими способами пассажиры могут выйти из лифта на нужных этажах?

*Решение.* Каждый из 5 пассажиров может выйти на любом из 8 этажей. Имеем выборку с повторением, где важен и порядок и состав. Итак,

$$\hat{A}_8^5 = 8^5.$$

**Пример 6.** В отборочных соревнованиях принимают участие 10 человек, из которых в финал выходят трое. Сколько может быть различных троек финалистов?

*Решение.* Имеем выборку без повторения из 10 элементов по 7, в которой важен только состав. То есть

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!7!} = 120\,.$$

## §2. Классическое определение вероятности

Случайные события обозначаются латинскими буквами $A$, $B$, $C$, … . **Достоверное** событие обозначим через $E$, **невозможное** – символом $\varnothing$. Равенство $A = B$ означает, что появление одного из этих событий влечет за собой появление другого.

**Произведение событий** $A$ и $B$ есть событие $C = AB$, состоящее в наступлении обоих событий $A$ и $B$.

**Сумма событий** $A$ и $B$ есть событие $C = A+B$, состоящее в наступлении хотя бы одного из событий $A$ и $B$.

**Разность событий** $A$ и $B$ есть событие $C = A–B$, состоящее в том, что $A$ происходит, а $B$ не происходит.

**Противоположное** событие обозначается той же буквой. но с чертой сверху (событие $A$; $\overline{A}$ – противоположное). Если $A$ происходит, то $\overline{A}$ – не происходит.

События $A$ и $B$ **несовместны**, если $AB = \varnothing$.

События $A_m$ $(m = 1,2,\ldots,n)$ образуют полную группу, если в результате опыта обязательно должно произойти хотя бы одно из них; при этом $\sum\limits_{m=1}^{n} A_m = E$.

Если результат опыта можно представить в виде полной группы событий, которые попарно несовместны и равновозможны, то вероятность события равна отношению числа $m$ благоприятствующих этому событию исходов опыта к общему числу $n$ всех возможных исходов, т.е. $P = \dfrac{m}{n}$; под **равновозможными** понимаются события, которые в силу тех или других причин не имеют объективного преимущества одно перед другим.

**Пример 1.** Из 30 студентов 10 имеют спортивные разряды, какова вероятность того, что выбранные наудачу три студента – разрядники?

*Решение.* Событие $A$ – 3 наудачу выбранных студента – разрядники. Общее число выбора 3 студентов из 30 представляет собой выборку без повторения, в которой важен только состав, т.е. $n = C_{30}^{3}$. Аналогично число благоприятствующих событию *А* исходов опыта $m = C_{10}^{3}$. Итак,

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_{10}^{3}}{C_{30}^{3}} = \frac{61}{203}.$$

**Пример 2.** На склад поступило *N* изделий, среди которых *М* бракованных. Определить вероятность того, что среди $n$ наугад взятых со склада изделий окажется $m$ бракованных.

*Решение.* Выбрать $n$ изделий из *N* можно $C_N^n$ способами. Число способов выбора $m$ бракованных из *М* равно $C_M^m$, причем каждый из них может быть дополнен (*n*–*m*) изделий из общего числа стандартных изделий (*N*–*M*) числом способов $C_{N-M}^{n-m}$. Таким образом,

$$P(A) = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}, \quad \text{где} \quad M \le N,\ m \le n.$$

## §3. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность

Вероятность суммы двух событий определяется по формуле

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Для несовместных событий вероятность суммы событий равна сумме вероятностей событий

$$P\left(\sum_{m=1}^{n} A_m\right) = \sum_{m=1}^{n} P(A_m).$$

**Условной вероятностью** $P(A/B)$ события *А* называется вероятность появления этого события, вычисленная в предположении, что событие *В* уже произошло. События *А* и *В* **независимы**, если $P(A/B) = P(A)$.

Вероятность произведения двух событий определяется по формуле

$$P(AB) = P(A)\cdot P(B/A) = P(B)\cdot P(A/B).$$

**Пример 1.** Два стрелка, для которых вероятности попадания в мишень равны соответственно 0,7 и 0,8, производят по одному выстрелу. Определить вероятность хотя бы одного попадания в мишень.

*Решение*. Пусть событие $A$ – попал первый стрелок. Событие $B$ – попал второй стрелок, тогда

$$P(A)=0,7;\ P(\bar{A})=0,3;\ P(B)=0,8;\ P(\bar{B})=0,2.$$
$$P(A+B)=1-P(\bar{A}\bar{B})=1-0,3\cdot 0,2=0,94.$$

**Пример 2.** Вероятность поражения мишени для стрелка равна $2/3$. Если при первом выстреле зафиксировано попадание, то стрелок получает право выстрела по второй мишени. Вероятность поражения обеих мишеней при двух выстрелах равна 0,5. Определить вероятность поражения второй мишени.

*Решение*. Пусть $A$ – поражение первой мишени, $B$ – поражение второй мишени, тогда $P(B/A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{1\cdot 3}{2\cdot 2}=\dfrac{3}{4}.$

**Пример 3.** Вероятность, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9; третий – 0,8. Найти вероятность, что студентом будет сдан: а) только первый экзамен; б) только один экзамен; в) три экзамена; г) по крайней мере два экзамена; д) хотя бы один экзамен.

*Решение*. Пусть $A_i$ – студент сдаст $i$-ый экзамен $(i=1,2,3)$.

а) $B$ – студент сдаст только первый экзамен, тогда

$$P(B)=P(A_1\bar{A}_2\bar{A}_3)=P(A_1)\cdot P(\bar{A}_2)\cdot P(\bar{A}_3)=0,9\cdot 0,1\cdot 0,2=0,018.$$

б) $C$ – студент сдаст только один экзамен

$$P(C)=P(A_1\bar{A}_2\bar{A}_3)+P(\bar{A}_1A_2\bar{A}_3)+P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)=$$
$$=0,9\cdot 0,1\cdot 0,2+0,1\cdot 0,9\cdot 0,2+0,1\cdot 0,1\cdot 0,8=0,044.$$

в) Событие $D$ – студент сдаст все три экзамена

$$P(D)=P(A_1A_2A_3)=0,9\cdot 0,9\cdot 0,8=0,648.$$

г) Событие $E$ – студент сдаст по крайней мере два экзамена

$$E=A_1A_2\bar{A}_3+A_1\bar{A}_2A_3+\bar{A}_1A_2A_3+A_1A_2A_3;$$
$$P(E)=0,9\cdot 0,9\cdot 0,2+0,9\cdot 0,1\cdot 0,8+0,1\cdot 0,9\cdot 0,8+0,9\cdot 0,9\cdot 0,8=0,954.$$

д) Событие $F$ – студент сдаст хотя бы один экзамен

$$P(F)=P(A_1+A_2+A_3)=1-P(\bar{F})=$$
$$=1-P(\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3)=1-0,1\cdot 0,1\cdot 0,2=0,998.$$

## §4. Формула полной вероятности. Формула Байеса

Вероятность $P(A)$ появления события $A$, которое может произойти только совместно с одним из событий $H_1, H_2, \ldots, H_n$, образующих полную группу несовместных событий (гипотез), определяется формулой полной вероятности

$$P(A)=\sum_{m=1}^{n} P(H_m)P(A/H_m), \text{ где } \sum_{m=1}^{n} P(H_m)=1.$$

Вероятность $P(H_m/A)$ гипотезы $H_m$ после того, как имело место событие $A$, определяется формулой

$$P(H_m/A)=\frac{P(H_m)P(A/H_m)}{P(A)}.$$

**Пример 1.** В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков, в отношении 1:4:5. Известно, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го, 3-го поставщиков не требуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98; 88 и 92 % случаев.

а) Найти вероятность того, что поступивший в продажу телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

б) Телевизор сломался. От какого поставщика вероятнее всего он поступил?

*Решение*. Пусть $A$ – телевизор не сломается в течение гарантийного срока, $H_i$ – телевизор поступил в продажу от $i$-го поставщика. Тогда

$$P(H_1)=\frac{1}{1+4+5}=\frac{1}{10}, \quad P(H_2)=\frac{4}{1+4+5}=\frac{4}{10}, \quad P(H_3)=\frac{5}{1+4+5}=\frac{5}{10},$$
$$P(A/H_1)=0{,}98, \quad P(A/H_2)=0{,}88, \quad P(A/H_3)=0{,}92.$$

По формуле полной вероятности получим:

а) $P(A)=0{,}1\cdot 0{,}98+0{,}4\cdot 0{,}88+0{,}5\cdot 0{,}92=0{,}91;$

б) т.к. телевизор сломался, то

$$P(\bar{A})=0{,}09, \; P(\bar{A}/H_1)=0{,}02; \; P(\bar{A}/H_2)=0{,}12; \; P(\bar{A}/H_3)=0{,}08.$$

И по формуле Байеса получим

$$P(H_1/\bar{A})=\frac{0{,}1\cdot 0{,}02}{0{,}09}=0{,}022, \quad P(H_2/\bar{A})=\frac{0{,}4\cdot 0{,}12}{0{,}09}=0{,}533,$$
$$P(H_3/\bar{A})=\frac{0{,}5\cdot 0{,}08}{0{,}09}=0{,}444.$$

То есть, скорее всего, он поступил от второго поставщика.

## §5. Повторные независимые испытания

Вероятность $P_{n,m}$ появления события $m$ раз в серии из $n$ независимых опытов, в каждом из которых вероятность появления события равна $p$, определяется формулой биноминального распределения

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \text{ где } q = 1 - p.$$

Вероятность появления события хотя бы один раз при $n$ опытах будет

$$P_n(1) = 1 - q^n.$$

Количество $n$ опытов, которые нужно произвести для того, чтобы с вероятностью не меньше $P$ можно было утверждать что данное событие произойдет по крайней мере один раз, находится по формуле:

$$n \geq \frac{\ln(1-P)}{\ln(1-p)},$$

где $p$ – вероятность появления события в каждом опыте.

Число $m_0$ $(0 \leq m_0 \leq n)$ называется наивероятнейшим числом наступлений события *A*, если $P_{n,m_0} \geq P_{n,m}$ для всех $m = 0,1,\ldots,n$. Это число определяется по формуле

$$np - q \leq m_0 \leq np + p.$$

**Пример 1.** Игральную кость подбрасывают 10 раз. Найти вероятность того, что шестерка выпадет 2 раза.

*Решение.* Здесь $p = \frac{1}{6}$; $q = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$; $n = 10$; $m = 2$;

$$P_{10}(2) = C_{10}^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^8 \approx 0,291.$$

**Пример 2.** Пусть вероятность того, что студент опоздает на лекцию, равна 0,08. Найти наиболее вероятное число опоздавших из 96 студентов.

*Решение.* Имеем $n = 96$; $p = 0,08$; $q = 0,92$,

$$96 \cdot 0,08 - 0,92 \leq m_0 \leq 96 \cdot 0,08 + 0,08;$$

$$6,76 \leq m_0 \leq 7,76.$$

$$m_0 = 7.$$

Если число испытаний $n$ достаточно велико, а вероятность $p$ достаточно мала, причем их произведение $a = np$ стремится к постоянному числу

$(p<0,1;\ npq<10)$, то вероятность $P_{n;m}$ можно приближенно найти по формуле Пуассона

$$P_n(m)\approx\frac{a^m}{m!}e^{-a}.$$

Если число испытаний $n$ достаточно велико, а вероятности $p$ и $q$ не очень близки к нулю $(n>100;\ npq>20)$, то вероятность $P_n(m)$ можно приближенно найти по локальной формуле Муавра – Лапласа

$$P_n(m)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x),$$

где $x=\dfrac{m-np}{\sqrt{npq}}$; $\varphi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ – функция Гаусса, она табулирована,

$$\varphi(-x)=\varphi(x).$$

В условиях локальной формулы Муавра – Лапласа вероятность $P_n(m_1\le m\le m_2)$ того, что число успехов $m$ заключено между $m_1$ и $m_2$, можно приближенно найти по интегральной формуле Муавра – Лапласа

$$P_n(m_1\le m\le m_2)=\Phi(x_2)-\Phi(x_1),$$

где $x_1=\dfrac{m_1-np}{\sqrt{npq}}$, $x_2=\dfrac{m_2-np}{\sqrt{npq}}$, $\Phi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ – функция Лапласа, она табулирована, $\Phi(-x)=-\Phi(x)$.

**Пример 3.** На факультете насчитывается 500 студентов. Какова вероятность того, что 1 сентября является днем рождения одновременно для 2-х студентов?

*Решение.* Имеем $n=500$; $p=1/365\approx0,0027$, $q=0,9973$. Так как $npq=1,35<10$; $p=0,0027<0,1$, то воспользуемся формулой Пуассона

$$P_{500}(2)=\frac{(500\cdot0,0027)^2}{2!}e^{-500\cdot0,0027}\approx0,2362.$$

**Пример 4.** Вероятность брака при изготовлении деталей постоянна и равна 0,05. Какова вероятность, что в партии из 1000 изделий встретится равно 40 бракованных.

*Решение.* По условию задачи $n=1000$, $m=40$; $p=0,05$; $q=0,95$. Кроме того: $npq=1000\cdot0,05\cdot0,95=47,5>20$. Поэтому воспользуемся локальной формулой Муавра – Лапласа

$$P_{1000}(40) \approx \frac{1}{\sqrt{47,5}}\varphi\left(\frac{40-50}{\sqrt{47,5}}\right) = \frac{1}{\sqrt{47,5}}\varphi(-1,45) = \frac{1}{\sqrt{47,5}}\varphi(1,45) = \frac{1}{\sqrt{47,5}}0,1394 = 0,02.$$

**Пример 5.** Фабрика выпускает 70 % продукции первого сорта. Чему равна вероятность того, что в партии из 1000 изделий число изделий первого сорта будет заключено между 652 и 760?

*Решение*. По условию имеем: $n = 1000$, $p = 0,7$, $q = 0,3$, $m_1 = 652$, $m_2 = 760$. Искомую вероятность найдем по интегральной формуле Муавра – Лапласа

$$P_{1000}(652 \le m \le 760) = \Phi\left(\frac{652-1000\cdot 0,7}{\sqrt{1000\cdot 0,7\cdot 0,3}}\right) - \Phi\left(\frac{760-1000\cdot 0,7}{\sqrt{1000\cdot 0,7\cdot 0,3}}\right) =$$
$$= \Phi(4,14) - \Phi(-3,31) = \Phi(4,14) + \Phi(3,31) =$$
$$= 0,49998 + 0,49981 = 0,99979.$$

Если в некоторой серии из $n$ испытаний событие $A$ наступает $m$ раз, то частота его появления $W(A) = \frac{m}{n}$. Тогда неравенство $|W(A) - p| < \varepsilon$ равносильно неравенствам $np - n\varepsilon \le m \le np + n\varepsilon$, и из интегральной теоремы Муавра-Лапласа следует

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| < \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right).$$

**Пример 6.** Сколько раз надо подбросить симметричную монету, чтобы с вероятностью 0,9 частота $\frac{m}{n}$ появления герба отличалась от $\frac{1}{2}$ не более чем на 0,01?

*Решение*. Подставим значения в формулу

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - \frac{1}{2}\right| < 0,01\right) = 2\Phi\left(0,01\cdot\sqrt{\frac{n}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}}\right) = 0,9,$$

$$\Phi\left(0,02\sqrt{n}\right) = 0,45, \quad 0,02\sqrt{n} \approx 1,65, \quad \text{поэтому} \quad n \approx 7000.$$

## §6. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики случайных величин

Случайная величина называется **дискретной**, если ее возможные значения можно перенумеровать. Дискретная случайная величина может быть задана рядом распределения или функцией распределения. **Рядом распределения** называется совокупность всех возможных значений $x_i$ и соответствующих им вероятностей $p_i = P(X = x_i)$

| $x_i$ | $x_1$ | $x_2$ | $\ldots$ | $x_n$ |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $p_1$ | $p_2$ | $\ldots$ | $p_n$ |

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$$

**Функцией распределения** случайной величины $X$ называется функция $F(x)$, равная вероятности $P(X < x)$ того, что случайная величина будет меньше произвольно выбранного значения $x$. Функция $F(x)$ вычисляется по формуле

$$F(x) = \sum_{x_i < x} p_i ,$$

где суммирование ведется по всем значениям $i$, для которых $x_i < x$.

Случайная величина называется **непрерывной**, если существует неотрицательная функция $f(x)$, удовлетворяющая при всех $x$ равенству

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx .$$

Функция $f(x)$ называется **плотностью** распределения

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x)}{\Delta x} .$$

Непрерывная случайная величина задается либо функцией распределения либо плотностью распределения. Функция распределения $F(x) = P(X < x)$, где $x$ – произвольное действительное число, дает вероятность того, что случайная величина $X$ окажется меньше $x$.

Функция $F(x)$ имеет следующие основные свойства:

1. $P(a \le X < b) = F(b) - F(a)$,
2. $F(x_1) \le F(x_2)$, если $x_1 < x_2$,
3. $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 1$,
4. $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0$.

Плотность распределения $f(x)$ обладает следующими основными свойствами:

1. $f(x) \ge 0$,
2. $f(x) = \dfrac{dF(x)}{dx}$,

3. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$,

4. $P(a \le X < b) = \int\limits_{a}^{b} f(x)dx$.

Пусть дискретная случайная величина принимает значения $x_1, x_2, \ldots, x_n$ с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_n$ соответственно, тогда **математическим ожиданием** или средним значением случайной величины называется число

$$M[X] = m_x = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i .$$

Если непрерывная случайная величина $X$ имеет плотность распределения вероятностей $f(x)$, то

$$M[X] = m_x = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx .$$

**Свойства математического ожидания**

1. $M[C] = C$,
2. $M[CX] = CM[X]$,
3. $M(X+Y) = M[X] + M[Y]$,
4. $M[XY] = M[X] \cdot M[Y]$, если случайные величины $X$ и $Y$ независимы.

**Дисперсией** или рассеянием $D[X]$ случайной величины $X$ называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания

$$D[X] = M\left[(X - m_x)^2\right].$$

Величина $\sigma_x = \sqrt{D[X]}$ называется **средним квадратическим отклонением** случайной величины $X$.

Для непрерывных случайных величин

$$D[X] = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x)dx .$$

Основные свойства дисперсии

1. $D[X] = M\left[X^2\right] - m_x{}^2$,

2. $D[C] = 0$,

3. $D[CX] = C^2 D[X]$,

4. $D[X+Y] = D[X] + D[Y]$.

**Пример 1**. Из партии, содержащей 100 изделий, среди которых имеется 10 дефектных, выбраны случайным образом 5 изделий для проверки их качеств. Построить ряд распределения случайного числа $X$ – дефектных изделий содержащихся в выборке. Найти математическое ожидание и дисперсию.

*Решение.* Значения случайной величины принимают значения $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$; $x_4 = 3$; $x_5 = 4$; $x_6 = 5$. Вероятность $P(X = k)$ вычислим по формуле

$$P(X = k) = \frac{C_{10}^k C_{90}^{5-k}}{C_{100}^5}.$$

В результате получим

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,583 | 0,340 | 0,070 | 0,007 | 0 | 0 |

$$\sum_{i=1}^{5} p_i = 1.$$

$$M[X] = 0 \cdot 0{,}583 + 1 \cdot 0{,}34 + 2 \cdot 0{,}07 + 3 \cdot 0{,}007 = 0{,}48,$$

$$D[X] = 0^2 \cdot 0{,}583 + 1^2 \cdot 0{,}34 + 2^2 \cdot 0{,}07 + 3^2 \cdot 0{,}007 - 0{,}48^2 = 0{,}4526.$$

**Пример 2.** Производятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Построить ряд распределения случайного числа испытанных приборов, если вероятность выдержать испытания для каждого из них равна 0,9. Найти математическое ожидание и дисперсию.

*Решение.* Значения случайной величины есть $x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 3$; $x_4 = 4$; $x_5 = 5$. А их вероятности будут иметь значения

$$P(X = 1) = 0{,}1; \quad P(X = 2) = 0{,}2 \cdot 0{,}1 = 0{,}09;$$

$$P(X = 3) = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1 = 0{,}081; \quad P(X = 4) = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1 = 0{,}0729;$$

$$P(X = 5) = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 + 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1 = 0{,}6561$$

и ряд имеет вид

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,1 | 0,09 | 0,081 | 0,0729 | 0,6561 |

$$M[X] = 1 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}09 + 3 \cdot 0{,}081 + 4 \cdot 0{,}0729 + 5 \cdot 0{,}6561 = 4{,}0951,$$

$$D[X] = 1 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}09 + 9 \cdot 0{,}081 + 16 \cdot 0{,}0729 +$$

$$+ 25 \cdot 0{,}6561 - 4{,}0951^2 = 1{,}98805599.$$

**Пример 3.** Непрерывная случайная величина *X* задана функцией распределения $F(x)$. Найти: а) плотность распределения $f(x)$; б) математическое ожидание, дисперсию; в) вероятность $P(\alpha \le x < \beta)$.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ (x+1)^2, & -1<x\le 0,\\ 1, & x>0,\end{cases} \qquad \alpha=-\frac{1}{2},\ \beta=0.$$

*Решение.* а) Плотность вероятности

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ 2(x+1), & -1<x\le 0,\\ 0, & x>0.\end{cases}$$

б) Математическое ожидание и дисперсию непрерывной случайной величины найдем по формулам

$$M[X]=\int\limits_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx; \quad D[X]=\int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx-m_x{}^2;$$

$$M[X]=2\int\limits_{-1}^{0} x(x+1)dx=2\left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{-1}^{0}=-2\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{3};$$

$$D[X]=2\int\limits_{-1}^{0} x^2(x+1)dx-\frac{1}{9}=2\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{0}-\frac{1}{9}=-2\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{9}=\frac{1}{18}.$$

в) Вероятность попадания случайной величины *X* на промежуток $[\alpha,\beta)$ вычислим по одной из формул

$$P(\alpha \le X<\beta)=\int\limits_{\alpha}^{\beta} f(x)dx;$$

$$P(\alpha \le X<\beta)=F(\beta)-F(\alpha);$$

$$P\left(-\frac{1}{2}\le X<0\right)=F(0)-F\left(-\frac{1}{2}\right)=1-\left(-\frac{1}{2}+1\right)^2=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}.$$

## §7. Основные законы распределения случайных величин. Биномиальный закон распределения

Пусть в каждом из $n$ независимых испытаний событие *A* появляется с вероятностью $p$. Тогда случайная величина *X*, означающая число появлений события *A* в $n$ независимых испытаниях, может принимать значения 0,1,2,…, $n$ с вероятностями

$$P_n(X=m)=C_n^m p^m q^{n-m}.$$

Такое распределение называется биноминальным. Здесь имеем

$$M[X]=np;\ \ D[X]=npq.$$

**Пример 1.** Найти среднее число лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 20 билетов, а вероятность выигрыша одного билета равна 0,1. Найти дисперсию числа успехов в данном опыте.

*Решение.* $M[X]=20\cdot 0{,}1=2;\ D[X]=20\cdot 0{,}1\cdot 0{,}9=1{,}8.$

### Распределение Пуассона

Если число испытаний велико, а вероятность $p$ появления события $A$ мала, то

$$P_n(X=m)=\frac{a^m}{m!}e^{-a},$$

где $m$ – число появления события $A$ в $n$ независимых испытаниях; $a = np$. Для распределения Пуассона $M[X]=D[X]=a$. Если $a$ выражает число появлений события за единицу времени, то вероятность наступления $k$ событий за время $t$ определяется формулой Пуассона

$$P_t(k)=\frac{(at)^k e^{-at}}{k!}.$$

**Пример 2.** Среднее число машин, прибывающих в автопарк за 1 минуту, равно двум. Найти вероятность того, что за 5 минут прибудет не менее двух машин.

*Решение.* $M[X]=2$,

$$P(m\ge 2)=1-P(m<2)=1-\big(P(m=0)+P(m=1)\big)=$$

$$=1-\frac{(at)^0}{0!}e^{-at}-\frac{(at)^1}{1!}e^{-at}=1-\frac{(5\cdot 2)^0}{0!}e^{-5\cdot 2}-\frac{(5\cdot 2)^1}{1!}e^{-5\cdot 2}=0{,}99950.$$

### Гипергеометрическое распределение

Дискретная случайная величина $X$ имеет гипергеометрическое распределение с параметрами $n$, $M$, $N$, если она принимает значения $0,1,2,\ldots,m,\ldots,\min(n,M)$ с вероятностями $P(X=m)=\dfrac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$, где $M\le N;\ n\le N;\ \ n,M,N$ – натуральные числа; известно, что

$$M[X]=n\frac{M}{N};\quad D[X]=n\frac{M}{N-1}\left(1-\frac{M}{N}\right)\left(1-\frac{n}{N}\right).$$

**Пример 3.** В сетке 8 баскетбольных мячей, из которых 6 уже были использованы для игр. Для очередной игры отобрали 2 мяча, а после игры положили опять в сетку. Найти закон распределения и числовые характеристики случайной величины *X*, равной числу оставшихся после игры новых мячей.

*Решение.* Первоначально в сетке было 2 новых мяча, а после игры их может остаться 0 или 1 или 2:

$$P(X=0)=\frac{C_2^0C_6^3}{C_8^3}=\frac{20}{56},\ P(X=1)=\frac{C_2^1C_6^2}{C_8^3}=\frac{30}{56};\ P(X=2)=\frac{C_2^2C_6^1}{C_8^3}=\frac{6}{56}.$$

| $X$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P$ | 20/56 | 30/56 | 6/56 |

$$M[X]=3\cdot\frac{2}{8}=\frac{3}{4},\ D[X]=3\cdot\frac{2}{8-1}\left(1-\frac{2}{8}\right)\left(1-\frac{3}{8}\right)=\frac{6}{7}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{5}{8}=\frac{45}{112}.$$

## Равномерное распределение

Если случайная величина *X* принимает все значения $x\in[a,b]$ с постоянной плотностью распределения вероятностей $C=\dfrac{1}{b-a}$, то говорят, что случайная величина *X* распределена равномерно на отрезке $[a,b]$. Плотность равномерно распределенной случайной величины *X*

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a\le x\le b,\\ 0, & x<a,\ \ x>b.\end{cases}$$

Известно, что $M[X]=\dfrac{a+b}{2},\ D[X]=\dfrac{(b-a)^2}{12}.$

**Пример 4.** Поезда метро идут с интервалом в 2 минуты. Найти вероятность того, что пассажир, пришедший на станцию, будет ожидать поезд менее 30 секунд.

*Решение.* Пусть случайная величина *X* – время прихода пассажира на станцию. Очевидно, что *X* – равномерно распределена на интервале $(0,2)$. Функция распределения имеет вид: $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{x}{2}, & 0\le x\le 2,\\ 1, & x\ge 2.\end{cases}$

Отсюда $P(1{,}5\le X\le 2)=F(2)-F(1{,}5)=0{,}25.$

## Показательное распределение

Если плотность распределения вероятностей случайной величины задана функцией

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \lambda e^{-\lambda x}, & x\ge 0,\ \lambda>0,\end{cases}$$

тогда случайная величина распределена по показательному (экспоненциальному) закону. Для показательного закона верно:

$$M[X]=1/\lambda;\ \ D[X]=1/\lambda^2;$$

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ 1-e^{-\lambda x}, & x\ge 0;\end{cases}$$

$$P(\alpha\le X\le\beta)=F(\beta)-F(\alpha)=e^{-\lambda\alpha}-e^{-\lambda\beta}.$$

Если $T$ – время безотказной работа механизма, то $F(t)=P(T<t)$ выражает вероятность входа из строя механизма за время $t$. Тогда $R(t)=P(T>t)=1-F(t)$ – вероятность безотказной работы механизма за время $t$. Функция $R(t)$ называется функцией надежности $R(t)=e^{-\lambda t}$, где $\lambda$ – число отказов в единицу времени.

**Пример 5**. Время безотказной работы прибора подчинено показательному закону с плотностью распределения вероятностей $f(t)=0{,}02\,e^{-0{,}02t}$ при $t\ge 0$. Найти вероятность того, что прибор проработает безотказно 100 часов.

*Решение*. По условию $\lambda=0{,}02$. Искомая вероятность

$$p=R(100)=e^{-0{,}02\cdot 100}=e^{-2}=0{,}135.$$

## Нормальный закон распределения

Плотность вероятности нормального распределения случайной величины имеет вид:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\,e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

где $a$ – математическое ожидание, $\sigma$ – среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины.

Для нормального распределения верно

$$P(\alpha\le X<\beta)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right),$$

где $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ – функция Лапласа, $\Phi(-x)=-\Phi(x)$.

Для нормального распределения верны формулы:

$$P(X<\beta)=\frac{1}{2}+\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right),\quad P(|X-a|<\varepsilon)=2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right),$$

$$P(|X-a|<3\sigma)=2\Phi(3)=0{,}9937\approx 1\quad (\text{правило трех сигм}).$$

**Пример 6.** Измерение дальности до объекта сопровождается систематическими (математическое ожидание) и случайными ошибками. Систематическая ошибка равна 50 м в сторону занижения дальности. Случайные ошибки подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma=100\,м$. Найти вероятность измерения дальности с ошибкой не превосходящей по абсолютной величине 150 м.

*Решение.* Пусть $X$ – суммарная ошибка измерения дальности. Ее систематическая составляющая $a$ = –50 м, поэтому имеем

$$P(|X|<150)=P(-150<X<150)=\Phi\left(\frac{150+50}{100}\right)-\Phi\left(\frac{-150+50}{100}\right)=$$

$$=\Phi(2)-\Phi(-1)=\Phi(2)+\Phi(1)=0{,}4773+0{,}3413=0{,}8186.$$

**Пример 7.** Средняя масса коробки конфет равна 540 г. Найти $\sigma$, если известно, что масса коробок распределена нормально и 5 % коробок имеют массу не большую 530 г.

*Решение.* По условию $a$ = 540, $P(X\le 530)=0{,}05$; так как $P(X<530)=\frac{1}{2}-\Phi\left(\frac{10}{\sigma}\right)$, то $\frac{1}{2}-\Phi\left(\frac{10}{\sigma}\right)=0{,}05$; $\Phi\left(\frac{10}{\sigma}\right)=0{,}45$, $\frac{10}{\sigma}=1{,}65$; $\sigma=6$.

## §8. Неравенство Чебышева

Пусть у случайной величины $X$ определено $M[X]$ и $D[X]$, то для любого $\varepsilon>0$ верно неравенство:

$$P(|X-M[X]|<\varepsilon)\ge 1-\frac{D[X]}{\varepsilon^2}.$$

Для относительной частоты $\frac{m}{n}$ события $A$ в $n$ независимых испытаниях, в каждом из которых оно может произойти с вероятностью $p$, неравенство Чебышева примет вид

$$P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right)\ge 1-\frac{pq}{n\varepsilon^2}.$$

**Пример 1.** Игральная кость подбрасывается 1200 раз. Оценить вероятность отклонения относительной частоты выпадения 6 очков от вероятности этого события (по модулю) на величину, меньшую, чем 0,02.

*Решение.* Исходя из неравенства Чебышева, имеем

$$P\left(\left|\frac{m}{1200}-\frac{1}{6}\right|<0{,}02\right)\geq 1-\frac{5}{6\cdot 6\cdot 0{,}0004\cdot 1200}=0{,}71.$$

**Пример 2.** Всхожесть семян некоторой культуры равна 0,85. Оценить вероятность того, что из 400 посеянных семян число взошедших будет заключено в пределах от 300 до 380.

*Решение.* Случайная величина $X$ – число взошедших семян имеет биномиальное распределение $p=0{,}85,\ \ q=0{,}15,\ \ a=np=340,$
$D\left[X\right]=npq=400\cdot 0{,}15\cdot 0{,}85=51$. Тогда по неравенству Чебышева имеем

$$P\left(\left|X-340\right|<40\right)\geq 1-\frac{51}{40\cdot 40}=\frac{1549}{1600}.$$

**Задача 1**

| | |
|---|---|
| 1. | На сельскохозяйственные работы из трех бригад выделяют по одному человеку. Известно, что в первой бригаде 15 человек, во второй – 12, в третьей – 10 человек. Определить число возможных групп по 3 человека, если известно, что на сельскохозяйственные работы может быть отправлен каждый рабочий. |
| 2. | Пять пассажиров садятся в электропоезд, состоящий из 10 вагонов. Каждый пассажир с одинаковой вероятностью может сесть в любой из 10 вагонов. Определить число всех возможных вариантов размещения пассажиров в поезде. |
| 3. | Студенты данного курса изучают 12 дисциплин. В расписание занятий каждый день включается по 3 предмета. Сколькими способами может быть составлено расписание занятий на каждый день? |
| 4. | Восемь человек договорились ехать в одном поезде, состоящем из восьми вагонов. Сколькими способами можно распределить этих людей по вагонам, если в каждый вагон сядет по одному человеку? |
| 5. | В шахматном турнире участвовало 14 шахматистов, каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего сыграно партий? |
| 6. | На конференцию из трех групп студентов одной специальности выбирают по одному делегату. Известно, что в первой группе 25, во второй – 28 и в третьей – 20 человек. Определить число возможных делегаций, если известно, что каждый студент из любой группы с одинаковой вероятностью может войти в состав делегации. |
| 7. | Из девяти значащих цифр составляются трехзначные числа. Сколько различных чисел может быть составлено? |

| | |
|---|---|
| 8. | Сколько различных четырехзначных чисел можно записать с помощью девяти значащих цифр, из которых ни одна не повторяется? |
| 9. | В пассажирском поезде 5 вагонов. Сколькими способами можно размещать вагоны, составляя этот поезд? |
| 10. | Из 10 кандидатов на одну и ту же должность должно быть выбрано 3. Определить все возможные варианты результатов выборов. |
| 11. | Бригадир должен отправить на работу звено из 5 человек. Сколько таких звеньев можно составить из 12 человек бригады? |
| 12. | Сколько прямых линий можно провести через 8 точек, если известно, что любые три из них не лежат на одной прямой? |
| 13. | Сколькими способами можно составить патруль из трех солдат и одного офицера, если имеется 20 солдат и 3 офицера? |
| 14. | Сколькими способами 3 награды могут быть распределены между 10 участниками соревнования? |
| 15. | Сколькими различными способами можно избрать из 15 человек делегацию в составе трех человек? |
| 16. | Сколькими различными способами собрание, состоящее из 20 человек, может выбрать председателя собрания, его заместителя и секретаря? |
| 17. | Сколькими способами можно выбрать два карандаша и три ручки из пяти различных карандашей и пяти различных ручек? |
| 18. | Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (без повторений)? |
| 19. | Сколькими способами можно смоделировать флаг, состоящий из трех горизонтальных полос различных цветов, если имеется материал пяти различных цветов? |
| 20. | Из 4 первокурсников, 5 второкурсников и 6 третьекурсников надо выбрать 3 студента на конференцию. Сколькими способами можно осуществить этот выбор, если среди выбранных должны быть студенты разных курсов? |
| 21. | При встрече 12 человек обменялись рукопожатиями. Сколько рукопожатий было сделано при этом? |
| 22. | Сколькими способами можно выставить на игру футбольную команду, состоящую из трех нападающих, трех полузащитников, четырех защитников и вратаря, если всего в команде 6 нападающих, 3 полузащитника, 6 защитников и 1 вратарь? |
| 23. | Профсоюзное бюро факультета, состоящее из 9 человек, на своем заседании должно избрать председателя, его заместителя и казначея. Сколько различных случаев при этом может быть? |
| 24. | Сколько перестановок можно сделать из букв слова «ракета», чтобы все они начинались с буквы «р»? |
| 25. | Автоколонна, состоящая из 15 автомобилей, должна выделить на уборочные работы в колхозы 12 грузовиков. Сколькими способами можно это сделать? |

| | |
|---|---|
| 26. | На шахматном турнире было сыграно 45 партий, причем каждый из шахматистов сыграл с остальными по одной партии. Сколько шахматистов участвовало в турнире? |
| 27. | На станции имеется 6 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда? |
| 28. | Сколькими способами можно рассадить 5 человек за круглым столом? (Рассматривается только расположение сидящих относительно друг друга.) |
| 29. | В урне 12 белых и 8 черных шаров. Сколькими способами можно выбрать 5 шаров, чтобы среди них было 5 черных? |
| 30. | Известно, что 7 студентов сдали экзамен по теории вероятностей на «хорошо» и «отлично». Сколькими способами могли быть поставлены им оценки? |
| 31. | Комиссия состоит из председателя, его заместителя и еще пяти человек. Сколькими способами члены комиссии могут распределить между собой обязанности председателя и заместителя? |
| 32. | Сколькими способами можно выбрать трех дежурных из группы в 20 человек? |
| 33. | Чемпионат, в котором участвуют 16 команд, проводится в два круга (т. е. каждая команда дважды встречается с любой другой). Определить, какое количество встреч следует провести. |
| 34. | Замок открывается только в том случае, если набран определенный трехзначный номер. Попытка состоит в том, что набирают наугад три цифры из заданных пяти цифр. Угадать номер удалось только на последней из всех возможных попыток. Сколько попыток предшествовало удачной? |
| 35. | Из группы в 10 человек выбирают четырех участников эстафеты 800+400+200+100. Сколькими способами можно расставить спортсменов по этапам эстафеты? |
| 36. | Команда из пяти человек выступает на соревнованиях по плаванию, в которых участвуют еще 5 спортсменов. Сколькими способами могут распределиться любые места, занятые членами этой команды? |
| 37. | Порядок выступления восьми участников конкурса определяется жребием. Сколько различных исходов жеребьевки при этом возможно? |
| 38. | Сколько различных «слов», состоящих из трех букв, можно образовать из букв слова БУРАН? |
| 39. | В конкурсе по трем номинациям участвуют 10 кинофильмов. Сколько существует вариантов распределение призов, если по каждой номинации установлены различные призы? |
| 40. | Группа студентов изучает 10 различных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий в понедельник, если в этот день должно быть 4 разных занятия? |

**Задача 2**

| | |
|---|---|
| 1. | Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «песня». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал буквы и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «песня». В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 2. | Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера. Полученные кубики тщательно перемешаны. Определить вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь две окрашенные грани. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 3. | Из 10 билетов лотереи выигрышными являются 3. Найти вероятность того, что взятые наудачу 2 билета – выигрышные. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 4. | В лифт шестиэтажного дома на первом этаже вошли 3 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выйдет на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятность того, что все пассажиры выйдут на четвертом этаже. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 5. | В группе спортсменов 7 лыжников и 3 конькобежца. Из нее случайным образом выделены три спортсмена. Найти вероятность того, что все выбранные спортсмены окажутся лыжниками. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 6. | Из букв разрезной азбуки составлено слово «ремонт». Карточки с отдельными буквами тщательно перемешивают, затем наугад вытаскивают 4 карточки и раскладывают их в порядке извлечения. Какова вероятность получения при этом слова «море»? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 7. | Из восьми книг две художественные. Найти вероятность того, что среди взятых наугад четырех книг хотя бы одна художественная. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 8. | На полке 6 радиоламп, из которых две негодные. Случайным образом отбираются две радиолампы. Какова вероятность того, что они годны для использования? В ответ записать число, имеющее один знак после запятой без округления. |
| 9. | В запасе ремонтной мастерской 10 поршневых колец, три из них восстановленные. Определить вероятность того, что среди взятых наугад четырех колец два окажутся восстановленными? В ответ записать число, имеющее один знак после запятой без округления. |
| 10. | Шесть студентов условились ехать определенным рейсом электропоезда с 6 вагонами, но не договорились о номере вагона. Какова вероятность того, что ни один из них не встретится с другим, если возможности в размещении студентов по вагонам равновероятны? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 11. | Билеты лотереи выпущены на общую сумму 10 000 у.е. Цена билета 0,5 у.е. Ценные выигрыши падают на 50 билетов. Определить вероятность ценного выигрыша на один билет. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 12. | В группе из 8 спортсменов шесть мастеров спорта. Найти вероятность того, что из двух случайным образом отобранных спортсменов хотя бы один – мастер спорта. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 13. | Из 25 билетов, пронумерованных числами от 1 до 25, наугад вынимают один. Найти вероятность того, что номер извлеченного билета есть число, не делящееся ни на 2, ни на 3, ни на 5. В ответ записать число, имеющее два знака после запятой без округления. |
| 14. | Определить вероятность того, что серия наудачу выбранной облигации не содержит одинаковых цифр, если номер серии может быть любым пятизначным числом, начиная с 00001. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 15. | Буквенный замок содержит на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 3 сектора с различными нанесенными на них буквами. Замок открывается только в том случае, если каждый диск занимает одно определенное положение относительно корпуса замка. Определить вероятность открытия замка, если установлена произвольная комбинация букв. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 16. | Партия из 100 деталей проверяется контролером, который наугад отбирает 10 деталей и определяет их качество. Если среди выбранных контролером деталей нет ни одной бракованной, то вся партия принимается. В противном случае ее посылают на дополнительную проверку. Какова вероятность того, что партия деталей, содержащая 5 бракованных, будет принята контролером? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 17. | За выполнение контрольной работы 24 студента получили следующие оценки: 8 студентов – «отлично», 6 – «хорошо», 6 – «удовлетворительно», 4 – «неудовлетворительно». Найти вероятность того, что работа наугад взятого студента оценена положительно. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 18. | Подбросили 3 монеты. Найти вероятность того, что хотя бы один раз выпал герб. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 19. | Из коробки, содержащей карточки с буквами «о», «н», «к», «ь», наугад вынимают одну карточку за другой и располагают в порядке извлечения. Какова вероятность того, что в результате получится слово «конь»? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 20. | Из пруда, в котором плавают 40 щук, выловили 5 щук, пометили их и пустили обратно в пруд. Во второй раз выловили 9 щук. Какова вероятность, что среди них окажутся только две помеченные щуки? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 21. | Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Найти вероятность того, что книги стоят слева направо в порядке нумерации томов (от 1 до 5). В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 22. | Из пяти карточек с буквами «а», «б», «в», «г», «д» наугад одну за другой выбирают две и располагают их в порядке извлечения. Какова вероятность того, что получится слово «да»? В ответ записать число, имеющее два знака после запятой без округления. |
| 23. | В урне 3 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что извлеченные наугад два шара окажутся черными? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 24. | Мальчик забыл две последние цифры номера телефона одноклассника и набрал их наугад, помня только, что эти цифры нечетны и различны. Найти вероятность того, что номер набран правильно. В ответ записать число, имеющее два знака после запятой без округления. |
| 25. | В урне 5 шаров: красный, желтый, синий, зеленый и белый. Случайным образом их вынимают из урны. Найти вероятность того, что они будут извлечены в следующем порядке: белый, синий, желтый, красный, зеленый. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 26. | После бури на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошел обрыв провода. Какова вероятность того, что он произошел между 50-м и 55-м километрами линии? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 27. | В мастерскую для ремонта поступило 20 телевизоров. Известно, что 7 из них нуждаются в настройке. Мастер берет любые 5 телевизоров. Какова вероятность того, что 2 из них нуждаются в настройке? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 28. | В шахматном турнире участвуют 20 человек, которых по жребию распределяют в две группы по 10 человек. Найти вероятность того, что два сильнейших шахматиста будут играть в разных группах. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 29. | В партии, состоящей из 20 радиоприемников, 5 неисправных. Наугад берут 3 радиоприемника. Какова вероятность того, что в число выбранных войдут 1 неисправный и 2 исправных радиоприемника? В ответ записать число, имеющее два знака после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 30. | В автобусе 4 пассажира. Найти вероятность того, что на четырех оставшихся до конечной остановках будет выходить по одному человеку, если каждый из пассажиров с равной вероятностью может выйти на любой остановке. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 31. | Зенитная батарея, состоящая из трех орудий, ведет огонь по двум самолетам. Каждое орудие выбирает цель случайно и независимо от других. Найти вероятность того, что все орудия будут стрелять по одной и той же цели. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 32. | Из 10 деталей, находящихся в ящике, 8 стандартных. Найти вероятность того, что из 6 наугад взятых деталей 4 окажутся стандартными. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 33. | В студенческой группе из 20 человек к практическому занятию готовы 18 человек. Преподаватель вызвал четырех студентов. Найти вероятность того, что они подготовлены к занятию. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 34. | Подбросили две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков кратна 2. В ответ записать число, имеющее два знака после запятой без округления. |
| 35. | Даны целые числа от 11 до 19. Найти вероятность того, что квадрат наугад взятого числа оканчивается цифрой «6». В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 36. | Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 200. Найти вероятность того, что номер первого извлеченного жетона не содержит цифру «7». В ответ записать число, имеющее два знака после запятой без округления. |
| 37. | Лифт отправляется с тремя пассажирами и останавливается на восьми этажах. Найти вероятность того, что никакие два пассажира не выйдут на одном и том же этаже. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 38. | В группе 15 студентов, среди которых 4 получают повышенную стипендию. По списку наугад отобрано 6 человек. Найти вероятность того, что трое среди них получают повышенную стипендию. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 39. | В урне 24 шара, из них 18 красных и 6 черных. Наугад извлекли два шара. Найти вероятность того, что оба шара – черные. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |
| 40. | Из 8 книг, находящихся на полке, 6 учебников. Найти вероятность того, что взятые наугад 3 книги будут учебниками. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления. |

**Задача 3**

| | |
|---|---|
| 1. | В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности того, что в данный момент камера включена, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент включены две камеры. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 2. | В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности того, что в данный момент камера включена, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент включено не более одной камеры. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 3. | На железобетонном заводе изготавливают панели, 90 % из которых – высшего сорта. Какова вероятность того, что из трех наугад выбранных панелей хотя бы одна панель будет высшего сорта? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 4. | На железобетонном заводе изготавливают панели, 90 % из которых – высшего сорта. Какова вероятность того, что из трех наугад выбранных панелей будет не более одной панели высшего сорта? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 5. | В блок входят три радиолампы. Вероятности выхода из строя в течение гарантийного срока для них равны соответственно 0,3; 0,2; 0,4. Какова вероятность того, что в течение гарантийного срока выйдут из строя не менее двух радиоламп. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 6. | В блок входят три радиолампы. Вероятности выхода из строя в течение гарантийного срока для них равны соответственно 0,3; 0,2; 0,4. Какова вероятность того, что в течение гарантийного срока выйдет из строя хотя бы одна радиолампа? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 7. | При одном цикле обзора трех радиолокационных станций, следящих за космическим кораблем, вероятности его обнаружения соответственно равны 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что при одном цикле обзора корабль будет обнаружен не менее чем двумя станциями. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 8. | При одном цикле обзора трех радиолокационных станций, следящих за космическим кораблем, вероятности его обнаружения соответственно равны: 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что при одном цикле обзора корабль будет обнаружен двумя станциями. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 9. | Трое рабочих собирают подшипники. Вероятность того, что подшипник, собранный первым рабочим, высшего качества, равна 0,7, вторым – 0,8, третьим – 0,6. Для контроля взято по одному подшипнику из собранных каждым рабочим. Какова вероятность того, что будут ровно два подшипника высшего качества? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 10. | Трое рабочих собирают подшипники. Вероятность того, что подшипник, собранный первым рабочим, высшего качества, равна 0,7, вторым – 0,8, третьим – 0,6. Для контроля взято по одному подшипнику из собранных каждым рабочим. Какова вероятность того, что будет хотя бы один подшипник высшего качества? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 11. | Первый станок-автомат дает 10 % брака, второй – 15 %, а третий – 20 %. Случайным образом отобрали по одной детали с каждого станка. Какова вероятность того, что стандартной окажется ровно одна деталь? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 12. | Первый станок-автомат дает 10 % брака, второй – 15 %, а третий – 20 %. Случайным образом отобрали по одной детали с каждого станка. Какова вероятность того, что стандартной окажется хотя бы одна деталь? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 13. | В цехе имеется три резервных электродвигателя. Для каждого из них вероятность того, что в данный момент он включен, соответственно равна 0,2; 0,3; 0,1. Найти вероятность того, что включены ровно два электродвигателя. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 14. | В цехе имеется три резервных электродвигателя. Для каждого из них вероятность того, что в данный момент он включен, соответственно равна 0,2; 0,3; 0,1. Найти вероятность того, что включен хотя бы один электродвигатель. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 15. | На участке кросса для мотоциклиста-гонщика имеется три препятствия. Вероятность успешного прохождения первого препятствия равна 0,4, второго – 0,5, третьего – 0,6. Найти вероятность успешного преодоления не менее двух препятствий. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления. |
| 16. | На участке кросса для мотоциклиста-гонщика имеется три препятствия. Вероятность успешного прохождения первого препятствия равна 0,4, второго – 0,5, третьего – 0,6. Найти вероятность успешного преодоления двух препятствий. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. |
| 17. | Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй – 0,7, третий –0,6. Вычислить вероятность того, что студент сдаст два экзамена. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 18. | Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй – 0,7, третий – 0,6. Вычислить вероятность того, что студент сдаст не менее двух экзаменов. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 19. | Самолет противника обнаруживается тремя радиолокаторами с вероятностями 0,8; 0,7; 0,5. Какова вероятность обнаружения самолета двумя радиолокаторами? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 20. | Самолет противника обнаруживается тремя радиолокаторами с вероятностями 0,8; 0,7; 0,5. Какова вероятность обнаружения самолета хотя бы одним радиолокатором? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. |
| 21. | Три команды спортивного общества А состязаются соответственно с тремя командами общества В. Вероятности выигрышей первой, второй и третьей команд из общества А у соответствующих команд из общества В равны 0,7; 0,6; 0,4. Команды провели по одной встрече. Какова вероятность того, что команды общества А выиграют две встречи? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 22. | Три команды спортивного общества А состязаются соответственно с тремя командами общества В. Вероятности выигрышей первой, второй и третьей команд из общества А у соответствующих команд из общества В равны 0,7; 0,6; 0,4. Команды провели по одной встрече. Какова вероятность того, что команды общества А выиграют хотя бы две встречи? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 23. | Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность того, что первый станок в течение смены выйдет из строя, равна 0,1, второй – 0,2 и третий – 0,3. Найти вероятность того, что в течение смены выйдут из строя не менее двух станков. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 24. | Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность того, что первый станок в течение смены выйдет из строя, равна 0,1, второй – 0,2 и третий – 0,3. Найти вероятность того, что в течение смены выйдут из строя ровно два станка. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 25. | Три автомата изготавливают детали. Вероятность того, что деталь, изготовленная первым автоматом, высшего качества, равна 0,9, для второго – 0,7, для третьего – 0,6. Наугад берут по одной детали с каждого автомата. Найти вероятность того, что из взятых деталей две высшего качества. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 26. | Три автомата изготавливают детали. Вероятность того, что деталь, изготовленная первым автоматом, – высшего качества, равна 0,9, для второго – 0,7, для третьего – 0,6. Наугад берут по одной детали с каждого автомата. Найти вероятность того, что из взятых деталей хотя бы одна высшего качества. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 27. | Инженер выполняет расчет, пользуясь тремя справочниками. Вероятности того, что интересующие его данные находятся в первом, втором, третьем справочниках, равны соответственно 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что интересующие инженера данные содержатся только в одном справочнике. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 28. | Инженер выполняет расчет, пользуясь тремя справочниками. Вероятности того, что интересующие его данные находятся в первом, втором, третьем справочниках, равны соответственно 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что интересующие инженера данные содержатся только в двух справочниках. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 29. | Для аварийной сигнализации установлены три независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор, равна 0,9, второй – 0,7, третий – 0,5. Найти вероятность того, что при аварии сработают два сигнализатора. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 30. | Для аварийной сигнализации установлены три независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор, равна 0,9, второй – 0,7, третий – 0,5. Найти вероятность того, что при аварии не сработает ни один сигнализатор. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 31. | Вычислительная машина состоит из четырех блоков. Вероятность безотказной работы в течение времени Т первого блока равна 0,4, второго – 0,5, третьего – 0,6, четвертого – 0,4. Найти вероятность того, что в течение времени Т проработают три блока. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 32. | Вычислительная машина состоит из четырех блоков. Вероятность безотказной работы в течение времени Т первого блока равна 0,4, второго – 0,5, третьего – 0,6, четвертого – 0,4. Найти вероятность того, что в течение времени Т проработают менее трех блоков. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 33. | Стрелок произвел четыре выстрела по удаляющейся от него цели, причем вероятность попадания в цель в начале стрельбы равна 0,7, а после каждого выстрела уменьшается на 0,1. Вычислить вероятность того, что цель будет поражена три раза. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 34. | Стрелок произвел четыре выстрела по удаляющейся от него цели, причем вероятность попадания в цель в начале стрельбы равна 0,7, а после каждого выстрела уменьшается на 0,1. Вычислить вероятность того, что цель будет поражена не менее трех раз. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 35. | Первый рабочий изготавливает 40 % изделий второго сорта, а второй – 30 %. У каждого рабочего взято наугад по два изделия. Какова вероятность того, что ровно три изделия второго сорта. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 36. | Первый рабочий изготавливает 40 % изделий второго сорта, а второй – 30 %. У каждого рабочего взято наугад по два изделия. Какова вероятность того, что не менее трех изделий второго сорта. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 37. | Вероятность выигрыша по лотерейному билету первого выпуска равна 0,2, второго – 0,3. Имеется по два билета каждого выпуска. Найти вероятность того, что выиграют не менее трех билетов. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 38. | Вероятность выигрыша по лотерейному билету первого выпуска равна 0,2, второго – 0,3. Имеется по два билета каждого выпуска. Найти вероятность того, что выиграют ровно три билета. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 39. | Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, вторым – 0,7. Оба стрелка сделали по одному выстрелу. Какова вероятность того, что цель поражена хотя бы один раз? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. |
| 40. | Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, вторым – 0,7. Оба стрелка сделали по одному выстрелу. Какова вероятность того, что цель поражена один раз? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. |

## Задача 4

| | |
|---|---|
| 1. | 20 % приборов монтируется с применением микромодулей, остальные – с применением интегральных схем. Надежность прибора с применением микромодулей – 0,9, интегральных схем – 0,8. Найти: а) вероятность надежной работы наугад взятого прибора; б) вероятность того, что прибор – с микромодулем, если он был исправен. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 2. | Детали попадают на обработку на один из трех станков с вероятностями, равными соответственно 0,2; 0,3; 0,5. Вероятность брака на первом станке равна 0,02, на втором – 0,03, на третьем – 0,01. Найти: а) вероятность того, что случайно взятая после обработки деталь – стандартная; б) вероятность обработки наугад взятой детали на втором станке, если она оказалась стандартной. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 3. | Среди поступивших на сборку деталей 30 % – с завода № 1, остальные – с завода № 2. Вероятность брака для завода № 1 равна 0,02, для завода № 2 – 0,03. Найти: а) вероятность того, что наугад взятая деталь стандартная; б) вероятность изготовления наугад взятой детали на заводе № 1, если она оказалась стандартной. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 4. | Три автомата изготавливают однотипные детали, которые поступают на общий конвейер. Производительности первого, второго и третьего автоматов соотносятся как 2:3:5. Вероятность того, что деталь с первого автомата – высшего качества, равна 0,8, для второго – 0,6, для третьего – 0,7. Найти вероятность того, что: а) наугад взятая с конвейера деталь окажется высшего качества; б) взятая наугад деталь высшего качества изготовлена первым автоматом. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 5. | Комплектовщик получает для сборки 30 % деталей с завода № 1, 20 % – с завода № 2, остальные – с завода № 3. Вероятность того, что деталь с завода № 1 – высшего качества, равна 0,9, для деталей с завода № 2 – 0,8, для деталей с завода № 3 – 0,6. Найти вероятность того, что: а) случайно взятая деталь – высшего качества; б) наугад взятая деталь высшего качества изготовлена на заводе № 2. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 6. | Заготовка может поступить для обработки на один из двух станков с вероятностями 0,4 и 0,6 соответственно. При обработке на первом станке вероятность брака составляет 2 %, на втором – 3 %. Найти вероятность того, что: а) наугад взятое после обработки изделие – стандартное; б) наугад взятое после обработки стандартное изделие обработано на первом станке. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 7. | На двух станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для станка № 1 составляет 0,03, для станка № 2 – 0,02. Обработанные детали складываются в одном месте, причем деталей, обработанных на станке № 1, вдвое больше, чем на станке № 2. Найти вероятность того, что: а) взятая наугад деталь будет стандартной; б) наугад взятая стандартная деталь изготовлена на первом станке. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 8. | В дисплейном классе имеется 10 персональных компьютеров первого типа и 15 второго типа. Вероятность того, что за время работы на компьютере первого типа не произойдет сбоя, равна 0,9, а на компьютере второго типа – 0,7. Найти вероятность того, что: а) на случайно выбранном компьютере за время работы не произойдет сбоя; б) компьютер, во время работы на котором не произошло сбоя, – первого типа. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 9. | Вероятность того, что во время работы ЭВМ возникнет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и в остальных устройствах относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и остальных устройствах соответственно равны 0,8; 0,9; 0,9. а) Найти вероятность того, что возникший в ЭВМ |

| | |
|---|---|
| | сбой будет обнаружен. б) Во время работы ЭВМ был обнаружен сбой. Найти вероятность того, что он возник в оперативной памяти. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 10. | По линии связи передано два сигнала типов А и В с вероятностями соответственно 0,8 и 0,2. В среднем принимается 60 % сигналов типа А и 70 % типа В. Найти вероятность того, что: а) посланный сигнал будет принят; б) принятый сигнал – типа А. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 11. | Для сигнализации о том, что режим работы автоматической линии отклоняется от нормального, используются индикаторы двух типов. Вероятности того, что индикатор принадлежит к одному из двух типов, равны соответственно 0,4 и 0,6. При нарушении работы линии вероятность срабатывания индикатора первого типа равна 0,9, второго – 0,7. а) Найти вероятность того, что наугад выбранный индикатор сработает при нарушении нормальной работы линии, б) Индикатор сработал. Найти вероятность того, что он принадлежит первому типу. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 12. | Резистор, поставленный в телевизор, может принадлежать к одной из двух партий с вероятностями 0,6 и 0,4. Вероятности того, что резистор проработает гарантийное число часов, для этих партий равны соответственно 0,8 и 0,7. а) Найти вероятность того, что взятый наугад резистор проработает гарантийное число часов, б) Резистор проработал гарантийное число часов. Найти вероятность того, что он принадлежит ко второй партии. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 13. | При отклонении от штатного режима работы поточной линии срабатывают сигнализатор типа Т-1 с вероятностью 0,9 и сигнализатор типа Т-2 с вероятностью 0,8. Вероятности того, что линия снабжена сигнализаторами типов Т-1 и Т-2, равны соответственно 0,7 и 0,3. а) Найти вероятность того, что при отклонении от штатного режима работы сигнализатор сработает, б) Сигнализатор сработал. Найти вероятность того, что он принадлежит к первому типу. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 14. | Для участия в студенческих спортивных соревнованиях выделено 10 человек из первой группы и 8 из второй. Вероятность того, что студент первой группы попадет в сборную института, равна 0,8, а для студента второй группы – 0,7. а) Найти вероятность того, что случайно выбранный студент попал в сборную института. б) Студент попал в сборную института. Найти вероятность того, что он учится во второй группе. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 15. | На сборку поступают детали с трех конвейеров. Первый дает 25 %, второй – 30 % и третий – 45 % деталей, поступающих на сборку. С первого конвейера в среднем поступает 2 % брака, со второго – 3 %, с третьего – 1 %. Найти вероятность того, что: а) на сборку поступила бракованная деталь; б) поступившая на сборку бракованная деталь – со второго конвейера. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одной знаком после запятой без округления. |
| 16. | В двух коробках имеются однотипные конденсаторы. В первой 20 конденсаторов, из них 2 неисправных, во второй – 10, из них 3 неисправных. а) Найти вероятность того, что наугад взятый конденсатор из случайно выбранной коробки годен к использованию. б) Наугад взятый конденсатор оказался годным. Найти вероятность того, что конденсатор взят из первой коробки. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 17. | В телевизионном ателье имеется 2 кинескопа первого типа и 8 второго типа. Вероятность выдержать гарантийный срок для кинескопов первого типа равна 0,9, а для второго типа – 0,6. Найти вероятность того, что: а) взятый наугад кинескоп выдержит гарантийный срок; б) взятый наугад кинескоп, выдержавший гарантийный срок, первого типа. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 18. | У сборщика 16 деталей, изготовленных на заводе № 1, и 10 деталей, изготовленных на заводе № 2. Вероятности того, что детали выдержат гарантийный срок, равны соответственно для деталей с завода № 1 – 0,8; с завода № 2 – 0,9. а) Найти вероятность того, что взятая наугад деталь выдержит гарантийный срок. б) Взятая наугад деталь выдержала гарантийный срок. Найти вероятность того, что деталь изготовлена на заводе № 2. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 19. | Телеграфное сообщение состоит из сигналов «точка» и «тире», они встречаются в передаваемых сообщениях в отношении 5:3. Статические свойства помех таковы, что искажаются в среднем 2/5 сообщений «точка» и 1/3 сообщений «тире». Найти вероятность того, что: а) передаваемый сигнал принят; б) принятый сигнал – «тире». В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 20. | Для поисков спускаемого аппарата космического корабля выделено 4 вертолета первого типа и 6 вертолетов второго типа. Каждый вертолет первого типа обнаруживает находящийся в районе поиска аппарат с вероятностью 0,6, второго типа – с вероятностью 0,7. а) Найти вероятность того, что наугад выбранный вертолет обнаружит аппарат. б) Вертолет обнаружил спускаемый аппарат. Найти вероятность того, что он принадлежит к первому типу. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 21. | Прибор состоит из двух узлов одного типа и трех узлов второго типа. Надежность работы в течение времени Т для узла первого типа равна 0,8, а для узла второго типа – 0,7. а) Найти вероятность того, что наугад выбранный узел проработает в течение времени Т. б) Узел проработал гарантийное время Т. Найти вероятность того, что он принадлежит ко второму типу. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одним знаком после запятой без округления. |
| 22. | Пассажир может обратиться за получением билета в одну из трех касс вокзала А или в одну из пяти касс вокзала В. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира в кассах вокзала А имеются в продаже билеты, равна 0,6, в кассах вокзала В – 0,5. а) Найти вероятность того, что в наугад выбранной кассе имеется в продаже билет. б) Пассажир купил билет. Найти вероятность того, что он купил билет в кассе вокзала В. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 23. | В вычислительной лаборатории 40 % микрокалькуляторов и 60 % компьютеров. Во время расчета 90 % микрокалькуляторов и 80 % компьютеров работают безотказно. а) Найти вероятность того, что наугад взятая вычислительная машина проработает безотказно во время расчета. б) Выбранная машина проработала безотказно во время расчета. Найти вероятность того, что это был компьютер. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 24. | В состав блока входят 6 радиоламп первого типа и 10 второго. Гарантийный срок обычно выдерживают 80 % радиоламп первого типа и 90 % второго типа. Найти вероятность того, что: а) наугад взятая радиолампа выдержит гарантийный срок; б) радиолампа, выдержавшая гарантийный срок, первого типа. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одним знаком после запятой без округления. |
| 25. | На сборку поступают детали с трех автоматов, причем с первого 30 %, со второго 40 % и с третьего 30 % всех деталей. Вероятность брака для первого автомата равна 0,02, для второго – 0,03, для третьего – 0,04.<br>а) Найти вероятность того, что взятая наугад деталь – бракованная. б) Взятая наугад деталь оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она поступила с третьего автомата. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 26. | Имеется 6 коробок диодов типа А и 8 коробок диодов типа В. Вероятность безотказной работы диода типа А равна 0,8, типа В – 0,7. а) Найти вероятность того, что взятый наугад диод проработает гарантийное число часов. б) Взятый наугад диод проработал гарантийное число часов. Найти вероятность того, что он относится к типу А. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одним знаком после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 27. | Для участия в студенческих спортивных соревнованиях выделено из первой группы 5 студентов, из второй и третьей – соответственно 6 и 10 студентов. Вероятности выполнения нормы мастера спорта равны для студентов первой группы – 0,3, второй – 0,4, третьей – 0,2. Найти вероятность того, что: а) наугад взятый студент выполнит норму мастера спорта; б) студент, выполнивший норму мастера спорта, учится во второй группе. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 28. | На участке, изготавливающем болты, первый станок производит 25 %, второй – 35 %, третий – 40 % всех изделий. В продукции каждого из станков брак составляет соответственно 5 %, 4 %, 2 %. Найти вероятность того, что: а) взятый наугад болт – с дефектом; б) случайно взятый болт с дефектом изготовлен на третьем станке. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 29. | Приборы изготавливаются двумя заводами. Первый изготавливает 2/3 всех изделий, второй – 1/3. Надежность (вероятность безотказной работы) прибора, изготовленного первым заводом равна 0,9, вторым 0,8. а) Определить полную надежность прибора, поступившего в производство. б) Прибор проработал безотказно. Найти вероятность того, что он изготовлен первым заводом. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 30. | Три машины производят болты, причем первая машина производит 30 % всей продукции, вторая машина – 45 % и третья – 25 %. Доля брака в продукции первой машины 4 %, в продукции второй машины – 3 %, в продукции третьей – 5 %. а) Чему равна вероятность того, что наудачу взятый болт окажется дефектным? б) Случайно выбранный из продукции болт оказался дефектным. Какова вероятность того, что он произведен первой машиной. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одним знаком после запятой без округления. |
| 31. | Производится стрельба по мишеням трех типов, из которых 5 мишеней типа А, 3 мишени типа В и 3 мишени типа С. Вероятность попадания в мишень типа А равна 0,4, в мишень типа В – 0,1, в мишень типа С – 0,15. Найти вероятность того, что: а) мишень будет поражена при одном выстреле, если неизвестно, по мишени какого типа он был сделан; б) при одном выстреле (если неизвестно, по мишени какого типа он сделан) будет поражена мишень типа А. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 32. | Два датчика посылают сигналы в общий канал связи, причем первый из них посылает вдвое больше сигналов, чем второй. Вероятность получить искаженный сигнал от первого датчика равна 0,06, от второго – 0,03. а) Какова вероятность получить искаженный сигнал в общем канале связи? б) Был получен искаженный сигнал. Найти вероятность того, что он получен от первого датчика. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 33. | Две урны A и B содержат цветные шары в следующем составе: A – 5 зеленых и 7 красных, B – 4 зеленых и 2 красных. Какова вероятность вынуть зеленый шар, если: а) сначала случайно выбирается урна и затем вынимается из нее шар; б) шары из двух урн перекладываются в третью и шар вынимается из нее. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 34. | Два завода выпускают телевизоры. Первый из них делает 70 % всей продукции, второй – 30 %, причем 90 % продукции первого завода и 85 % второго – высшего качества, а) Найти вероятность того, что наугад взятый телевизор – высшего качества. б) Выбранный наугад телевизор оказался высшего качества. Какова вероятность того, что он изготовлен на первом заводе? В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 35. | Надежность автомобиля, собранного из высококачественных деталей, равна 0,95. Если автомобиль собирают из деталей серийного производства, то его надежность равна 0,6. Высококачественные детали составляют 30 % общего числа деталей. а) Найти вероятность того, что наугад взятый автомобиль безотказно проработает в течение установленного времени. б) Автомобиль безотказно проработал в течение указанного времени. Найти вероятность того, что он собран из высококачественных деталей. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одним знаком после запятой без округления. |
| 36. | Для сигнализации о том, что режим работы автоматической линии отклоняется от нормального, используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,5, 0,2 и 0,3 к одному из трех типов. Для каждого типа индикатора вероятности подачи сигнала при нарушении нормальной работы линии равны соответственно 0,9; 0,8; 0,6. а) Найти вероятность получения сигнала от индикатора. б) От индикатора получен сигнал. Найти вероятность того, что индикатор – первого типа. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 37. | Вероятности подключения абонента к каждой из трех АТС равны соответственно 0,2; 0,4; 0,4. Вероятность соединения абонентов в случае подключения для первой АТС – 0,25, для второй – 0,4, для третьей – 0,35. а) Найти вероятность соединения абонентов. б) Соединение произошло. Найти вероятность того, что подключилась третья АТС. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 38. | На конвейер поступают одинаковые детали со станков A и B. Вероятность брака для станка A равна 0,06, для станка B – 0,02. Со станка A поступает в 4 раза больше деталей, чем со станка B. а) Найти вероятность того, что взятая наугад деталь будет стандартной. б) Взятая наугад деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она поступила со станка A. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 39. | Вероятность повреждения электролинии на участке $C_1$, протяженностью 8 км равна 0,3, на участке $C_2$ протяженностью 11 км – 0,2, на участке $C_3$ протяженностью 6 км – 0,15. а) Найти вероятность повреждения электролинии. б) Произошло повреждение электролинии. Найти вероятность того, что это повреждение – на участке $C_2$. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |
| 40. | Имеется три одинаковые урны, в первой из которых 5 зеленых и 3 синих шара, во второй – 2 зеленых и 4 синих шара, в третьей – 1 зеленый и 3 синих. а) Найти вероятность того, что шар, взятый из наугад выбранной урны, будет зеленым. б) Наугад взятый шар оказался зеленым. Найти вероятность того, что он из первой урны. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления. |

## Задача 5

| | |
|---|---|
| 1. | Всхожесть семян некоторого растения составляет 80 %. Найти вероятность того, что из 6 посеянных семян взойдут: а) три; б) четыре. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 2. | В семье четверо детей. Принимая равновероятным рождение мальчика и девочки, найти вероятность того, что мальчиков в семье: а) три; б) два. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 3. | Среди заготовок, изготавливаемых рабочим, в среднем 4 % не удовлетворяют требованиям стандарта. Найти вероятность того, что среди 6 заготовок, взятых для контроля, требованиям стандарта не удовлетворяют: а) не менее пяти; б) пять. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 4. | Вероятность выигрыша по одной облигации трехпроцентного займа равна 0,25. Найти вероятность того, что из восьми купленных облигаций выигрышными окажутся: а) три; б) две. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 5. | Вероятность успешной сдачи студентом каждого из пяти экзаменов равна 0,7. Найти вероятность успешной сдачи: а) трех экзаменов; б) двух экзаменов. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с двумя знаками после запятой без округления. |
| 6. | Вероятность работы каждого из семи моторов в данный момент равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент включены: а) два мотора; б) три мотора. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 7. | В телеателье имеется 7 телевизоров. Для каждого телевизора вероятность того, что в данный момент он включен, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включены: а) четыре телевизора; б) хотя бы один телевизор. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 8. | При массовом производстве полупроводниковых диодов вероятность брака при формовке равна 0,1. Найти вероятность того, что из восьми диодов, проверяемых ОТК, бракованных будет: а) два; б) не более двух. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 9. | Вероятность поражения мишени для данного стрелка в среднем составляет 80 %. Стрелок произвел 6 выстрелов по мишени. Найти вероятность того, что мишень была поражена: а) пять раз; б) не менее пяти раз. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с двумя знаками после запятой без округления. |
| 10. | Вероятность, сдачи экзамена для каждого из шести студентов равна 0,8. Найти вероятность того, что экзамен сдадут: а) пять студентов; б) не менее пяти студентов. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с двумя знаками после запятой без округления. |
| 11. | Вероятность поражения в каждой шахматной партии для игрока равна 0,5. Найти вероятность того, что он выиграл в шести партиях: а) хотя бы один раз; б) два раза. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 12. | Всхожесть семян лимона составляет 80 %. Найти вероятность того, что из 9 посеянных семян взойдут: а) семь; б) более семи. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 13. | При штамповке изделий бывает в среднем 20 % брака. Для контроля отобрано 8 изделий. Найти: а) вероятность того, что два изделия окажутся бракованными; б) наивероятнейшее число бракованных изделий. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 14. | Среди изделий, подвергавшихся термической обработке, в среднем 80 % высшего сорта. Найти вероятность того, что среди пяти изделий: а) хотя бы четыре высшего сорта; б) четыре высшего сорта. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 15. | Оптовая база обслуживает 6 магазинов. Вероятность получения заявки базой на данный день для каждого из магазинов равна 0,6. Найти вероятность того, что в этот день будет: а) пять заявок; б) не менее пяти заявок. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 16. | После зубофрезеровки шестерен у рабочего в среднем получается 20 % нестандартных шестерен. Найти вероятность того, что среди взятых шести шестерен нестандартных будет: а) три; б) хотя бы одна. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 17. | При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,1. Найти вероятность того, что сообщение из 10 знаков: а) не будет искажено; б) содержит три искажения. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 18. | Продукция, поступающая из цеха в ОТК, не удовлетворяет условиям стандарта в среднем в 8 % случаев. Найти вероятность того, что из наугад взятых семи изделий удовлетворяют условиям стандарта: а) шесть изделий; б) не менее шести изделий. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 19. | Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Произведено 8 выстрелов. Найти: а) вероятность поражения цели три раза; б) наивероятнейшее число поражений. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 20. | Вероятность того, что изделие пройдет контроль, равна 0,8. Найти вероятность того, что из шести изделий контроль пройдут: а) пять изделий; б) не менее пяти изделий. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 21. | Среди деталей, изготавливаемых рабочим, в среднем 2 % нестандартных. Найти вероятность того, что среди взятых на испытание пяти деталей: а) три нестандартных; б) ни одной нестандартной детали. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 22. | Вероятность перевыполнения годового плана для каждого из восьми рабочих равна 0,8. Найти вероятность того, что перевыполнят годовой план: а) хотя бы один рабочий; б) трое рабочих. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 23. | Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,8. Произведено 7 выстрелов. Найти вероятность того, что имело место: а) четыре поражения цели; б) шесть поражений. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 24. | Вероятность поражения цели каждым из семи выстрелов равна 0,8. Найти вероятность поражения цели: а) двумя выстрелами; б) хотя бы одним выстрелом. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 25. | Вероятность потопить судно одной торпедой равна 0,2. Выпущено 5 торпед. Найти вероятность того, что имеет место: а) три попадания в судно; б) четыре попадания. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 26. | Вероятность попадания в цель при одном выстреле из винтовки равна 0,3. Произведено 6 выстрелов. Найти вероятность того, что произошло: а) три попадания в цель; б) пять попаданий. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 27. | Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,6. Произведено 5 выстрелов. Найти вероятность того, что будет иметь место: а) четыре поражения цели; б) три поражения. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 28. | Вероятность попадания в цель равна 0,3. Одновременно сбрасывается 6 бомб. Найти вероятность того, что в цель попадают: а) четыре бомбы; б) не менее четырех бомб. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 29. | Среди деталей, изготавливаемых рабочим, в среднем 4 % бракованных. Найти вероятность того, что среди взятых на контроль пяти деталей: а) две бракованные; б) хотя бы одна бракованная. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 30. | Вероятность выиграть по одной облигации государственного займа равна 1/3. Найти вероятность того, что, имея 6 облигаций этого займа, можно выиграть: а) по двум облигациям; б) по трем облигациям. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 31. | Среди вырабатываемых рабочим деталей в среднем 3 % бракованных. Найти вероятность того, что среди взятых наугад шести деталей: а) нет бракованных; б) не более трех бракованных. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 32. | Вероятность ежедневного нормального расходования воды в городе принимается равной 0,8. Найти: а) наиболее вероятное число дней в течение недели, в которые расход воды будет нормальным; б) вероятность того, что два дня в неделю расход воды будет нормальным. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 33. | Вероятность поломки станка в течение одной смены равна 0,3. Определить вероятность поломки станка: а) в течение каждой из трех смен; б) в течение одной из трех смен. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |

| | |
|---|---|
| 34. | Вероятность хотя бы одного попадания в цель при двух выстрелах равна 0,91. Найти вероятность: а) трех попаданий при шести выстрелах; б) не менее двух попаданий при четырех выстрелах. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 35. | Вероятность того, что расход электроэнергии за сутки не превышает нормы, равна 0,8. Найти вероятность того, что в ближайшие 7 суток расход электроэнергии не превысит нормы: а) за 4 суток; б) не менее чем за 5 суток. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 36. | Вероятность нормального расхода горючего в автоколонне составляет 0,8. а) Определить вероятность того, что в ближайшие 7 дней расход горючего будет нормальным, б) найти наиболее вероятное число дней в течение недели, в которые расход горючего будет нормальным. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 37. | Вероятность попадания в цель равна 0,5. Сбрасывают по одной 5 бомб. Определить вероятность того, что будет: а) не менее одного попадания в цель; б) два попадания. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 38. | Завод выпускает 75 % продукции первого сорта. Найти: а) наиболее вероятное число изделий первого сорта среди 6 отобранных; б) вероятность того, что не менее трех изделий – первого сорта. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 39. | Отделом технического контроля установлено, что из 100 велосипедов, изготовленных заводом, 10 с дефектом. Найти вероятность того, что из 6 выбранных велосипедов будет: а) 3 с дефектом; б) 5 удовлетворяющих требованиям качества. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |
| 40. | Ожидается прибытие трех судов с овощами и фруктами. Статистика показывает, что в 1 % случаев груз овощей и фруктов частично портится в дороге. Найти вероятность того, что: а) только одно судно придет частично испорченным грузом; б) все три судна придут с неиспорченным грузом. В ответ записать сумму полученных чисел, каждое из которых взято с тремя знаками после запятой без округления. |

## Задача 6

| | |
|---|---|
| 1. | Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,25. Найти вероятность того, что событие наступит 54 раза в 243 испытаниях. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(1)=0{,}2420$, $\varphi(1{,}2)=0{,}1942$. |
| 2. | Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 144 испытаниях событие наступит 120 раз. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(1)=0{,}2420$, $\varphi(1{,}3)=0{,}1714$. |

| | |
|---|---|
| 3. | Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти вероятность того, что событие наступит 25 раз в 100 испытаниях. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(1,25) = 0,1826$, $\varphi(1) = 0,2420$. |
| 4. | Вероятность появления события в каждом из 2100 независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что событие наступит 1470 раз. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(0) = 0,3989$, $\varphi(1) = 0,2420$. |
| 5. | Вероятность производства бракованной детали равна 0,008. Найти вероятность того, что из взятых на проверку 1000 деталей 2 бракованных. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e = 2,72$. |
| 6. | Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти вероятность того, что событие наступит 20 раз в 100 испытаниях. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(0) = 0,3989$, $\varphi(1) = 0,2420$. |
| 7. | Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность отказа любого элемента в течение часа равна 0,002. Найдите вероятность того, что за час откажут 4 элемента. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e = 2,72$. |
| 8. | Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 100 деталей 55 окажутся отполированными, если в общей массе деталей имеется поровну отполированных и неотполированных. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(0) = 0,3989$, $\varphi(1) = 0,2420$. |
| 9. | Семена содержат 0,1 % сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 2000 семян обнаружить 5 семян сорняков. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e = 2,72$. |
| 10. | Найти вероятность одновременного останова 30 машин из 100 работающих, если вероятность останова для каждой машины равна 0,2. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(2,5) = 0,0175$, $\varphi(3) = 0,0044$. |
| 11. | Вероятность того, что при автоматической штамповке изделий отдельное изделие окажется бракованным (т.е. с отклонениями от стандарта) постоянна и равна 0,05. Какова вероятность того, что в партии из 1000 изделий встретится ровно 40 бракованных? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(0) = 0,3989$, $\varphi(1,45) = 0,1394$. |
| 12. | Найти вероятность поражения мишени 75 раз при 100 выстрелах, если вероятность поражения при одном выстреле равна 0,8. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(1,25) = 0,1826$, $\varphi(2,5) = 0,0175$. |

| | |
|---|---|
| 13. | Станок состоит из 2000 независимо работающих узлов. Вероятность отказа одного узла в течение года равна 0,0005. Найти вероятность отказа в течение года двух узлов. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e = 2{,}72$. |
| 14. | Промышленная телевизионная установка содержит 2000 транзисторов. Вероятность выхода из строя каждого из транзисторов равна 0,0005. Найти вероятность выхода из строя хотя бы одного транзистора. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e = 2{,}72$. |
| 15. | Средний процент нарушения работы кинескопа телевизора в течение гарантийного срока равен 12. Вычислить вероятность того, что из 46 наблюдаемых телевизоров 36 выдержат гарантийный срок. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(2{,}04) = 0{,}0498$, $\varphi(2{,}8) = 0{,}0079$. |
| 16. | Вероятность появления события в каждом из 2000 независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что событие наступит 1400 раз. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(0) = 0{,}3989$, $\varphi(1) = 0{,}2420$. |
| 17. | Вероятность появления события в каждом из 21 независимого испытания равна 0,7. Найти вероятность того, что событие наступит не менее 11 раз. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1{,}76) = 0{,}4608$, $\Phi(1) = 0{,}3413$, $\Phi(2{,}18) = 0{,}4854$, $\Phi(3) = 0{,}49865$. |
| 18. | Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение 1 мин равна 0,004. Найти вероятность того, что в течение 1 мин обрыв произойдет на шести веретенах. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e = 2{,}72$. |
| 19. | Вероятность появления события в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,5. Найти вероятность того, что событие наступит 450 раз. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(0) = 0{,}3989$, $\varphi(2) = 0{,}0540$. |
| 20. | Вероятность того, что изделие – высшего сорта, равна 0,5. Найти вероятность того, что из 1000 изделий 500 – высшего сорта. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(0) = 0{,}3989$, $\varphi(1) = 0{,}2420$. |
| 21. | Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие наступит не менее 70 и не более 80 раз. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0) = 0$, $\Phi(2{,}5) = 0{,}4938$, $\Phi(1) = 0{,}3413$, $\Phi(2) = 0{,}4772$. |

| | |
|---|---|
| 22. | Вероятность того, что изделие – высшего качества, равна 0,5. Найти вероятность того, что из 400 изделий число изделий высшего качества составит от 194 до 208. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}8)=0{,}2881;$ $\Phi(0{,}6)=0{,}2257$, $\Phi(0{,}77)=0{,}2794$, $\Phi(1{,}1)=0{,}3643$. |
| 23. | Найти вероятность того, что при 400 испытаниях событие появится 200 раз, если вероятность его наступления в каждом независимом испытании равна 0,2. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(0)=0{,}3989$, $\varphi(3)=0{,}0044$. |
| 24. | Всхожесть семян данного растения равна 0,9. Найти вероятность того, что из 900 посаженных семян число проросших будет заключено между 790 и 830. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}15)=0{,}0596$, $\Phi(1{,}2)=0{,}3849$, $\Phi(2{,}22)=0{,}4868$. |
| 25. | Вероятность рождения мальчика равна 0,5. Найти вероятность того, что из 1000 рождающихся детей мальчиков будет не менее 500, но не более 550. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0)=0;$ $\Phi(3{,}16)=0{,}499$, $\Phi(0{,}44)=0{,}17$, $\Phi(1{,}16)=0{,}3770$. |
| 26. | Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Используя теорему Муавра-Лапласа, найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не более 75 раз. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0)=0;$ $\Phi(0{,}1)=0{,}0398$, $\Phi(1{,}25)=0{,}3944$. |
| 27. | По мишени проводится 100 выстрелов. Вероятность попадания для каждого выстрела равна 0,75. Найти вероятность того, что число попаданий будет не менее 80. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(5{,}77)=0{,}5;$ $\Phi(1{,}15)=0{,}3749$, $\Phi(0{,}8)=0{,}2881;$ $\Phi(2{,}02)=0{,}4783$. |
| 28. | Вероятность получения с конвейера изделий 1-го сорта равна 0,75. Принята партия в 1000 изделий. Определить вероятность того, что изделий первого сорта окажется от 720 до 800. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(3{,}65)=0{,}49998;$, $\Phi(2{,}19)=0{,}4861;$ $\Phi(0)=0;$ $\Phi(1{,}33)=0{,}4082$. |
| 29. | Вероятность выхода за время Т одного конденсатора равна 0,2. Найти вероятность того, что из 100 конденсаторов за время Т выйдет из строя более 12, но менее 26 конденсаторов. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1{,}5)=0{,}4332;$ $\Phi(2)=0{,}4772$, $\Phi(1{,}67)=0{,}4525;$ $\Phi(2{,}7)=0{,}4965$. |

| | |
|---|---|
| 30. | Вероятность того, что наудачу выбранная деталь окажется бракованной, при каждой проверке одна и та же и равна 0,2. Определить вероятность того, что среди 50 наудачу отобранных деталей бракованных окажется не менее 6. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(14{,}14)=0{,}5$; $\Phi(1{,}41)=0{,}4207$, $\Phi(0{,}8)=0{,}2881$; $\Phi(3{,}4)=0{,}49966$. |
| 31. | Вероятность нарушения стандарта при штамповке карболитовых колец равна 0,3. Найти вероятность того, что для 800 заготовок число бракованных колец заключено между 225 и 250. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}77)=0{,}2794$; $\Phi(1{,}16)=0{,}3770$; $\Phi(0{,}5)=0{,}1915$; $\Phi(1{,}1)=0{,}3643$. |
| 32. | Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 75 раз. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(5)=0{,}499997$; $\Phi(1{,}25)=0{,}3944$, $\Phi(0)=0$; $\Phi(1{,}13)=0{,}3708$. |
| 33. | Вероятность появления события в каждом независимом испытании равна 0,7. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие наступит не более 70 раз. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0)=0$; $\Phi(15{,}2)=0{,}5$, $\Phi(0{,}9)=0{,}3159$; $\Phi(1)=0{,}3413$. |
| 34. | Вероятность отклонений от принятого стандарта при штамповке клемм равна 0,02. Найти вероятность наличия в партии из 200 клемм не более 4 клемм, не соответствующих стандарту. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0)=0$, $\Phi(2{,}02)=0{,}4783$, $\Phi(0{,}6)=0{,}2257$, $\Phi(0{,}9)=0{,}3159$. |
| 35. | Вероятность появления бракованной детали равна 0,008. Найти вероятность того, что из 500 случайно отобранных деталей окажется 3 бракованных. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e=2{,}72$. |
| 36. | Птицеферма отправила на базу 5000 доброкачественных яиц. Вероятность того, что в пути яйцо разобьется, равна 0,0002. Найти вероятность того, что на базу прибудут 3 недоброкачественных яйца. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e=2{,}72$. |
| 37. | Найти вероятность поражения мишени 76 раз при 100 выстрелах, если вероятность поражения при одном выстреле равна 0,8. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(0)=0{,}3989$, $\varphi(1)=0{,}2420$. |
| 38. | Найти вероятность одновременной поломки 25 машин из 100 работающих, если вероятность поломки каждой машины равна 0,2. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(1{,}25)=0{,}1826$, $\varphi(1)=0{,}2420$. |

| | |
|---|---|
| 39. | Электронная схема содержит 2000 элементов. Вероятность выхода из строя каждого из элементов равна 0,0005. Найти вероятность безотказной работы электронной схемы. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e = 2{,}72$. |
| 40. | Вероятность получения изделия высшего сорта равна 0,64. Найти вероятность того, что в партии из 100 изделий будет 70 изделий высшего сорта. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\varphi(1{,}25) = 0{,}1826$, $\varphi(1) = 0{,}2420$. |

**Задача 7**

| | |
|---|---|
| 1. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Производятся три выстрела по мишени. Вероятность поражения мишени первым выстрелом равна 0,4, вторым – 0,5, третьим – 0,6; СВ $X$ – число поражений мишени. |
| 2. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность безотказной работы в течение гарантийного срока для телевизоров первого типа равна 0,9, второго типа – 0,7, третьего типа – 0,8; СВ $X$ – число телевизоров, проработавших гарантийный срок, среди трех телевизоров разных типов. |
| 3. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X] + P(X = 3)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,6; СВ $X$ – число поражений цели при четырех выстрелах. |
| 4. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X] + P(X = 2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность выпуска прибора, удовлетворяющего требованиям качества, равна 0,9. В контрольной партии 3 прибора; СВ $X$ – число приборов, удовлетворяющих требованиям качества. |
| 5. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность перевыполнения плана для СУ-1 равна 0,9, для СУ-2 – 0,8, для СУ-3 – 0,7; СВ $X$ – число СУ, перевыполнивших план. |

| | |
|---|---|
| 6. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M\left[X\right]$. В ответ записать сумму $M\left[X\right]+P(X=1)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8; СВ $X$ – число попаданий в цель при трех выстрелах. |
| 7. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M\left[X\right]$. В ответ записать сумму $M\left[X\right]+P(X=3)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность сдачи данного экзамена для каждого из четырех студентов равна 0,8; СВ $X$ – число студентов, сдавших экзамен. |
| 8. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M\left[X\right]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность успешной сдачи первого экзамена для данного студента равна 0,9, второго экзамена – 0,8, третьего – 0,7; СВ $X$ – число сданных экзаменов. |
| 9. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M\left[X\right]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Мяч бросается в корзину до первого промаха, но число бросков не более 4. Вероятность попадания мячом в корзину при каждом броске равна 0,4. СВ $X$ – число бросков. |
| 10. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M\left[X\right]$. В ответ записать сумму $M\left[X\right]+P(X=1)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Из партии в 20 изделий, среди которых имеется четыре нестандартных, для проверки качества выбраны случайным образом 3 изделия; СВ $X$ – число нестандартных изделий среди проверяемых. |
| 11. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M\left[X\right]$. В ответ записать сумму $M\left[X\right]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность приема каждого из четырех радиосигналов равна 0,6; СВ $X$ – число принятых радиосигналов. |
| 12. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M\left[X\right]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность попадания в цель из орудия при первом выстреле равна 0,1, при втором – 0,4, при третьем – 0,7. Предлагается произвести три выстрела. СВ $X$ – число попаданий в цель. |

| | |
|---|---|
| 13. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=3)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>90 % панелей, изготавливаемых на железобетонном заводе, – высшего сорта; СВ $X$ – число панелей высшего сорта из четырех, взятых наугад. |
| 14. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность отказа прибора за время испытания на надежность равна 0,2; СВ $X$ – число приборов, отказавших в работе, среди пяти испытываемых. |
| 15. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>В первой коробке 10 сальников, из них 2 бракованных, во второй – 16 сальников, из них 4 бракованных, в третьей – 12, из них 3 бракованных; СВ $X$ – число бракованных сальников при условии, что из каждой коробки взято наугад по одному сальнику. |
| 16. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=1)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Производится три независимых опыта, в каждом из которых событие $A$ появляется с вероятность 0,4. СВ $X$ – число появлений события $A$ в трех опытах. |
| 17. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=1)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность выхода из строя каждого из трех блоков прибора в течение гарантийного срока равна 0,3; СВ $X$ – число блоков, вышедших из строя в течение гарантийного срока. |
| 18. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность того, что деталь с первого автомата удовлетворяет стандарту, равна 0,9, для второго автомата – 0,8, для третьего – 0,7; СВ $X$ – число деталей, удовлетворяющих стандарту, при условии, что с каждого автомата взято наугад по одной детали. |
| 19. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятности поражения цели каждым из трех стрелков равны соответственно 0,7; 0,8; 0,6; СВ $X$ – число поражений цели при условии, что каждый из стрелков сделал по одному выстрелу. |

| | |
|---|---|
| 20. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятности выхода из строя в течение гарантийного срока каждого из трех узлов прибора равны соответственно 0,2; 0,3; 0,1; СВ $X$ – число узлов, вышедших из строя в течение гарантийного срока. |
| 21. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность попадания мячом в корзину при каждом броске для данного баскетболиста равна 0,4; СВ $X$ – число попадания при четырех бросках. |
| 22. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>В партии из 25 изделий 6 бракованных. Для контроля их качества случайным образом отбирают три изделия; СВ $X$ – число бракованных изделий среди отобранных. |
| 23. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=1)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Выход из строя коробки передач происходит по трем основным причинам: поломка зубьев шестерен, недопустимо большие контактные напряжения и излишняя жесткость конструкции. Каждая из причин приводит к поломке коробки передач с одной и той же вероятностью, равной 0,1; СВ $X$ – число причин, приведших к поломке в одном испытании. |
| 24. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Производятся испытания на надёжность 3 изделий. Вероятность выдержать испытания для каждого изделия равна 0,4. СВ $X$ – число изделий, выдержавших испытания. |
| 25. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=1)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Проводятся три независимых измерения исследуемого образца. Вероятность допустить ошибку в каждом измерении равна 0,01; СВ $X$ – число ошибок, допущенных в измерениях. |

| | |
|---|---|
| 26. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=1)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Стрелок ведёт стрельбу по цели. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,2. СВ $X$ – число попадания в цель при трёх выстрелах. |
| 27. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность того, что стрелок попадает в мишень при одном выстреле, равна 0,6. Стрелок стреляет по мишени до первого промаха, но число выстрелов не более 3. СВ $X$ – число сделанных выстрелов. |
| 28. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Мяч бросается в корзину до первого попадания, но число бросков не больше 4. Вероятность попадания при каждом броске мяча в корзину $P$ = 0,3. СВ $X$ – число бросков. |
| 29. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Опыт состоит в трёх независимых бросаниях монеты, при каждом из которых вероятность выпадения герба $P$ = 0,5. СВ $X$ – число появлений герба. |
| 30. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Производятся последовательные испытания 4 приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, когда предыдущий оказался надёжным. Вероятность выдержать испытания для каждого прибора $P$ = 0,9. СВ $X$ – число испытанных приборов. |
| 31. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Производятся испытания на надёжность 4 изделий. Вероятность выдержать испытания для каждого изделия равна 0,3. СВ $X$ – число изделий, выдержавших испытания. |
| 32. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Стрелок ведёт стрельбу по цели. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,4. СВ $X$ – число промахов при трех выстрелах. |

| | |
|---|---|
| 33. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Испытуемый прибор состоит из трёх малонадежных элементов. Отказы элементов за некоторое время T независимы, а их вероятности равны соответственно $P_1$ = 0,1; $P_2$ = 0,2; $P_3$ = 0,3. СВ $X$ – число отказавших за время T элементов. |
| 34. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>Производится набрасывание колец на колышек до первого попадания либо до полного израсходования всех колец, число которых равно 4. Вероятность набрасывания каждого кольца равна 0,2. СВ $X$ – число брошенных колец. |
| 35. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. В ответ записать число с двумя знаками после запятой без округления.<br>В партии из пяти изделий одно бракованное. Чтобы его обнаружить, выбирают наугад одно изделие за другим и каждое взятое изделие проверяют. СВ $X$ – число проверенных изделий. |
| 36. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. Расчеты проводить в обыкновенных дробях. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=3)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>При установившемся технологическом процессе предприятие выпускает 2/3 своих изделий первым сортом и 1/3 вторым сортом; СВ $X$ – число изделий первого сорта из взятых наугад четырех. |
| 37. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. Расчеты проводить в обыкновенных дробях. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=1)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>В партии из 15 телефонных аппаратов 5 неисправных; СВ $X$ – число неисправных аппаратов среди трех случайным образом отобранных. |
| 38. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. Расчеты проводить в обыкновенных дробях. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Вероятность выигрыша по одному билету лотереи равна 1/6; СВ $X$ – число выигрышных билетов из четырех. |

| | |
|---|---|
| 39. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. Расчеты проводить в обыкновенных дробях. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=1)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Из 39 приборов, испытываемых на надежность, 5 высшей категории. Наугад взяли 2 прибора; СВ $X$ – число приборов высшей категории среди отобранных. |
| 40. | Найти закон распределения указанной дискретной случайной величины. Вычислить математическое ожидание $M[X]$. Расчеты проводить в обыкновенных дробях. В ответ записать сумму $M[X]+P(X=2)$ с двумя знаками после запятой без округления.<br>Известно, что в партии из 20 телефонных аппаратов имеется 5 неисправных. Из партии выбрано 4 аппарата. СВ $X$ – число неисправных аппаратов среди отобранных. |

**Задача 8**

| | |
|---|---|
| 1. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$ . Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления.<br>$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{8}x^3 & \text{при } 0\le x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 2. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления.<br>$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{33}\left(2x^2+5x\right) & \text{при } 0\le x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}$$ |
| 3. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления.<br>$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{9}x^2 & \text{при } 0\le x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}$$ |

| | |
|---|---|
| 4. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти вероятность попадания СВ $X$ на отрезок $[\alpha,\beta]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{24}\left(x^2+2x\right) & \text{при } 0\le x\le 4,\\ 1 & \text{при } x>4;\end{cases} \qquad \alpha=0,\ \beta=1.$$ |
| 5. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{10}\left(x^3+x\right) & \text{при } 0\le x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 6. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{20}\left(x^2+x\right) & \text{при } 0\le x\le 4,\\ 1 & \text{при } x>4.\end{cases}$$ |
| 7. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти вероятность попадания СВ $X$ на отрезок $[\alpha,\beta]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<\frac{3\pi}{4},\\ \cos 2x & \text{при } \frac{3\pi}{4}\le x\le \pi,\\ 1 & \text{при } x>\pi;\end{cases} \qquad \alpha=\frac{3\pi}{4},\ \beta=\frac{5\pi}{6}.$$ |
| 8. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти вероятность попадания СВ $X$ на отрезок $[\alpha,\beta]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ 1-\cos x & \text{при } 0\le x\le \frac{\pi}{2},\\ 1 & \text{при } x>\frac{\pi}{2};\end{cases} \qquad \alpha=0,\ \beta=\frac{\pi}{3}.$$ |

| | |
|---|---|
| 9. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{96}\left(x^3+8x\right) & \text{при } 0\le x\le 4,\\ 1 & \text{при } x>4.\end{cases}$$ |
| 10. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<-1,\\ \frac{1}{9}(x+1)^2 & \text{при } -1\le x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 11. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти вероятность попадания СВ $X$ на отрезок $\left[\alpha,\beta\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<\frac{\pi}{2},\\ 1-\sin x & \text{при } \frac{\pi}{2}\le x\le \pi,\\ 1 & \text{при } x>\pi;\end{cases}\qquad \alpha=\frac{\pi}{2},\ \beta=\frac{3\pi}{4}.$$ |
| 12. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<-1,\\ \frac{1}{9}\left(x^3+1\right) & \text{при } -1\le x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 13. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{33}\left(3x^2+2x\right) & \text{при } 0\le x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}$$ |

| | |
|---|---|
| 14. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти вероятность попадания СВ $X$ на отрезок $\left[\alpha,\beta\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<\dfrac{3\pi}{2},\\ \cos x & \text{при } \dfrac{3\pi}{2}\le x\le 2\pi,\\ 1 & \text{при } x>2\pi;\end{cases} \qquad \alpha=\frac{3\pi}{2},\ \beta=\frac{7\pi}{4}.$$ |
| 15. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \dfrac{1}{15}\left(x^2+2x\right) & \text{при } 0\le x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}$$ |
| 16. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<-1,\\ \dfrac{1}{5}\left(x+1\right) & \text{при } -1\le x\le 4,\\ 1 & \text{при } x>4.\end{cases}$$ |
| 17. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти вероятность попадания СВ $X$ на отрезок $\left[\alpha,\beta\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \sin x & \text{при } 0\le x\le \dfrac{\pi}{2},\\ 1 & \text{при } x>\dfrac{\pi}{2};\end{cases} \qquad \alpha=0,\ \beta=\frac{\pi}{6}.$$ |
| 18. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \dfrac{\left(x^3+3x\right)}{14} & \text{при } 0\le x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |

| | |
|---|---|
| 19. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<1,\\ \dfrac{\left(x^2-x\right)}{2} & \text{при } 1\le x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 20. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \dfrac{\left(x^2+x\right)}{6} & \text{при } 0\le x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 21. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \dfrac{1}{10}\left(x^2+3x\right) & \text{при } 0\le x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 22. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<2,\\ \dfrac{1}{3}\left(x^2-2x\right) & \text{при } 2\le x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}$$ |
| 23. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<2,\\ \dfrac{1}{2}x-1 & \text{при } 2\le x\le 4,\\ 1 & \text{при } x>4.\end{cases}$$ |

| | |
|---|---|
| 24. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<0, \\ \frac{1}{6}x & \text{при } 0\le x\le 6, \\ 1 & \text{при } x>6. \end{cases}$ |
| 25. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<-1, \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{2} & \text{при } -1\le x\le 1, \\ 1 & \text{при } x>1. \end{cases}$ |
| 26. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<2, \\ (x-2)^2 & \text{при } 2\le x\le 3, \\ 1 & \text{при } x>3. \end{cases}$ |
| 27. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x<2, \\ \frac{1}{3}(x^2-2x) & \text{при } 2\le x\le 3, \\ 1 & \text{при } x>3. \end{cases}$ |
| 28. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти вероятность попадания СВ $X$ на отрезок $[\alpha,\beta]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<\frac{\pi}{2}, \\ -\cos x & \text{при } \frac{\pi}{2}\le x\le \pi, \\ 1 & \text{при } x>\pi; \end{cases}$ $\alpha=\frac{\pi}{2},\ \beta=\frac{5\pi}{6}.$ |
| 29. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<1, \\ \frac{1}{4}(x-1) & \text{при } 1\le x\le 5, \\ 1 & \text{при } x>5. \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 30. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ \dfrac{x^2}{36} & \text{при } 0<x\le 6,\\ 1 & \text{при } x>6.\end{cases}$$ |
| 31. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти вероятность попадания СВ $X$ на отрезок $[\alpha,\beta]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \dfrac{1}{2}(1-\cos x) & \text{при } 0\le x\le \pi,\\ 1 & \text{при } x>\pi;\end{cases} \qquad \alpha=\frac{\pi}{3},\ \beta=\frac{\pi}{2}.$$ |
| 32. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ x^3 & \text{при } 0\le x\le 1,\\ 1 & \text{при } x>1.\end{cases}$$ |
| 33. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 1,\\ 2x^2-2 & \text{при } 1<x<\sqrt{3/2},\\ 1 & \text{при } x\ge \sqrt{3/2}.\end{cases}$$ |
| 34. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le -3,\\ \dfrac{x}{3}+1 & \text{при } -3<x\le 0,\\ 1 & \text{при } x>0.\end{cases}$$ |
| 35. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 5,\\ 2x-10 & \text{при } 5<x\le 5{,}5,\\ 1 & \text{при } x>5{,}5.\end{cases}$$ |

| | |
|---|---|
| 36. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ \dfrac{x^2}{16} & \text{при } 0<x<4,\\ 1 & \text{при } x\ge 4.\end{cases}$$ |
| 37. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \dfrac{1}{4}x^2 & \text{при } 0\le x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 38. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 7/4,\\ 4x-7 & \text{при } 7/4<x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 39. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти математическое ожидание $M\left[X\right]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le -2,\\ \dfrac{(x+2)^2}{16} & \text{при } -2<x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$ |
| 40. | Дана функция распределения $F(x)$ СВ $X$. Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. $$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le -2,\\ \dfrac{x+2}{7} & \text{при } -2<x\le 5,\\ 1 & \text{при } x>5.\end{cases}$$ |

## Задача 9

| | |
|---|---|
| 1. | Валик, изготовлений автоматом, считается стандартным, если отклонение его диаметра от проектного размера не превышает 2 мм. Случайные отклонения диаметров валиков подчиняются нормальному закону со средним квадратичным отклонением 1,6 мм и математическим ожиданием, равным 0. Сколько стандартных валиков (в %) изготавливает автомат? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1{,}25)=0{,}3944$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(2)=0{,}4772$. |
| 2. | При определении расстояния радиолокатором случайные ошибки распределяются по нормальному закону. Какова вероятность того, что ошибка при определении расстояния не превысит 20 м, если известно, что систематических ошибок радиолокатор не допускает, а дисперсия ошибок равна 1370 м? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}54)=0{,}2054$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(3)=0{,}4986$. |
| 3. | Все значения равномерно распределенной случайной величины $X$ лежат на отрезке [2; 8]. Найти вероятность попадания случайной величины $X$ в промежуток (3; 5). Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 4. | Случайная величина $X$ подчинена закону Пуассона с математическим ожиданием, равным 3. Найти вероятность того, что случайная величина $X$ примет значение, меньшее, чем ее математическое ожидание. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e=2{,}72$. |
| 5. | Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляются до ближайшего деления. Считая, что ошибки измерения распределены равномерно, найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, меньшая 0,04. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления. |
| 6. | Поток заявок, поступающих на телефонную станцию, подчинен закону Пуассона. Математическое ожидание числа вызовов за 1 ч равно 30. Найти вероятность того, что за 1 мин поступит не менее двух вызовов. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e=2{,}72$. |
| 7. | В лотерее разыгрываются мотоцикл, велосипед и одни часы. Найти математическое ожидание выигрыша для лица, имеющего три билета, если общее количество билетов равно 100. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. |
| 8. | Считается, что изделие высшего качества, если отклонение его размеров от номинальных не превосходит по абсолютной величине 3,6 мм. Случайные отклонения размера изделия от номинального подчиняются нормальному закону со средним квадратичным отклонением, равным 3 мм. Систематические отклонения отсутствуют. Определить среднее число изделий высшего качества среди 100 изготовленных. $\Phi(1{,}2)=0{,}3849$, $\Phi(1{,}1)=0{,}3643$, $\Phi(1)=0{,}3413$. |

| | |
|---|---|
| 9. | Размеры диаметров деталей выпускаемых цехом – случайная величина, распределенная по нормальному закону; $M[X]$ = 5 см, $D[X]$ = 0,81 см$^2$. Найти вероятность того, что диаметр наугад взятой детали – от 4 до 7 см. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(1{,}11)=0{,}3665$, $\Phi(1{,}15)=0{,}3749$, $\Phi(2{,}22)=0{,}4868$. |
| 10. | Случайная величина $X$ подчинена нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0. Вероятность попадания этой случайной величины в интервал (–1; 1) равна 0,5. Найти среднее квадратичное отклонение. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}675)=0{,}25$. |
| 11. | Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения – 5 мин. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 мин. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления. |
| 12. | Ребро куба $x$ измерено приближенно: $1 \le x \le 2$. Рассматривая ребро куба как случайную величину $X$, распределенную равномерно в интервале (1; 2), найти математическое ожидание объема куба. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления. |
| 13. | Случайная величина подчинена закону Пуассона с математическим ожиданием $a$ = 3. Найти вероятность того, что данная случайная величина примет положительное значение. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\mathrm{e}=2{,}72$. |
| 14. | При работе ЭВМ время от времени возникают сбои, которые подчинены закону Пуассона. Среднее число сбоев за сутки равно 1,5. Найти вероятность того, что в течение суток произойдет хотя бы один сбой. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\mathrm{e}=2{,}72$. |
| 15. | Из пункта С ведется стрельба из орудия вдоль прямой СК. Предполагается, что дальность полета распределена нормально с математическим ожиданием 1000 м и средним квадратичным отклонением 5 м. Определить (в %), сколько снарядов упадет с перелетом от 5 до 70 м. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(14)=0{,}5$; $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(2)=0{,}4772$, $\Phi(3)=0{,}4986$. |
| 16. | Случайная величина $X$ распределена нормально с математическим ожиданием 40 и дисперсией 100. Вычислить вероятность попадания случайной величины $X$ в интервал (30; 80). Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(4)=0{,}4999$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(1{,}25)=0{,}3944$, $\Phi(1{,}5)=0{,}4332$. |

| | |
|---|---|
| 17. | Трамваи данного маршрута идут с интервалом в 5 мин. Пассажир подходит к трамвайной остановке в некоторый момент времени. Какова вероятность появления пассажира не ранее чем через 1 мин после ухода предыдущего трамвая, но не позднее, чем за 2 мин до отхода следующего трамвая? Ответ записать с одним знаком после запятой без округления. |
| 18. | Минутная стрелка часов перемещается скачком в конце каждой минуты. Найти вероятность того, что в данное мгновение часы покажут время, которое отличается от истинного не более чем на 20 с. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 19. | Случайная величина $X$ имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной 1. Вычислить вероятность попадания случайной величины в интервал $\left(-0,5;-0,1\right)$. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0,1)=0,0398$, $\Phi(0,5)=0,1915$, $\Phi(1)=0,3413$, $\Phi(1,5)=0,4332$. |
| 20. | Случайная величина $X$ имеет нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 1, и дисперсией, равной 4. Вычислить вероятность попадания случайной величины в интервал $\left(-\infty;-2\right)$. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1,5)=0,4332$, $\Phi(1,25)=0,3944$, $\Phi(0)=0$. |
| 21. | Производят взвешивание вещества. Случайная ошибка взвешивания распределена нормально с математическим ожиданием 20 кг и средним квадратичным отклонением 2 кг. Найти вероятность того, что вес вещества отличается от математического ожидания не более чем на 100 г. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0,05)=0,0199$, $\Phi(1)=0,3413$, $\Phi(0)=0$. |
| 22. | Случайная величина $X$ – отклонение размера детали от стандарта – имеет нормальное распределение вероятностей со средним квадратическим отклонением, равным 0,2, и математическим ожиданием, равным 0. Найдите вероятность изготовления детали, отвечающей требованиям стандарта, если задан допуск ± 0,5. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(2,5)=0,4938$, $\Phi(1)=0,3413$, $\Phi(0)=0$. |
| 23. | Цена деления шкалы амперметра равна 0,1 А. Показания округляют до ближайшего деления. Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, превышающая 0,04 А. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления. |
| 24. | Найти дисперсию случайной величины $X$, распределенной равномерно в интервале (2; 10). Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 25. | Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина $X$, распределенная по показательному (экспоненциальному) закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не менее 20 дней, если среднее время ремонта составляет 15 дней. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e=2,72$. |

| | |
|---|---|
| 26. | Найти дисперсию числа очков, выпавших при одном бросании игральной кости. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления. |
| 27. | Вероятность позвонить на коммутатор в течение часа для любого абонента равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 300 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 4 абонента? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $e = 2,72$. |
| 28. | Случайная величина $X$ подчинена нормальному закону распределения с математическим ожиданием $a$ = 50. Определите дисперсию случайной величины $X$, если известно, что вероятность принятия случайной величиной значения в интервале (50; 60) равна 0,3413. $\Phi(1) = 0,3413$, $\Phi(1,25) = 0,3944$, $\Phi(1,5) = 0,4332$. |
| 29. | Найти дисперсию случайной величины X, распределенной равномерно в интервале (8; 14). |
| 30. | Случайная величина $X$ имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием. Вероятность попадания случайной величины в интервал $(-0,3;0,3)$ равна 0,5. Найти среднее квадратическое отклонение. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0,675) = 0,25$, $\Phi(1) = 0,3413$, $\Phi(0,5) = 0,1915$. |
| 31. | Коробки с конфетами упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 540 г. Известно, что масса коробки с конфетами имеет нормальное распределение, а 5 % коробок имеют массу, меньшую 500 г. Каков процент коробок, масса которых от 500 до 550 г? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1,65) = 0,4505$, $\Phi(0,4125) = 0,1591$, $\Phi(1) = 0,3413$, $\Phi(1,25) = 0,3944$ |
| 32. | Срок службы прибора представляет собой случайную величину, подчиненную нормальному закону распределения, с гарантией на 15 лет и средним квадратическим отклонением, равным 3 годам. Определить вероятность того, что прибор прослужит от 10 до 20 лет. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1,66) = 0,4515$, $\Phi(1) = 0,3413$, $\Phi(0) = 0$. |
| 33. | Рост мужчины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 170 см, и дисперсией, равной 49 см$^2$. Найти вероятность того, что трое наугад выбранных мужчин будут иметь рост от 170 до 175 см. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1,28) = 0,3997$, $\Phi(1) = 0,3413$, $\Phi(0) = 0$. |

| | |
|---|---|
| 34. | Производится взвешивание некоторого вещества. Случайные ошибки подчинены нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0 и со средним квадратическим отклонением 20 г. Найти вероятность того, что взвешивание будет выполнено с ошибкой, не превосходящей 10 г по абсолютной величине. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}5)=0{,}1915$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(0)=0$. |
| 35. | Размер деталей, выпускаемых цехом, распределяется по нормальному закону с параметрами $M\left[X\right]$ = 5 см, $D[X]$ = 0,81 см$^2$. Найти вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали лежит от 6 см до 8 см? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(2{,}22)=0{,}4868$, $\Phi(1{,}11)=0{,}3665$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(3{,}33)=0{,}4995$. |
| 36. | Размер деталей, выпускаемых цехом, распределяется по нормальному закону с параметрами $M\left[X\right]$=5 см, $D[X]$=0,81 см$^2$. Найти вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали отличается от математического ожидания не более, чем на 2 см. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(2{,}22)=0{,}4868$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(0)=0$. |
| 37. | Коробки с конфетами упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 540 г. Известно, что масса коробки с конфетами имеет нормальное распределение, а 5 % коробок имеют массу, меньшую 500 г? Каков процент коробок, масса которых более 550 г? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}41)=0{,}1591$, $\Phi(1{,}1)=0{,}3643$, $\Phi(1{,}2)=0{,}3849$. |
| 38. | Коробки с конфетами упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 540 г. Известно, что масса коробки с конфетами имеет нормальное распределение, а 5% коробок имеют массу меньшую 500г. Каков процент коробок, масса которых менее 470 г. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1{,}65)=0{,}45$, $\Phi(2{,}88)=0{,}498$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(0)=0$. |
| 39. | Изделие считается высшего качества, если отклонение его размеров от номинала не превосходит по абсолютной величине 3,45 мм. Случайные отклонения размера изделия от номинала подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением 3 мм и математическим ожиданием, равным 0. Определить среднее число изделий высшего сорта, если изготовлено 4 изделия. $\Phi(1{,}15)=0{,}3749$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(3)=0{,}4987$. |
| 40. | Случайная величина $X$ имеет нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 1, и дисперсией, равной 4. Вычислить вероятность попадания случайной величины в интервал (3; +∞). Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(1{,}5)=0{,}4332$, $\Phi(1{,}25)=0{,}3944$. |

## Задача 10

Дан закон распределения дискретной случайной величины $X$. Найти: а) значение $p$; б) математическое ожидание $M[X]$; в) дисперсию $D[X]$. В ответ записать сумму $M[X]+D[X]$, причем каждое из этих чисел имеет два знака после запятой без округления.

1.

| $X$ | 15 | 17 | 28 | 22 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $p$ | 0,5 | 0,3 | 0,1 |

2.

| $X$ | 5 | 7 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | $p$ | 0,1 | 0,3 |

3.

| $X$ | 12 | 14 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,5 | $p$ | 0,2 | 0,2 |

4.

| $X$ | –5 | –4 | 0 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $p$ | 0,2 | 0,35 | 0,3 |

5.

| $X$ | 3 | 6 | 9 | 12 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,1 | 0,5 | 0,3 | $p$ |

6.

| $X$ | 7 | 11 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | $p$ | 0,4 | 0,1 |

7.

| $X$ | 10 | 15 | 20 | 30 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | $p$ |

8.

| $X$ | 4 | 8 | 12 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | $p$ | 0,4 | 0,1 |

9.

| $X$ | –6 | –4 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,1 | 0,4 | 0,3 | $p$ |

10.

| $X$ | 1 | 3 | 5 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | $p$ | 0,3 | 0,2 |

11.

| $X$ | –5 | –1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,1 | $p$ | 0,5 | 0,2 |

12.

| $X$ | 7 | 11 | 12 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,15 | 0,2 | $p$ | 0,5 |

13.

| $X$ | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | $p$ | 0,2 | 0,1 |

14.

| $X$ | –2 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,7 | $p$ | 0,1 | 0,1 |

15.

| $X$ | 7 | 9 | 12 | 14 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,4 | 0,3 | 0,2 | $p$ |

16.

| $X$ | 4 | 8 | 12 | 16 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | 0,3 | $p$ | 0,1 |

17.

| $X$ | 8 | 10 | 12 | 16 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $p$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 |

18.

| $X$ | 3 | 5 | 7 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | 0,1 | 0,4 | $p$ |

19.

| $X$ | –10 | –5 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,3 | 0,2 | 0,1 | $p$ |

20.

| $X$ | 2 | 4 | 6 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,15 | $p$ | 0,25 | 0,4 |

21.

| $X$ | –3 | –1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,1 | $p$ | 0,5 | 0,2 |

22.

| $X$ | 5 | 7 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,5 | 0,1 | 0,1 | $p$ |

23.

| $X$ | 5 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $p$ | 0,4 | 0,3 | 0,2 |

24.

| $X$ | 12 | 14 | 18 | 22 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,25 | $p$ | 0,2 | 0,3 |

25.

| $X$ | 10 | 13 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | 0,1 | 0,4 | $p$ |

26.

| $X$ | 6 | 9 | 10 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | 0,1 | $p$ | 0,4 |

27.

| $X$ | –13 | –10 | –8 | –6 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,6 | 0,1 | $p$ | 0,1 |

28.

| $X$ | 8 | 12 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | 0,3 | 0,1 | $p$ |

29.

| $X$ | 20 | 25 | 30 | 35 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,1 | 0,2 | 0,4 | $p$ |

30.

| $X$ | 5 | 8 | 10 | 13 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,1 | $p$ | 0,5 | 0,2 |

31.

| $X$ | –1 | 0 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,3 | 0,25 | 0,25 | $p$ |

32.

| $X$ | 4 | 7 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,5 | $p$ | 0,2 | 0,1 |

33.

| $X$ | 2 | 5 | 8 | 11 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | 0,3 | 0,3 | $p$ |

34.

| $X$ | 0 | 3 | 6 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,35 | 0,25 | $p$ | 0,1 |

35.

| $X$ | 0 | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | $p$ | 0,1 | 0,25 |

36.

| $X$ | 1 | 3 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,25 | 0,05 | $p$ | 0,3 |

37.

| $X$ | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $p$ | 0,25 | 0,2 | 0,15 |

38.

| $X$ | 3 | 5 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | $p$ | 0,2 | 0,1 |

39.

| $X$ | 3 | 5 | 7 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,4 | 0,15 | $p$ | 0,2 |

40.

| $X$ | 2 | 4 | 6 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,2 | 0,3 | $p$ | 0,2 |

## Задача 11

Задана плотность распределения некоторой случайной величины $X$. Найти параметр $a$, математическое ожидание $M[X]$ и вероятность попадания случайной величины на интервал $(\alpha,\ \beta)$. В ответ записать сумму $M[X]+P(\alpha<X<\beta)$ с одним знаком после запятой без округления.

| | |
|---|---|
| 1. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\ \ x>4,\\ 2(x-1)/3, & 1<x<2,\\ a(x-4), & 2<x<4,\end{cases}\qquad \alpha=2,\ \beta=3.$ |
| 2. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ \ x>3,\\ \dfrac{2x}{3}, & 0<x<1,\\ a(3-x), & 1<x<3,\end{cases}\qquad \alpha=1,\ \beta=3.$ |
| 3. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\ \ x>3,\\ (x+1)/6, & -1<x<2,\\ a(3-x), & 2<x<3,\end{cases}\qquad \alpha=0,\ \beta=2.$ |
| 4. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<2,\ \ x>5,\\ \dfrac{1}{2}, & 2<x<3,\\ a(5-x)/2, & 3<x<5,\end{cases}\qquad \alpha=3,\ \beta=4.$ |
| 5. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\ \ x>4,\\ (x-1)/3, & 1<x<3,\\ a(4-x), & 3<x<4,\end{cases}\qquad \alpha=2,\ \beta=2{,}5.$ |
| 6. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\ \ x>4,\\ \dfrac{2}{9}, & -1<x<3,\\ a(x-4), & 3<x<4,\end{cases}\qquad \alpha=2,\ \beta=3.$ |
| 7. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\ \ x>2,\\ \dfrac{1}{3}, & -2<x<0,\\ a(2-x)/2, & 0<x<2,\end{cases}\qquad \alpha=-1,\ \beta=0.$ |
| 8. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\ x>1,\\ (x+2)/3, & -2<x<0,\\ a(1-x)/2, & 0<x<1,\end{cases}\qquad \alpha=-1,\ \beta=0.$ |
| 9. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<3,\ \ x>7,\\ \dfrac{2}{5}, & 3<x<4,\\ a(7-x)/3, & 4<x<7,\end{cases}\qquad \alpha=4,\ \beta=5.$ |

| | |
|---|---|
| 10. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>3,\\ \dfrac{x}{3}, & 0<x<2,\\ a(x-3)/2, & 2<x<3,\end{cases}\qquad \alpha=1,\ \beta=2.$$ |
| 11. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>3,\\ 2x/5, & 0<x<1,\\ a, & 1<x<3,\end{cases}\qquad \alpha=1/2,\ \beta=1.$$ |
| 12. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\ x>3,\\ a(x^2-2x-3), & -1<x<3,\end{cases}\qquad \alpha=0,\ \beta=1.$$ |
| 13. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<3,\ x>7,\\ 2(x-3)/7, & 3<x<4,\\ a, & 4<x<7,\end{cases}\qquad \alpha=7/2,\ \beta=4.$$ |
| 14. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\ x>4,\\ a(x^2-5x+4), & 1<x<4,\end{cases}\qquad \alpha=2,\ \beta=3.$$ |
| 15. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\ x>2,\\ (x+2)/6, & -2<x<0,\\ a, & 0<x<2,\end{cases}\qquad \alpha=-1,\ \beta=0.$$ |
| 16. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\ x>2,\\ a\sin(\pi x), & 1<x<2,\end{cases}\qquad \alpha=1,\ \beta=3/2.$$ |
| 17. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>2,\\ (6x-3x^2)/7, & 0<x<1,\\ a, & 1<x<2,\end{cases}\qquad \alpha=1/2,\ \beta=1.$$ |
| 18. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>1,\\ a\cos(\pi x/2), & 0<x<1,\end{cases}\qquad \alpha=0,\ \beta=1/2.$$ |
| 19. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\ x>4,\\ (x+1)/12, & -1<x<3,\\ a, & 3<x<4,\end{cases}\qquad \alpha=2,\ \beta=3.$$ |

| | |
|---|---|
| 20. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\ x>2,\\ 1/3, & -2<x<0,\\ a(x^2-2x), & 0<x<2,\end{cases}$ $\alpha=1/2,\ \beta=1.$ |
| 21. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\ x>4,\\ 2(x-1)/5, & 1<x<2,\\ a, & 2<x<4,\end{cases}$ $\alpha=3/2,\ \beta=2.$ |
| 22. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<-3,\ x>0,\\ a(x^2+3x), & -3<x<0,\end{cases}$ $\alpha=-2,\ \beta=-1.$ |
| 23. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<2,\ x>5,\\ 2(x-2)/5, & 2<x<3,\\ a, & 3<x<5,\end{cases}$ $\alpha=5/2,\ \beta=3.$ |
| 24. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\ x>1,\\ a\cos(\pi x/2), & -1<x<1,\end{cases}$ $\alpha=0,\ \beta=1/2.$ |
| 25. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>3/2,\\ 2(x-x^2)/5, & 0<x<1/2,\\ a, & 1/2<x<3/2,\end{cases}$ $\alpha=0,\ \beta=1/4.$ |
| 26. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\ x>2,\\ a\sin(\pi x/2), & 1<x<2,\end{cases}$ $\alpha=1,\ \beta=5/3.$ |
| 27. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>5/4,\\ 2x^2, & 0<x<1,\\ a, & 1<x<5/4,\end{cases}$ $\alpha=0,\ \beta=1/2.$ |
| 28. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>3,\\ 1/2, & 0<x<1,\\ a(3-x)/2, & 1<x<3,\end{cases}$ $\alpha=1,\ \beta=2.$ |
| 29. | $f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>7/4,\\ x^2, & 0<x<1,\\ a, & 1<x<7/4,\end{cases}$ $\alpha=1/2,\ \beta=1.$ |

| | |
|---|---|
| 30. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\ x>4,\\ 1/2, & 1<x<2,\\ a(4-x)/2, & 2<x<4,\end{cases}\qquad \alpha=2,\ \beta=3.$$ |
| 31. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<-1, x>4,\\ 2(x+1)/21, & -1<x<2,\\ a, & 2<x<4,\end{cases}\qquad \alpha=0,\ \beta=2.$$ |
| 32. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<-1, x>2,\\ \frac{1}{2}, & -1<x<0,\\ a(x-2)/3, & 0<x<2,\end{cases}\qquad \alpha=0,\ \beta=1.$$ |
| 33. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\ x>\frac{1}{2},\\ -\frac{4x}{9}, & -2<x<-1,\\ a(2x-1), & -1<x<\frac{1}{2},\end{cases}\qquad \alpha=-1,\ \beta=0.$$ |
| 34. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<2,\ x>6,\\ \frac{2}{7}, & 2<x<5,\\ a(6-x)/3, & 5<x<6,\end{cases}\qquad \alpha=3,\quad \beta=4.$$ |
| 35. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\ x>3,\\ a(x^2-4x+3), & 1<x<3,\end{cases}\qquad \alpha=\frac{3}{2},\ \beta=2.$$ |
| 36. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>3,\\ (6x^2-2x)/9, & 0<x<1,\\ a, & 1<x<3,\end{cases}\quad \alpha=1,\ \beta=2.$$ |
| 37. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>4,\\ a(x^2-4x), & 0<x<4,\end{cases}\qquad \alpha=1,\ \beta=2.$$ |

| | |
|---|---|
| 38. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\ x>4,\\ \dfrac{x^2}{18}, & 0<x<3,\\ a, & 3<x<4,\end{cases} \qquad \alpha=1,\ \beta=3/2.$$ |
| 39. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\ \ x>\dfrac{1}{2},\\ \dfrac{4}{7}, & -2<x<-1,\\ a(2x-1), & -1<x<\dfrac{1}{2},\end{cases} \qquad \alpha=0,\ \beta=\dfrac{1}{4}.$$ |
| 40. | $$f(x)=\begin{cases}0, & x<2,\ x>6,\\ (x-2)/6, & 2<x<4,\\ a, & 4<x<6,\end{cases} \qquad \alpha=2,\ \beta=3.$$ |

## Задача 12

| | |
|---|---|
| 1. | Среднее значение длины равно 60 см, а дисперсия равна 0,1. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что приготовленная деталь окажется по всей длине не менее 59,5 см и не более 60,5 см. |
| 2. | Суточная потребность электроэнергии в населенном пункте является случайной величиной, математическое ожидание которой равно 4000 кВт/ч, а дисперсия равна 3500. Оценить вероятность того, что в ближайшие сутки расход электроэнергии в этом населенном пункте будет от 3500 до 4500 кВт/ч. |
| 3. | Вероятность получения с конвейера изделий первого сорта равна 0,8. Принята партия в 1000 изделий. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что изделий первого сорта окажется от 750 до 850 включительно. |
| 4. | Вероятность появления события $A$ в каждом испытании равна 1/3. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что число $X$ появлений события $A$ заключено в пределах от 40 до 80, если будет проведено 180 независимых испытаний. |
| 5. | Стрелок стреляет по мишени 200 раз, причем вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 3/4. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что стрелок попадает в мишень от 130 до 170 раз. |

| | |
|---|---|
| 6. | Устройство состоит из 20 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента за время Т равна 0,05. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом (математическим ожиданием) отказов за время Т окажется меньше 2. |
| 7. | В осветительную сеть параллельно включено 30 ламп. Вероятность того, что за время Т лампа будет включена, равна 0,7. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом включенных ламп и средним числом (математическим ожиданием) включенных ламп за время Т меньше 3. |
| 8. | Суточный расход воды в населенном пункте является случайной величиной, среднее квадратичное отклонение которой равно 9000 л. Оценить вероятность того, что расход воды в этом пункте в течение дня отклоняется от математического ожидания по абсолютной величине более чем на 15000 л. |
| 9. | Длина изготавливаемых деталей является случайной величиной, среднее значение которой равно 40 мм. Среднее квадратичное отклонение этой величины равно 0,1 мм. Оценить вероятность того, что отклонение длины изготовленной детали от ее среднего значения по абсолютной величине не превзойдет 0,2 мм. |
| 10. | Известно, что 65 % всей продукции, производимой заводом, высшего сорта. Оценить вероятность того, что число изделий высшего сорта среди 10000 изготовленных будет отличаться от математического ожидания этого числа не более чем на 100 шт. |
| 11. | В осветительную сеть параллельно включено 40 ламп. Вероятность того, что за время Т лампа будет включена, равна 0,9. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом включенных ламп и средним числом (математическим ожиданием) включенных ламп за время Т окажется не меньше 2. |
| 12. | Длина изготавливаемых изделий представляет случайную величину, среднее значение (математическое ожидание) которой равно 90 см. Дисперсия этой величины равна 0,0096. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что отклонение длины изготовленного изделия от ее среднего значения по абсолютной величине не превзойдет 0,4. |
| 13. | Для правильной организации сборки узла необходимо оценить вероятность с которой размеры деталей отклоняются от середины поля допуска не более чем на 2 мм. Известно, что середина поля допуска совпадает с математическим ожиданием размеров обрабатываемых деталей, а среднее квадратичное отклонение равно 0,3 мм. |
| 14. | Вероятность наличия зазубрин на металлических брусках, изготовленных для обточки, равно 0,25. Оценить вероятность того, что в партии из 1000 брусков отклонение числа пригодных брусков от 750 не превышает 5 %. |

| | |
|---|---|
| 15. | Длина изготавливаемых изделий является случайной величиной, среднее значение которой равно 90 см. Дисперсия этой величины равна 0,0225. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что длина изделия выразится числом, заключенным между 89,7 и 90,3 см. |
| 16. | Вероятность положительного исхода отдельного испытания равна 0,7. Оценить вероятность того, что при 100 независимых повторных испытаниях отклонение частоты положительных исходов от вероятности при отдельном испытании по своей абсолютной величине будет меньше 0,05. |
| 17. | Оценить вероятность того, что в партии из 4000 деталей отклонений частоты бракованных деталей от вероятности 0,04 быть бракованной деталью превысит 0,02. |
| 18. | Вероятность появления некоторого события в каждом испытании из серии 8000 независимых испытаний равна 1/2. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что частота этого события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,01. |
| 19. | Вероятность появления события $A$ в каждом из 2000 независимых испытаний равна 0,4. Найти вероятность того, что частота появления этого события отклоняется от его вероятности не более чем на $\pm$ 0,02. |
| 20. | Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что частота появления герба при 100 бросаниях монеты отклонится от его вероятности не более чем на 0,1. |
| 21. | Число телевизоров с плоским экраном составляет в среднем 35 % их общего выпуска. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что в партии из 500 телевизоров доля телевизоров с плоским экраном отклоняется от средней не более чем на 0,05. |
| 22. | При контрольной проверке изготавливаемых приборов было установлено, что в среднем 10 шт. из 100 оказывается с теми или иными дефектами. Оценить вероятность того, что доля приборов с дефектами среди 300 изготовленных будет по абсолютной величине отличаться от математического ожидания этой доли не более чем на 0,05. |
| 23. | Автоматическая линия выпускает с вероятностью 0,8 деталь высшего качества. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что в партии из 1000 деталей доля повышенных по качеству отклоняется от средней не более чем на 0,04. |
| 24. | По данным ОТК брак при выпуске деталей составляет 2 %. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что при просмотре партии из 4000 деталей будет установлено отклонение от средней доли брака менее 0,007. |

| | |
|---|---|
| 25. | Для определения качества производимой заводом продукции отобрано наугад 2000 изделий. Среди них оказалось 100 с дефектами. Частота изготовления бракованных изделий принята за приближенное значение вероятности изготовления бракованного изделия. Определить, с какой вероятностью можно гарантировать, что допущенная при этом абсолютная погрешность не будет превышать 0,02. |
| 26. | Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,9, можно было утверждать, что абсолютная величина отклонения частота годных деталей от вероятности детали быть годной, равной 0,85, не превысит 0,01? |
| 27. | Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,3. Сколько нужно произвести выстрелов, чтобы с вероятностью 0,96 отклонение частоты попадания в мишень от вероятности не превышало $\pm$ 0,02? |
| 28. | Определить необходимое число опытов, которые нужно провести, чтобы отклонение частоты появления события $A$ от вероятности его появления в отдельном опыте, равной 0,7, не превзошло по абсолютной величине 0,04 с вероятностью 0,95. |
| 29. | Вероятность изготовления нестандартной радиолампы равна 0,06. Какое наименьшее число радиоламп следует отобрать, чтобы с вероятностью 0,8 можно было утверждать, что доля нестандартных радиоламп будет отличаться от вероятности изготовления нестандартной лампы по абсолютной величине не более чем на 0,01? |
| 30. | Вероятность приема некоторого сигнала равна 0,8. Используя неравенство Чебышева, определить, каково должно быть общее число принятых сигналов, чтобы частота приема этого сигнала отличалась от вероятности его приема не более чем на $\varepsilon = 0{,}02$ с надежностью $\gamma$ = 0,95. |
| 31. | Проводится 400 независимых испытаний. В каждом испытании событие $A$ появляется с вероятностью 0,36. Какое максимально возможное отклонение частоты появления события $A$ от 0,36 можно ожидать с вероятностью 0,96? |
| 32. | Среднее квадратичное отклонение случайной величины $X$ равно 0,03. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $\lvert X - M[X] \rvert < 0{,}5$. |
| 33. | Дано $P(\lvert X - M[X] \rvert < \varepsilon) \geq 0{,}6$ и $D[X]$= 0,064. Используя неравенство Чебышева, оценить $\varepsilon$ снизу. |
| 34. | Дано $P(\lvert X - M[X] \rvert \geq \varepsilon) \leq 0{,}9$ и $D[X]$= 0,081. Используя неравенство Чебышева оценить $\varepsilon$ снизу. |
| 35. | Закон распределения дискретной случайной величины задан таблицей |

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,38 | 0,26 | 0,2 | 0,14 | 0,02 |

Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что $\lvert X - M[X] \rvert \leq 2$.

36. Дискретная случайная величина задана законом распределения

| | | | |
|---|---|---|---|
| $X$ | 0,1 | 0,3 | 0,5 |
| $P$ | 0,3 | 0,2 | 0,5 |

Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что $\left|X - M\left[X\right]\right| < 0{,}2$.

37. Закон распределения дискретной случайной величины задан таблицей

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $P$ | 0<br>,1 | 0<br>,19 | 0<br>,35 | 0<br>,24 | 0<br>,12 |

Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что $\left|X - M\left[X\right]\right| \le 1$.

38. Дискретная случайная величина задана законом распределения

| | | | |
|---|---|---|---|
| $X$ | 0,3 | 0,6 | 0,8 |
| $P$ | 0,35 | 0,4 | 0,25 |

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $\left|X - M\left[X\right]\right| \le 1{,}5$.

39. Закон распределения дискретной случайной величины задан таблицей

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $P$ | 0,1 | 0,2<br>4 | 0,3<br>6 | 0,3 |

Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что $\left|X - M\left[X\right]\right| > 1$.

40. Дискретная случайная величина задана законом распределения

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $X$ | –1 | 0 | 2 | 4 |
| $P$ | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,1 |

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $\left|X - M\left[X\right]\right| > 2$.

## Решение типовых задач

**Задача 1.** В группе 30 человек. Необходимо выбрать старосту, заместителя и профорга. Сколько существует способов это сделать?

*Решение.* Старостой может быть выбран любой из 30 человек, заместителем – любой из оставшихся 29, а профоргом – любой из оставшихся 28. По правилу умножения имеем $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 = 30 \cdot 29 \cdot 28 = 24360$ способов. Задачу можно решить иначе. Мы имели выборку 3 элементов из 30 без возвращения, которые отличаются и порядком и составом, поэтому

$$A_{30}^3 = \frac{30!}{27!} = 30 \cdot 29 \cdot 28.$$

**Задача 2.** В шахматном турнире участвуют 10 гроссмейстеров, 6 международных мастеров и 4 мастера. Шахматисты для первого тура и номер столиков для каждой пары участников определяются путем жеребьевки. Найти вероятность того, что за первым столиком встретятся шахматисты одной и той же категории.

*Решение.* Число всех равновозможных случаев определения двух соперников из 20 участников равно числу сочетаний из 20 элементов по 2, т.е. $C_{20}^2$. Число групп по 2 человека, которые могут быть составлены из 10 гроссмейстеров, равно $C_{10}^2$. Число групп, которые могут быть составлены из 6 международных мастеров, равно $C_6^2$. Из 4 мастеров может быть составлено $C_4^2$ пар. Сумма $C_{10}^2 + C_6^2 + C_4^2$ равна числу благоприятных случаев для встречи за первым столиком шахматистов одной и той же категории. Следовательно, искомая вероятность $P = \left(C_{10}^2 + C_6^2 + C_4^2\right) / C_{20}^2 = 33/95$.

**Задача 3.** На стеллаже библиотеке в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем пять из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу три учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие $A$).

*Решение. Первый способ.* Требование – хотя бы один из трех учебников в переплете – будет осуществлено, если произойдет любое из следующих трех несовместных событий: $B$ – один учебник в переплете, $C$ – два учебника в переплете, $D$ – три учебника в переплете.

Интересующие нас события $A$ можно предоставить в виде суммы событий: $A=B+C+D$. По теореме сложения,

$$P(A)=P(B)+P(C)+P(D). \qquad (*)$$

Найдем вероятность событий $B$, $C$ и $D$:

$$P(B) = C_5^1 \cdot C_{10}^2 / C_{15}^3 = 45/91,$$

$$P(C) = C_5^2 \cdot C_{10}^1 / C_{15}^3 = 20/91,$$

$$P(D) = C_5^3 / C_{15}^3 = 2/91.$$

Подставив эти вероятности в равенство (*), окончательно получим

$$P(A) = 45/91+20/91+2/91=67/91.$$

*Второй способ*. Событие $A$ (хотя бы один из взятых трех учебников имеет переплет) и $\overline{A}$ (ни один из взятых учебников не имеет переплета) – противоположные, поэтому $P(A)+P(\overline{A})=1$. Отсюда $P(A)=1-P(\overline{A})$.

Вероятность появления события $\overline{A}$

$$P(\overline{A})=C_{10}^3/C_{15}^3=24/91.$$

Искомая вероятность

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-24/91=67/91.$$

**Задача 4.** Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60 % деталей отличного качества, а второй – 84 %. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.

*Решение*. Обозначим через $A$ событие – деталь отличного качества. Можно сделать два предположения (гипотезы): $H_1$ – деталь произведена первым автоматом, причем (поскольку первый автомат производит вдвое больше деталей, чем второй) $P(H_1)=2/3$; $H_2$ – деталь произведена вторым автоматом, причем $P(H_2)=1/3$.

Условная вероятность того, что деталь будет отличного качества, если она произведена первым автоматом, $P(A/H_1)=0{,}6$.

Условная вероятность того, что деталь будет отличного качества, если она произведена вторым автоматом, $P(A/H_2)=0{,}84$.

Вероятность того, что наудачу взятая деталь окажется отличного качества, по формуле полной вероятность равна

$$P(A)=P(H_1)P(A/H_1)+P(H_2)P(A/H_2)=2/3\cdot 0{,}6+1/3\cdot 0{,}84=0{,}68.$$

Искомая вероятность того, что взятая деталь произведена первым автоматом, по формуле Байеса равна

$$P(H_1/A)=\frac{P(H_1)P(A/H_1)}{P(A)}=\frac{2/3\cdot 0{,}6}{0{,}68}=\frac{10}{17}.$$

**Задача 5.** Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре бывает 12 дождевых дней. Найти вероятность того, что из случайно зафиксированных в этом месяце 8 дней дождливыми окажутся: а) три дня; б) не менее трех дней; в) не более трех дней.

*Решение.* Наблюдения в условиях данной задачи являются независимыми. Вероятность выпадение дождя в любой день сентября $p$ = 12/30 = 0,4, а вероятность того, что в любой день сентября дождя не будет, $q$ = 1–$p$ = 1–0,4 = 0,6.

Вероятность $P_n(m)$ того, что в $n$ наблюдениях событие наступит $m$ раз, определяется формулой биноминального распределения (формулой Бернулли).

а) По условию задачи $n$ = 8, $m$ = 3, $p$ = 0,4, $q$ = 0,6. Тогда

$$P_8(3) = C_8^3 \cdot 0,4^3 \cdot 0,6^5 = 0,278692.$$

б) Поскольку $n$ = 8, $3 \le m \le 8,\ \ p = 0,4,\ \ q = 0,6$, то

$$P_8(3 \le m \le 8) = P_8(3) + P_8(4) + P_8(5) + P_8(6) + P_8(7) + P_8(8) =$$

$$= 1 - P_8(0) - P_8(1) - P_8(2) = 1 - 0,6^8 - 8 \cdot 0,4 \cdot 0,6^7 - 24 \cdot 0,4^2 \cdot 0,6^6 = 0,624893.$$

в) Так как $n$ = 8, $0 \le m \le 3,\ \ p = 0,4,\ \ q = 0,6,$ то

$$P_8(0 \le m \le 3) = P_8(0) + P_8(1) + P_8(2) + P_8(3) =$$

$$= 0,016796 + 0,149292 + 0,209019 + 0,278692 = 0,653309$$

**Задача 6.** На факультете 730 студентов. Вероятность дня рождения каждого студента в данный день равна 1/365. Вычислить вероятность того, что найдутся 3 студента, у которых дни рождения совпадают.

*Решение.* В данном случае $n$ = 730, $m$ = 3, $p$ = 1/365, $q$ = 1–1/365 = 364/365. Так как $n$ велико, воспользуемся локальной теоремой Муавра – Лапласа:

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x), \text{ где } x = (m - np)/\sqrt{npq}.$$

Имеем:

$$x = \frac{3 - 730/365}{\sqrt{730 \cdot \frac{1}{365} \cdot \frac{364}{365}}} = 0,71, \qquad \varphi(0,71) = 0,3101,$$

$$P_{730}(3) \approx \frac{1}{\sqrt{730 \cdot \frac{1}{365} \cdot \frac{364}{365}}} \cdot 0,3101 \approx 0,2210.$$

**Задача 7.** Проводится четыре независимых опыта, в каждом из которых событие $A$ появляется с вероятностью 0,4. Рассматривается случайная величина $X$ – число появления события $A$ в четырех опытах. Записать закон распределения СВ $X$. Вычислить математическое ожидание $M[X]$.

*Решение.* Случайная величина $X$ может принимать следующие значения: $x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = 2,\ x_4 = 3,\ x_5 = 4.$ Вероятности $p_i = P_4(x_i)$ вычисляются по формуле Бернулли:

$$P_4(x_i) = C_4^i 0,4^i \cdot 0,6^{4-i} \qquad (i = 0,1,2,3,4).$$

В результате вычислений получим закон распределения в виде следующей таблицы:

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,1296 | 0,3456 | 0,3456 | 0,1536 | 0,0256 |

Далее находим:

$$M\left[X\right]=\sum_{i=0}^{4}x_i p_i=0\cdot 0{,}1296+1\cdot 0{,}3456+2\cdot 0{,}3456+3\cdot 0{,}1536+4\cdot 0{,}0256=1{,}6.$$

**Задача 8.** Дана функция распределения СВ $X$

$$F\left(x\right)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \dfrac{x^2}{25} & \text{при } 0\le x\le 5,\\ 1 & \text{при } x>5.\end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$, математическое ожидание $M\left[X\right]$, дисперсию $D[X]$ и вероятность попадания СВ $X$ на отрезок [1,2].

*Решение.* Так как $f\left(x\right)=F'\left(x\right)$, то

$$f\left(x\right)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\ x>5,\\ 2x/25 & \text{при } 0\le x\le 5.\end{cases}$$

Далее вычисляем:

$$M\left[X\right]=\int_{-\infty}^{+\infty}xf\left(x\right)dx=\frac{2}{25}\int_0^5 x^2dx=\frac{2}{25}\cdot\frac{x^3}{3}\bigg|_0^5=\frac{10}{3},$$

$$M\left[X^2\right]=\frac{2}{25}\int_0^5 x^3dx=\frac{2}{25}\frac{x^4}{4}\bigg|_0^5=\frac{25}{2},$$

$$D\left[X\right]=M\left[X^2\right]-\left(M\left[X\right]\right)^2=\frac{25}{2}-\frac{100}{9}=\frac{25}{18},$$

$$P\left(1\le X\le 2\right)=F\left(2\right)-F\left(1\right)=\frac{2^2}{25}-\frac{1^2}{25}=\frac{3}{25}.$$

**Задача 9.** Случайная величина $X$ распределена нормально с математическим ожиданием $a$ = 12,5. Вероятность попадания СВ $X$ в интервал (10;15) равна 0,2. Чему равна вероятность попадания СВ $X$ в интервал (35;40)?

*Решение.* Для нормального распределения верна формула

$$P\left(\alpha\le X\le\beta\right)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\delta}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\delta}\right).$$

Находим:

$$P(10 < X < 15) = \Phi\left(\frac{15-12,5}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{10-12,5}{\sigma}\right) = 0,2,$$

$$\Phi\left(\frac{2,5}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{2,5}{\sigma}\right) = 0,2, \;\; 2\Phi\left(\frac{2,5}{\sigma}\right) = 0,2, \;\; \Phi\left(\frac{2,5}{\sigma}\right) = 0,1.$$

Т.к. $\Phi(x) = 0,1$ при $x = 0,25$, то $2,5/\sigma = 0,25$, $\sigma = 2,5/0,25 = 10$.

Далее вычисляем:

$$P(35 < X < 40) = \Phi\left(\frac{40-12,5}{10}\right) - \Phi\left(\frac{35-12,5}{10}\right) =$$

$$= \Phi(2,75) - \Phi(2,25) = 0,4970 - 0,4878 = 0,0092.$$

**Задача 10.** Дан закон распределения дискретной случайной величины $X$

| $X$ | –5 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,4 | $p$ | 0,1 | 0,2 |

Найти значение $p$, математическое ожидание $M[X]$ и дисперсию $D[X]$.

*Решение*. Т.к. $\sum_{i=1}^{4} p_i = 1$, то 0,4 + $p$ + 0,1 + 0,2 = 1. Отсюда, $p$ = 0,3.

Найдем математическое ожидание $X$:

$$M[X] = -5 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,2 = -0,3.$$

Найдем математическое ожидание $X^2$:

$$M\left[X^2\right] = (-5)^2 \cdot 0,4 + 2^2 \cdot 0,3 + 3^2 \cdot 0,1 + 4^2 \cdot 0,2 = 15,3.$$

Найдем дисперсию $X$:

$$D[X] = M\left[X^2\right] - \left(M[X]\right)^2 = 15,3 - (-0,3)^2 = 15,21.$$

**Задача 11.** Для непрерывной случайной величины $X$ задана плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x, & 0 \le x < 1, \\ a - x, & 1 \le x \le 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Найти: а) параметр $a$, б) математическое ожидание, дисперсию, $P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right)$.

*Решение.* а) Так как $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1,$ то $\int\limits_0^1 xdx + \int\limits_1^2 (a-x)dx = 1; \quad a = 2.$

б) $$M[X] = \int\limits_0^1 x^2dx + \int\limits_1^2 x(2-x)dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^1 + \left.\left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\right|_1^2 = 1,$$

$$D[X] = \int\limits_0^1 x^3dx + \int\limits_1^2 x^2(2-x)dx - 1 = \left.\frac{x^4}{4}\right|_0^1 + \left.\left(2\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right)\right|_1^2 - 1 = \frac{1}{6};$$

$$P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right) = \int\limits_{1/2}^{1} xdx + \int\limits_1^{3/2} (2-x)dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_{1/2}^1 + \left.\left(2x - \frac{x^2}{2}\right)\right|_1^{3/2} = \frac{3}{4}.$$

**Задача 12.** Вероятность некоторого события в каждом испытании из серии 9000 независимых испытаний равна 1/3. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что частота этого события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,01.

*Решение:* Неравенство Чебышева для СВ $X$ имеет вид

$$P(|X - M[X]| < \varepsilon) \geq 1 - D[X]/\varepsilon^2.$$

Для данной задачи неравенство Чебышева записывается в виде

$$P(|m/n - p| < 0{,}01) = p(|m - np| \leq 90) \geq 1 - D[X]/90^2,$$

где

$$X = m; \;\; p = 1/3; \;\; n = 9000;$$

$$M[X] = np = 9000 \cdot \frac{1}{3} = 3000; \;\; D[X] = npq = 9000 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 2000.$$

Тогда $P(|m/n - p| < 0{,}01) \geq 1 - 2000/90^2 = 1 - 20/81 = 61/81 \approx 0{,}7531.$

Таким образом, согласно неравенству Чебышева, имеем оценку

$$P(|m/n - p| < 0{,}01) \geq 0{,}7531.$$

## Библиографический список

1. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2001. – 400 с.: ил.

2. Гурский, Е.И. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистики / Е.И. Гурский. – Мн.: Высш. шк., 1984. – 223 с.: ил.

3. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевников. – М.: Высш. шк., 1999. – Ч. 2. – 416 с.: ил.

4. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1964. – 564 с.

5. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н.Ш. Кремер. – М.: Юнити, 2004.

6. Рябушко, А.П. Индивидуальные задания по высшей математике / А.П. Рябушко. – Мн. : Вышэйшая школа, 2006. – Ч. 4. – 336 с.: ил.

7. Сборник задач по математике для втузов. Специальные курсы / под ред. А.В. Ефимова. – М.: Наука, 1984.

8. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистики и теории случайных функций / под ред. А.А. Свешникова. – 2-е изд. – М.: Наука, 1970. – 632 с.: ил.

9. Сборник задач по высшей математике / под ред. С.Н. Федина. – 5-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2007.

Редактор Л.И. Чигвинцева
Компьютерная верстка О.Г. Белименко
ИД № 06039 от 12.10.2001
Свод. темплан 2010 г.
Подписано в печать 15.01.2010. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Отпечатано на дупликаторе.
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 5,25. Уч.-изд. л. 5,25. Тираж 150 экз. Заказ 60.

Издательство ОмГТУ. Омск, пр. Мира, 11. Т. 23-02-12
Типография ОмГТУ