

Министерство образования и науки РФ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Омский государственный технический университет»

Вал. И. Суриков, Вад. И. Суриков

МАГНЕТИЗМ

Конспект лекций

Омск
Издательство ОмГТУ
2010

Рецензенты:

Ю.К.Машков, дтн, профессор, зав.кафедрой физики СибАДИ;

Т. А. Аронова, канд. физ.-мат. наук, доцент каф. физики и химии ОмГУПС;

Суриков Вал. И., Суриков Вад. И.

Магнетизм: конспект лекций / Вал. И. Суриков, Вад.И.Суриков–
Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010, - 63 с.

Приведено краткое изложение раздела «Магнетизм», являющегося частью изучаемого во втором семестре курса физики.

Предназначен для студентов всех форм обучения.

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Омского государственного технического университета*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Конспект лекций по разделу курса физики «Магнетизм» представляет собой часть традиционного курса, который читается преподавателями кафедры физики студентам всех форм обучения. Он включает следующие разделы:

Глава 1. Магнитное поле в вакууме.

Глава 2. Действие магнитного поля на ток и движущиеся заряды.

Глава 3. Магнитное поле в веществе.

Глава 4. Магнитные свойства вещества.

Глава 5. Электромагнитная индукция.

Глава 6. Уравнения Максвелла.

В первой главе рассматриваются закономерности возникновения и описание магнитного поля, некоторые фундаментальные теоремы электромагнетизма. Во второй главе определяются силы, действующие на проводники с током, помещенные в магнитное поле и силы, действующие на электрические заряды, движущиеся в магнитном поле. Третья глава посвящена магнитному полю в веществе и его поведению на границе раздела двух сред. В четвертой главе описывается деление магнетиков на диа-, пара- и ферромагнитные материалы, выясняется природа магнитных свойств различных материалов. В пятой главе констатируется, каким образом проявляется наличие магнитного поля и его изменение, определяется энергия магнитного поля. В шестой главе приводится полная система уравнений Максвелла, которые играют в электромагнетизме фундаментальную роль.

Необходимость написания конспекта лекций по физике диктуется рядом обстоятельств. Во-первых, в конспекте лекций в сжатой форме излагаются самые необходимые основные теоретические и экспериментальные сведения с учетом существующего государственного образовательного стандарта (ГОС) для соответствующих направлений и специальностей. Во-вторых, методическое обеспечение лабораторного практикума и практических занятий создавалось на кафедре в течение нескольких десятилетий с учетом традиционного изложения курса физики в ОмГТУ, не всегда совпадающего с изложением материала в существующих учебниках и учебных пособиях. В третьих, наличие данного конспекта лекций приближено к более эффективному использованию мультимедийных технологий.

В основу конспекта лекций положен материал, изложенный в учебном телевизионном пособии В.А.Овчинникова «Общая физика. Часть 2», которое стало библиографической редкостью. Безусловно, авторами настоящего конспекта критически переработано содержание пособия, внесены дополнения и изменения. Материал, включенный в конспект лекций, апробирован авторами на протяжении многих лет.

Для удобства ниже приводится список обозначений, используемых в тексте.

Список обозначений

V – объем;	J – модуль вектора намагниченности;
dV – элементарный объем;	χ – магнитная восприимчивость;
S – площадь;	H – модуль вектора напряженности;
dS – элементарная площадка;	g – гиромагнитное отношение;
a, b – длина;	g_s – спиновое гиромагнитное отношение
dl – элемент длины проводника;	электрона;
B – индукция магнитного поля;	C – постоянная Кюри;
dB – приращение вектора	t – время;
индукции;	dt – приращение времени;
r – радиус-вектор;	ε_i – электродвижущая сила (ЭДС)
dr – приращение радиус-вектора;	индукции;
I – сила тока;	L – индуктивность;
Idl – элемент тока;	ε_s – ЭДС самоиндукции;
μ_0 – магнитная постоянная;	τ – постоянная времени;
$\alpha,$ – угол;	L_{12}, L_{21} – взаимная индуктивность;
$d\alpha$ – элементарный угол;	D – индукция электрического поля;
h – высота, расстояние;	ρ – объемная плотность заряда.
r_0 – радиус;	m – масса;
Φ – магнитный поток,	R – электросопротивление;
потокосцепление;	
$d\Phi$ – элементарное приращение	
магнитного потока;	
n – нормаль к поверхности;	
B_n – проекция вектора индукции	
на направление нормали;	
E – напряженность электрического	
поля;	
Q – электрический заряд;	
F – сила;	
dF – элементарная сила;	
μ – магнитная проницаемость;	
p_m – магнитный момент;	
A – работа;	
dA – элементарная работа;	
M – момент силы;	
W – энергия;	
T – период вращения;	
φ – потенциал;	

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.1. Магнитное поле. Индукция магнитного поля.

Закон Био-Савара-Лапласа

Ранее уже отмечалось, что между электрическими зарядами имеет место *электромагнитное* взаимодействие. Это взаимодействие можно разделить на *электрическое* и *магнитное*. Электрическое взаимодействие зависит от положения зарядов и осуществляется через посредство *электрического поля*. Магнитное взаимодействие зависит от скорости движения зарядов и осуществляется через посредство магнитного поля. Электрическое и магнитное поля представляют собой две части одной и той же физической реальности - электромагнитного поля.

Рассмотрим два опыта.

Опыт 1. *Взаимодействие между неподвижными электрическими зарядами и постоянными магнитами.* Если расположить вблизи магнитной стрелки компаса легкий шарик из диэлектрика, подвешенный на изолирующей нити, и сообщить ему заряд, то мы не обнаружим никакого действия со стороны неподвижных электрических зарядов шарика на магнитную стрелку компаса. В свою очередь, магнитное поле стрелки не действует на заряженный шарик. Таким образом, *неподвижные* электрические заряды не создают магнитного поля, и *постоянное* магнитное поле не действует на *неподвижные* заряды.

Подробнее исследуем магнитное взаимодействие движущихся электрических зарядов. **Это** взаимодействие можно выделить на опыте. Дело в том, что ток проводимости всегда течет по тому или иному проводнику. Но любой отрезок проводника с током электронейтрален: суммарный заряд всех носителей тока, заключенных в этом отрезке, равен по абсолютной величине суммарному заряду всех частиц (электронов, протонов), не принимающих участия в электропроводности. А это значит, что между проводниками с током в системе отсчета, связанной с самими проводниками, электрическое взаимодействие отсутствует, **а имеет место только** магнитное взаимодейст-

вие. Рассмотрим еще один опыт.

Опыт 2. *Взаимодействие между постоянным электрическим током и магнитной стрелкой (опыты Эрстеда).* Под прямолинейным проводником, расположенным горизонтально, помещается магнитная стрелка, которая может свободно вращаться вокруг вертикальной оси. При пропускании по проводнику постоянного тока магнитная стрелка поворачивается вокруг своей оси, стремясь расположиться перпендикулярно проводнику с током (рис.1.1).

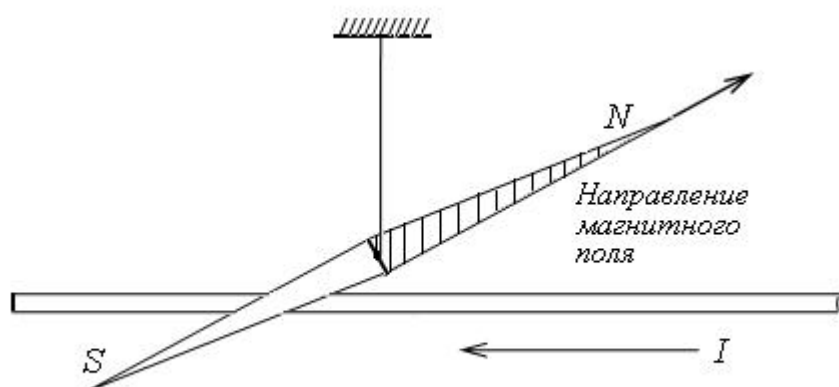


Рис. 1.1

Из опытов Эрстеда следует, что магнитное поле имеет направленный характер и должно характеризоваться векторной величиной. Эту величину принято называть **индукцией магнитного поля** или **магнитной индукцией** и обозначать символом \vec{B} . Выражение для индукции магнитного поля было установлено экспериментально. Био и Савар провели исследование магнитных полей, текущих по тонким проводам различной формы, Лаплас проанализировал экспериментальные данные.

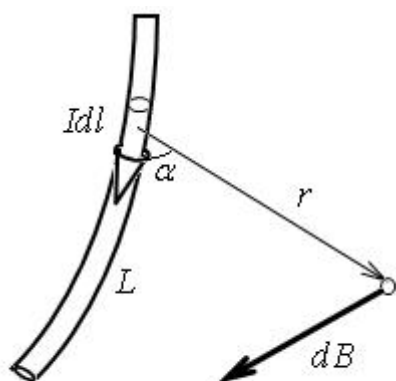


Рис. 1.2

Выделим в проводнике с током элементарный объем $dV = Sdl$, где S - площадь поперечного сечения проводника, dl - элемент длины проводника. Элементу длины проводника dl принято приписывать направление, совпадающее с направлением вектора плотности тока в проводнике (рис. 1.2).

Вектор $Id\vec{l}$ называется **элементом тока**.

Индукция магнитного поля $d\vec{B}$, создаваемого элементом тока $Id\vec{l}$ в произвольной точке М определяется выражением

$$d\vec{B} = k [Id\vec{l}, \vec{r}] / 4\pi r^3, \quad (1.1)$$

где \vec{r} – радиус-вектор, задающий положение точки М относительно элемента тока.

Выражение (1.1) носит название **закона Био-Савара-Лапласа** в дифференциальной форме. (Физический смысл магнитной индукции \vec{B} будет установлен в п. 2.1).

Опытом установлено, что коэффициент пропорциональности k , входящий в (1.1), в СИ равен 10^{-7} Г/м (Н/А²) (генри на метр или ньютон на ампер в квадрате). Из соображений рационализации этот коэффициент представляют в виде произведения двух сомножителей — размерного μ_0 и безразмерного $1/4\pi$, т.е. $k = \mu_0 / 4\pi$. Величину μ_0 называют **магнитной постоянной**. Ее числовое значение в СИ равно $\mu_0 = 4\pi k = 4\pi * 10^{-7}$ Г/м (Н/А²). Таким образом, в рационализованной форме записи **закон Био-Савара-Лапласа** в дифференциальной форме имеет вид:

$$d\vec{B} = \mu_0 [Id\vec{l}, \vec{r}] / 4\pi r^3. \quad (1.2)$$

Модуль $d\vec{B}$ определяется выражением

$$dB = \mu_0 Idl \sin\alpha / 4\pi r^2. \quad (1.3)$$

Направление вектора $d\vec{B}$ (направление магнитного поля) перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $Id\vec{l}$ и \vec{r} .

Если смотреть с конца вектора $d\vec{B}$, то поворот вектора $Id\vec{l}$ к вектору \vec{r} должен происходить против часовой стрелки (см. рис. 1.2). Направление магнитного поля можно определить также по ориентации свободной магнитной стрелки: направление от южного полюса к северному такой стрелки совпадает с направлением поля в том месте, где находится стрелка (рис. 1.3).

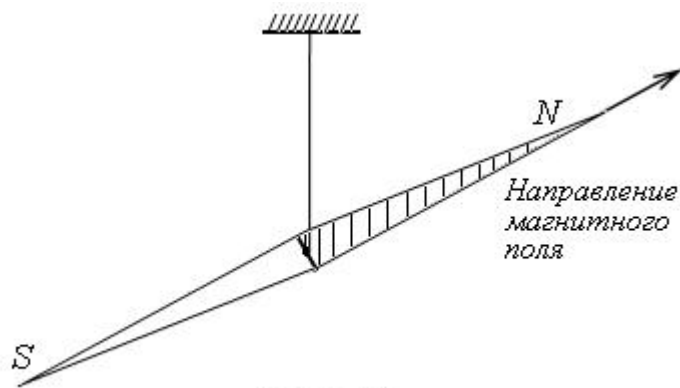


Рис. 1.3

Для магнитного поля, так же как и для электрического справедлив принцип суперпозиции: индукция магнитного поля создаваемого током, текущим в проводнике конечных размеров и произвольной формы, равна интегралу индукций $d\vec{B}$, создаваемых отдельными элементами этого тока:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \mu_0 [Id\vec{l}, \vec{r}] / 4\pi r^3. \quad (1.4)$$

Полученное выражение (4) носит название **закона Био-Савара-Лапласа** в интегральной форме. Закон **Био-Савара-Лапласа** позволяет найти индукцию магнитного поля, создаваемого токами разной конфигурации.

Магнитное поле может быть изображено графически — линиями \vec{B} . *Линия вектора \vec{B} (линия магнитного поля) — линия, проведенная в магнитном поле так, что вектор \vec{B} в каждой ее точке направлен по касательной к ней.* Линиям магнитной индукции приписывается направление, совпадающее с направлением вектора \vec{B} . Линии магнитной индукции всегда замкнуты: они замыкаются вокруг токов, создающих магнитное поле, и связаны с направлением последних **правилом правого буравчика**: если поступательное движение буравчика совпадает с направлением тока, то вращение рукоятки буравчика указывает направление линий поля (рис. 1.4а); в случае кольцевого тока вращение рукоятки буравчика удобнее совместить с направлением тока, тогда поступательное движение буравчика укажет направление поля в точках, лежащих в плоскости тока (внутри кольца)— рис. 1.4б.

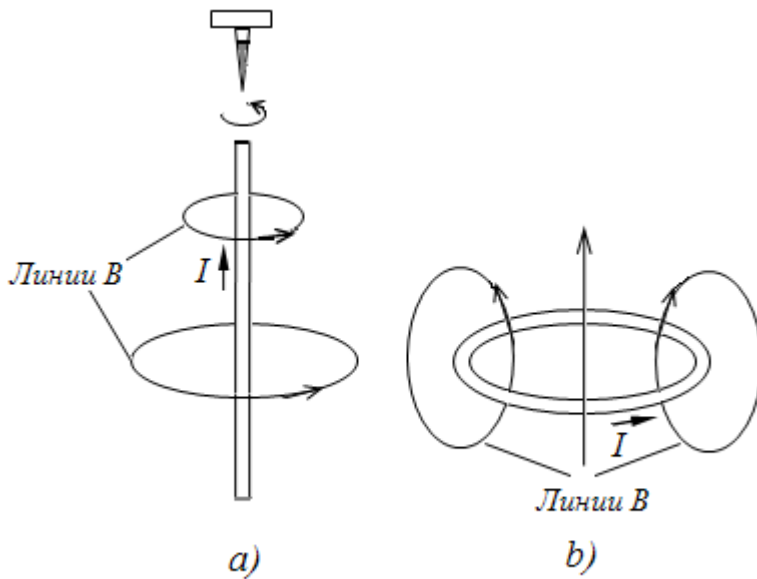


Рис. 1.4

Линии магнитного поля обычно проводят с такой густотой, чтобы число их, пронизывающее единичную площадку, перпендикулярную к вектору \vec{B} , было равно или пропорционально модулю \vec{B} , в том месте, где находится площадка.

Магнитное поле называется однородным, если вектор \vec{B} , одинаков во всех его точках.

1.2. Применение закона Био-Савара-Лапласа к расчету магнитных полей

Рассчитать магнитное поле в данной точке – значит найти в этой точке модуль и направление вектора \vec{B} . В общем случае это довольно сложная задача, связанная с интегрированием векторных величин. В ряде частных случаев решение оказывается простым.

Пример 1. Магнитное поле прямолинейного тока

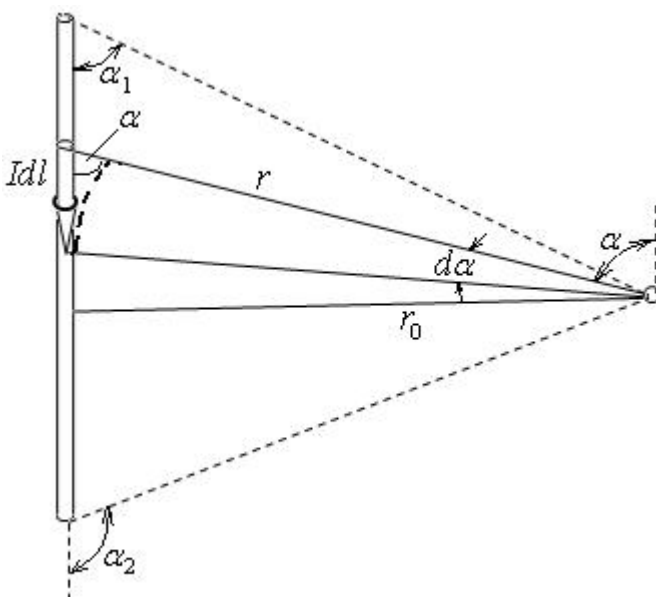


Рис. 1.5

Обозначим через I ток в проводнике; r_0 – кратчайшее расстояние от проводника до точки A , в которой определяется \vec{B} ; α_1 и α_2 – углы между радиусами-векторами, проведенными от концов проводника в точку A , и направлением тока в проводнике (рис. 1.5).

Согласно (1.4)

$$\vec{B} = \int d\vec{B}.$$

Так как все элементы рассматриваемого тока лежат в одной плоскости (в плоскости чертежа), то все $d\vec{B}$ имеют одинаковое направление. Следовательно, модуль результирующей индукции B равен интегралу модулей dB :

$$B = \int dB. \quad (1.5)$$

Согласно (1.3)

$$dB = \mu_0 I dl \sin \alpha / 4\pi r^2. \quad (1.6)$$

Выразим r и dl через α . Из рис. 1.4 видно, что

$$r = \frac{r_0}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Подставим эти выражения в (1.5) с учетом (1.6) и проинтегрируем по α от α_1 до α_2 и окончательно получим

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I \sin \alpha d\alpha}{4\pi r_0} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.7)$$

Для бесконечно длинного провода $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Следовательно,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}. \quad (1.8)$$

Пример 2. Магнитное поле на оси кругового контура с током

Пусть r_0 - радиус контура; h - расстояние от центра контура до точки, в которой определяется B ; I - ток в контуре (рис. 1.6).

Выделим произвольный элемент тока $I d\vec{l}$. Разложим создаваемую этим элементом индукцию $d\vec{B}$ на две составляющие: $d\vec{B}_{||}$, параллельную оси контура, и $d\vec{B}_{\perp}$, перпендикулярную к ней. Составляющая $d\vec{B}_{\perp}$ компенсируется составляющей $d\vec{B}'_{\perp}$, создаваемой диаметрально противоположным элементом $\overline{Id\vec{l}}$.

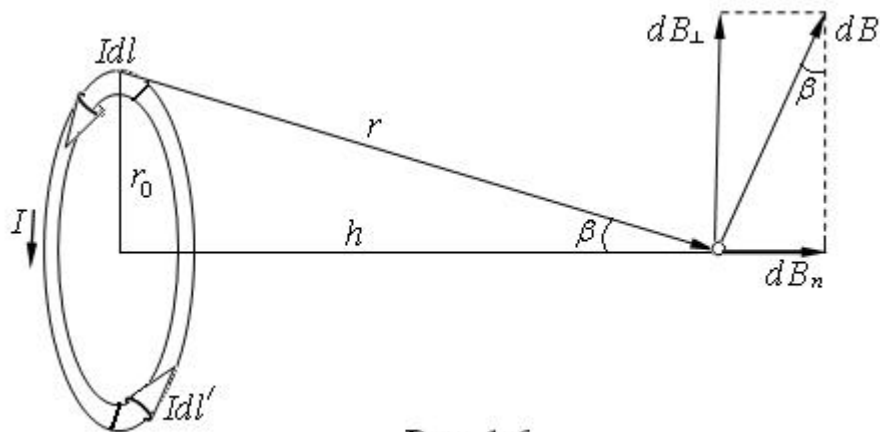


Рис. 1.6

Результирующая индукция \vec{B} направлена вдоль оси контура. Модуль B равен сумме модулей всех dB :

$$B = \int_L dB$$

Как видно из рис. 1.6,

$$dB = dB \sin \beta = dB \frac{r_0}{r}. \quad (1.9)$$

По закону Био-Савара-Лапласа,

$$dB = \frac{\mu_0 Idl \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}$$

(угол α между α и r -прямой). Подставим это выражение в (1.9) и проинтегрируем его по l от 0 до $2\pi r_0$

$$B = \int_0^{2\pi r_0} \frac{\mu_0 I r_0 dl}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 2\pi r_0^2 I}{4\pi r^3}.$$

После взятия интеграла с учетом того, что $r = (r_0^2 + h^2)^{3/2}$ имеем:

$$B = \frac{\mu_0 r_0^2 I}{2(r_0^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (1.10)$$

В центре контура $h = 0$ и индукция получается равной

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r_0}. \quad (1.11)$$

1.3. Циркуляция вектора магнитной индукции. Вихревой характер магнитного поля

Если каждой точке P с координатами x, y, z сопоставляется векторная величина $\vec{A} = \vec{A}(x, y, z)$, говорят что задано векторное поле \vec{A} . Выберем в векторном поле произвольный замкнутый контур L . Интеграл вида $\oint_L \vec{A} d\vec{l}$, взятый по этому контуру, называется **циркуляцией вектора \vec{A}** .

Найдем циркуляцию вектора магнитной индукции \vec{B} . Рассмотрим магнитное поле стационарного тока проводимости I , текущего в прямом проводе бесконечной длины. Контур обхода (контур интегрирования) L выберем в плоскости, перпендикулярной к току. Направления тока и обхода показаны на рис. 1.7.

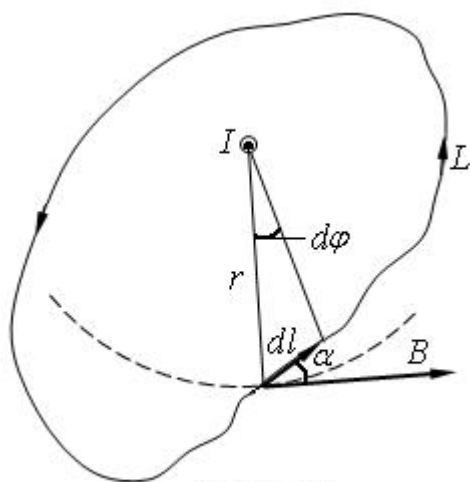


Рис. 1.7

Скалярное произведение вектора \vec{B} на элементарное перемещение $d\vec{l}$ равно

$$\vec{B} d\vec{l} = B dl \cos \alpha = B dl_B,$$

где dl_B - проекция вектора $d\vec{l}$ на направление, совпадающее с вектором \vec{B} . Из рисунка видно, что $dl_B = r d\varphi$, где r - модуль радиуса-вектора, проведенного от тока к dl ;

$d\varphi$ - угол поворота этого вектора при перемещении на dl . Согласно (1.11)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \text{ Тогда}$$

$$B dl_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi. \quad (1.12)$$

Циркуляцию вектора \vec{B} найдем, проинтегрировав (1.12) по углу φ от 0 до 2π (при обходе всех элементов контура L радиус-вектор r повернется на угол 2π):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I. \quad (1.13)$$

Полученная формула справедлива не только для плоского контура, охватывающего прямой ток, но и для любого пространственного (не плоского) контура, охватывающего любой постоянный (и не обязательно линейный) ток.

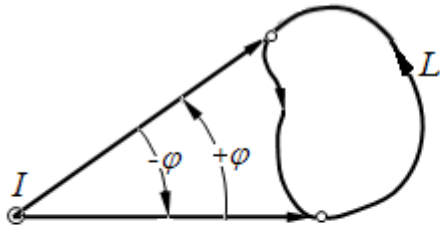


Рис. 1.7

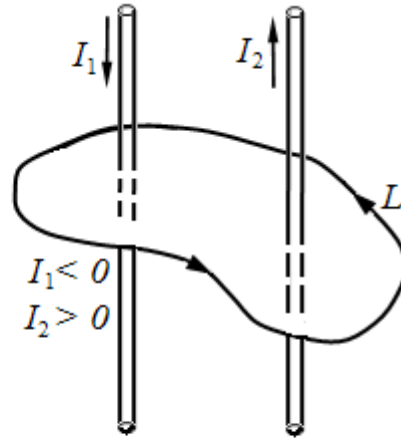


Рис. 1.8

Если контур обхода не охватывает ток (рис. 1.7), то циркуляция магнитной индукции нулю. Действительно, в этом случае радиус-вектор поворачивается сначала в одном направлении, а затем в другом. Угол поворота этого вектора против часовой стрелки будет положительным ($+\varphi$), угол поворота по часовой стрелке – отрицательным ($-\varphi$) (по абсолютной величине эти углы равны). Полный угол поворота, соответствующий обходу по всему замкнутому контуру, равен нулю. Ток и циркуляция в выражении (1.13) – величины алгебраические. Ток считается положительным, если его направление связано с направлением обхода по контуру L правилом правого буравчика; ток противоположного направления считается отрицательным (рис. 1.8).

Если контур обхода охватывает n **ТОКОВ**, то

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i, \quad (1.14)$$

где $\sum_{i=1}^n I_i$ — полный ток, охватываемый контуром обхода L .

В случае произвольного распределения токов в пространстве полный ток выражается через плотность тока \vec{j} : $I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$, где S — любая поверхность, опирающаяся на контур L , по которому берется циркуляция.

Таким образом,, циркуляция вектора индукции магнитного поля, созданного в вакууме постоянным электрическим током, равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму всех макроскопических токов, охватываемых контуром интегрирования.

Это утверждение носит название **теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции.**

Поле, для которого циркуляция отлична от нуля, называется **вихревым** или **соленоидальным**. Из (14) следует, что магнитное поле в отличие от электростатического поля является **вихревым**, оно не является потенциальным полем. Поля, подобные электростатическому, называются **безвихревыми**, они относятся к потенциальным полям.

1.4. Применение теоремы о циркуляции вектора индукции магнитного поля к расчету магнитных полей

Теорема о циркуляции вектора \vec{B} играет в магнетизме такую же роль, как теорема Гаусса в электростатике: при наличии симметрии токов эта теорема позволяет находить индукцию магнитного поля без непосредственного применения закона **Био-Савара-Лапласа**. Чтобы осмыслить методику расчета магнитного поля на основе теоремы о циркуляции \vec{B} , рассмотрим пример.

Пример. Магнитное поле бесконечно длинного соленоида.

Соленоид—проводник, свернутый в виде цилиндрической длинной спирали. Рассмотрим бесконечно длинный соленоид. Пусть I - ток в соленоиде, n - число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

Каждая линия вектора \vec{B} , будучи замкнутой, проходит как внутри соленоида, так и вне его. Внутри соленоида все линии магнитной индукции проходят

через конечную площадь поперечного сечения соленоида. Вне соленоида эти же линии проходят через перпендикулярную к соленоиду поверхность фактически бесконечно большой площади. Числовое значение B равно или пропорционально числу линий, пронизывающих единичную площадку, перпендикулярную к линиям. Значит, индукция за пределами соленоида пренебрежимо мала по сравнению с индукцией внутри соленоида. Из соображений симметрии следует, что поле внутри соленоида однородное и линии B идут параллельно оси соленоида. В качестве контура интегрирования можно выбрать прямоугольник, одна из сторон которого параллельна линиям B внутри соленоида (рис. 1.9).

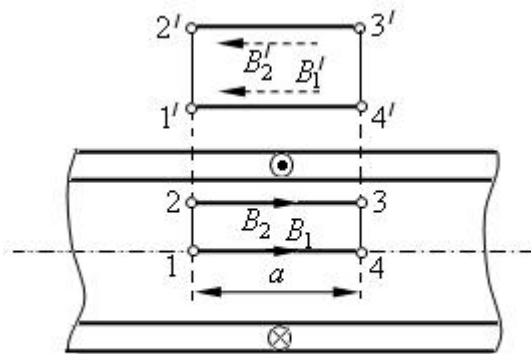


Рис. 1.9

Циркуляция вектора B по контуру 1234 равна

$$\oint_{1234} \vec{B} d\vec{l} = \int_{12} \vec{B} d\vec{l} + \int_{23} \vec{B} d\vec{l} + \int_{34} \vec{B} d\vec{l} + \int_{41} \vec{B} d\vec{l} = Bl. \quad (1.15)$$

В выражении (1.15) второй, третий и четвертый интегралы равны нулю либо по причине малости поля за пределами соленоида, либо по причине взаимной перпендикулярности векторов \vec{B} и $d\vec{l}$. Отличным от нуля является только первый интеграл, равный Bl .

Согласно (1.14) $\oint_L B dl = \mu_0 nI$, где nl — число витков, охватываемых контуром интегрирования. Приравняв правые части этих выражений, получим

$$B = \mu_0 nI. \quad (1.16)$$

Формулой (1.16) можно пользоваться и для нахождения индукции в соленоиде конечной длины, если длина этого соленоида значительно больше диаметра.

Аналогичным способом можно рассчитать магнитное поле тороида.

1.5. Поток вектора индукции магнитного поля. Теорема Гаусса

Элементарным потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) $d\Phi_B$ через элементарную площадку dS называется скалярная физическая величина

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = BdS \cos \alpha, \quad (1.17)$$

где $d\vec{S}$ – вектор, численно равный dS и совпадающий по направлению с направлением единичного нормального к поверхности dS вектора \vec{n} .

Магнитный поток — величина алгебраическая. Знак $d\Phi_B$ зависит от выбора направления нормали \vec{n} . Направление \vec{n} выбирается произвольно. Магнитный поток через поверхность S конечных размеров и произвольной формы равен

$$\Phi_B = \int \vec{B}d\vec{S}. \quad (1.18)$$

Интеграл (1.18) в ряде случаев вычисляется весьма просто. В частности, если магнитное поле однородно ($B = const$), а поверхность S плоская, то

$$\Phi_B = BS \cos \alpha. \quad (1.20)$$

В отличие от электрических в природе нет магнитных зарядов, поэтому линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца – они либо замкнуты, либо уходят в бесконечность. Поэтому поток Φ_B вектора \vec{B} через замкнутую поверхность должен быть равен нулю. Действительно, в случае замкнутой поверхности число входящих линий вектора индукции должно быть равно числу выходящих. Поток обусловленный входящими линиями - отрицательный, а выходящим – положительный. Учитывая, что поток Φ_B пропорционален числу линий индукции, приходим к заключению о равенстве нулю потока. Следовательно, для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности S

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint B_n dS = 0 \quad (1.17)$$

Эта формула выражает теорему Гаусса для вектора \vec{B} : **поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.**

Сравним поток и циркуляцию электростатического и магнитного полей в вакууме. Согласно известным теоремам о циркуляции и потоке вектора напряженности электрического поля \vec{E} и формулам (1.14) и (1.17)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \Sigma q_i,$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \Sigma I_i.$$

Сопоставление этих формул показывает, что электростатическое и магнитное поля имеют различный характер. Источниками электростатического поля являются заряды q . Магнитное поле не имеет источников. Циркуляция напряженности электростатического поля равна нулю, следовательно, электростатическое поле потенциально и может быть охарактеризовано потенциалом φ . Циркуляция вектора магнитной индукции не равна нулю, поэтому магнитное поле не потенциально и ему нельзя приписать скалярный потенциал φ .

2. ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТОК И ДВИЖУЩИЕСЯ ЗАРЯДЫ

2.1. Закон Ампера. Физический смысл магнитной индукции

Этот закон позволяет находить силу, с которой магнитное поле действует как на отдельный элемент электрического тока (дифференциальная форма закона), так и на проводник с током конечных размеров (интегральная форма). Согласно **закону Ампера** на элемент тока $I d\vec{l}$ магнитное поле действует с силой

$$d\vec{F} = [I d\vec{l}, \vec{B}], \quad (2.1)$$

где \vec{B} – индукция магнитного поля в том месте, где находится элемент $I d\vec{l}$.

Сила $d\vec{F}$ перпендикулярна к плоскости, в которой лежат $I d\vec{l}$ и \vec{B} : если смот-

реть с конца $d\vec{F}$ на эту плоскость, то поворот от $Id\vec{l}$ к \vec{B} должен происходить против часовой стрелки (рис. 2.1). Направление силы можно определять также по правилу левой руки: если расположить левую руку так, чтобы линии поля входили в ладонь, четыре сложенных пальца указывали направление тока и ладонь при этом была перпендикулярна к плоскости, в которой лежат векторы $Id\vec{l}$ и \vec{B} , то отставленный на 90° большой палец укажет направление силы $d\vec{F}$.

Модуль силы Ампера

$$dF = IdlB \sin \alpha, \quad (2.2)$$

где α — угол между векторами $Id\vec{l}$ и \vec{B} .

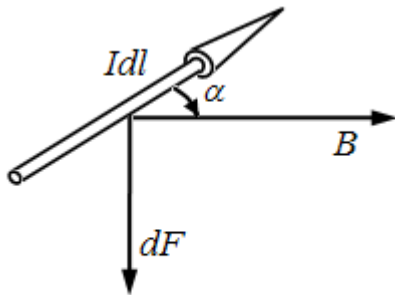


Рис. 2.1

Чтобы найти силу, действующую на ток, текущий по проводнику конечных размеров, нужно проинтегрировать (62.1) по контуру тока L (интегральная форма закона Ампера):

$$\vec{F} = \int_L d\vec{F} = \int_L [Id\vec{l}, \vec{B}]. \quad (2.3)$$

Из формул (2.1), (2.2) видно, что магнитная индукция – силовая характеристика магнитного поля.

Индукция магнитного поля \vec{B} - векторная физическая величина, характеризующая силовое действие магнитного поля на движущиеся в нем электрические заряды и численно равная модулю силы, с которой магнитное поле действовало бы в данной точке на единичный элемент тока, расположенный перпендикулярно к полю.

Единицей измерения индукции является **Тесла**. В системе СИ *тесла* равна силе в один Ньютон, с которой магнитное поле действует на единичный элемент тока в один А·м, перпендикулярный полю:

$$1\text{Тл} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}.$$

2.2. Применение закона Ампера к некоторым задачам

Пример 1. Действие однородного магнитного поля на прямолинейный отрезок

зок провода с током. Найдем силу, с которой однородное магнитное поле \vec{B} действует на прямолинейный отрезок провода l с током I (рис. 2.2). Так как рассматриваемый ток прямолинейный, а магнитное поле однородно, то угол между $I d\vec{l}$ и \vec{B} для всех элементов тока один и тот же: α . Все $d\vec{F}$ параллельны, следовательно, модуль результирующей силы равен интегралу модулей dF :

$$F = \int dF \quad (2.4)$$

Подставим выражение (2.2) для dF в (2.4) и проинтегрируем по всей длине отрезка проводника l :

$$F = IlB \sin \alpha \quad (2.5)$$

Как видно из этой формулы, сила, действующая на прямой ток, зависит от ориентации тока: она максимальна, когда ток перпендикулярен к полю ($\sin \alpha = 1$), и минимальна (равна нулю), когда ток параллелен или антипараллелен полю ($\sin \alpha = 0$).

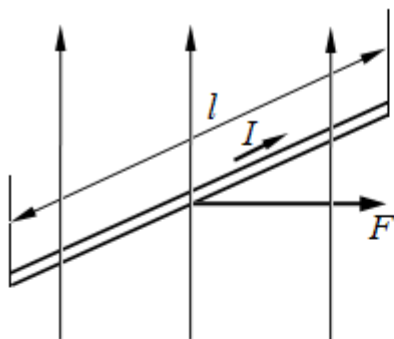


Рис. 2.2

Пример 2. Взаимодействие двух бесконечно длинных параллельных проводов с токами. На рис. 2.3 показано взаимодействие двух бесконечно длинных параллельных проводов с токами I_1 и I_2 , расположенных на расстоянии r_0 друг от друга.

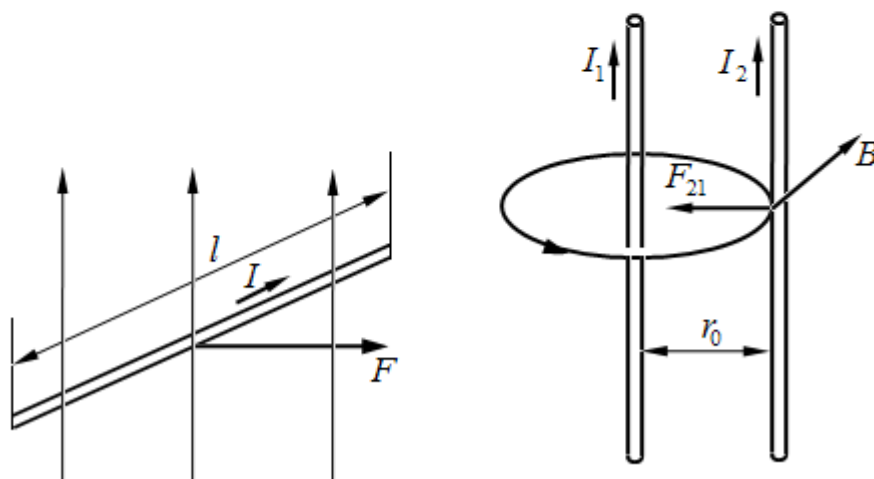


Рис. 2.3

Будем считать, что ток I_1 создает поле, а ток I_2 испытывает действие этого поля. Так как токи параллельны, каждый элемент второго тока находится в поле с одной и той же индукцией B_1 , модуль которой равен (см. формулу 1.8)

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0}.$$

Силу, действующую на отрезок второго провода, найдем по закону Ампера:

$F_{21} = I_2 l B_1 \sin \alpha$, I_2 — ток во втором проводе; α — угол между направлением тока I_2 и направлением индукции B_1 (этот угол равен 90°). Подставив в эту формулу выражение для B_1 и разделив левую и правую части на l , найдем модуль силы, действующей на единицу длины второго провода:

$$\frac{F_{21}}{l} = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi r_0} \quad (2.6)$$

Числовое значение силы, действующей на единицу длины первого тока, выражается этой же формулой (при нахождении этой силы полагаем, что поле создается током I_2). Определив направления F_{12} и F_{21} нетрудно убедиться в том, что токи одного направления притягиваются, токи противоположного направления отталкиваются.

Из закона взаимодействия параллельных токов определяется единица силы тока в СИ – ампер.

Ампер (А) – сила неизменяющегося тока, который проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии одного метра один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками взаимодействие с силой, равной $2 \cdot 10^{-7}$.

Пример 3. *Замкнутый плоский контур с током в однородном магнитном поле.* На рис. 2.4 показан замкнутый плоский контур с током I , который находится в однородном магнитном поле. Выберем контур в виде плоской прямоугольной рамки со сторонами a и b . Ток, протекающий по замкнутому плоскому контуру, характеризуется понятием магнитного момента.

Магнитный момент кругового тока p_m равен произведению силы тока I , протекающему в контуре, на площадь S контура:

$$p_m = IS. \quad (2.7)$$

Кроме силы тока I и площади S контур характеризуется также ориентацией в пространстве. Поэтому магнитному моменту p_m приписывают направление, совпадающее с направлением положительной нормали \vec{n} :

$$\vec{p}_m = IS\vec{n} \quad (2.8)$$

Пусть магнитный момент тока в рамке \vec{p}_m образует с направлением магнитного поля \vec{B} угол α (рис. 2.4).

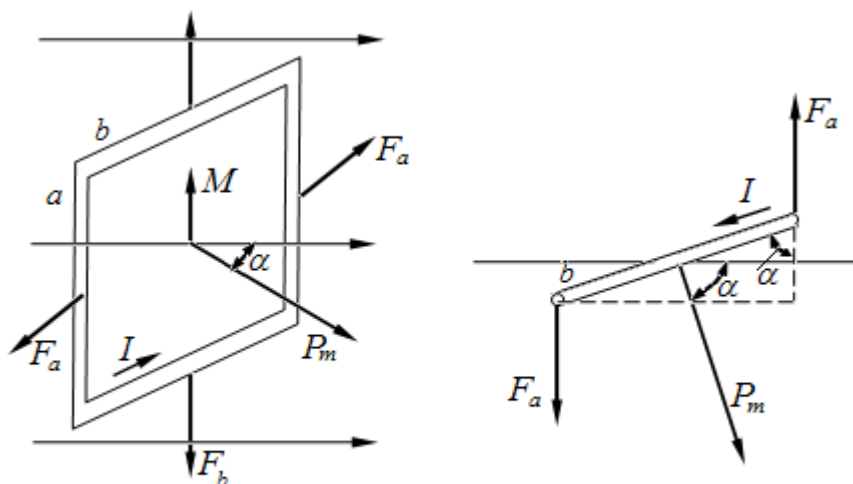


Рис. 2.4

Силы, действующие на стороны b рамки, равны по модулю, противоположны по направлению и лежат в плоскости рамки. Эти силы взаимно уравновешиваются. Силы, действующие на стороны a , образуют пару сил. Механический вращательный момент этой пары относительно оси, совпадающей с одной из сторон a , численно равен

$$M = F_a h = F_a b \sin \alpha .$$

Согласно закону **Ампера** модуль силы F_a равен

$$F_a = Iba \sin 90^\circ .$$

Следовательно,

$$M = IBab \sin \alpha .$$

Здесь $ab = S$ – площадь рамки;

IS — модуль магнитного момента p_m тока I . Тогда

$$M = p_m B \sin \alpha . \quad (2.9)$$

Учитывая взаимную ориентацию векторов \vec{M} , \vec{p}_m и \vec{B} , формулу (2.9) можно записать в векторном виде:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]. \quad (2.10)$$

Как видно из (2.10), вращательный момент $M = 0$ и, следовательно, рамка находится в равновесии, если магнитный момент тока в рамке параллелен или антипараллелен направлению внешнего магнитного поля ($\alpha = 0$ соответствует устойчивому равновесию, $\alpha = \pi$ – неустойчивому). Можно показать, что формула (2.10) справедлива для плоского контура любой формы.

Контур с током, находящийся в магнитном поле, обладает механической энергией. Контур с током, находящийся в магнитном поле обладает потенциальной энергией. Можно показать, что потенциальная энергия может быть вычислена по формуле

$$W = - \vec{p}_m \cdot \vec{B} = - p_m B \cos \alpha. \quad (2.11)$$

Действительно, согласно формуле (2.9)

$$M = p_m B \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{B} и \vec{p}_m . Для того, чтобы этот угол увеличить на $d\alpha$, нужно совершить против сил, действующих на контур, работу

$$dA = M d\alpha = p_m B \sin \alpha d\alpha. \quad (2.12)$$

Работа (2.12) идет на увеличение потенциальной энергии W , которой обладает контур с током в магнитном поле,

$$dW = p_m B \sin \alpha d\alpha. \quad (2.13)$$

Интегрируя выражение (2.13), находим, что

$$W = - p_m B \cos \alpha + \text{const.}$$

Положив $\text{const} = 0$, получаем выражение (2.11).

Силу, действующую на контур, можно найти из (2.11). Продифференцировав W по r – направлению быстрейшего возрастания \vec{B} , взяв найденную производную со знаком «минус», мы найдем проекцию силы на это направление:

$$F_r = -\frac{\partial W}{\partial r} = p_m \frac{\partial B}{\partial r} \cos \alpha. \quad (2.14)$$

2.3. Работа при перемещении проводника и контура с током в магнитном поле

При перемещении прямолинейного проводника длиной l с током I на dr в направлении, перпендикулярном к однородному магнитному полю (рис. 2.5), под действием силы \vec{F} совершается работа, равная

$$dA = Fdr \cos 0 = IlBdr \cos 0. \quad (2.15)$$

Произведение $ldr = dS$ – площадь, которую описывает проводник при своем движении. Величина $BdS \cos 0 = d\Phi$ – магнитный поток, пронизывающий эту площадь. Следовательно,

$$dA = Id\Phi. \quad (2.16)$$

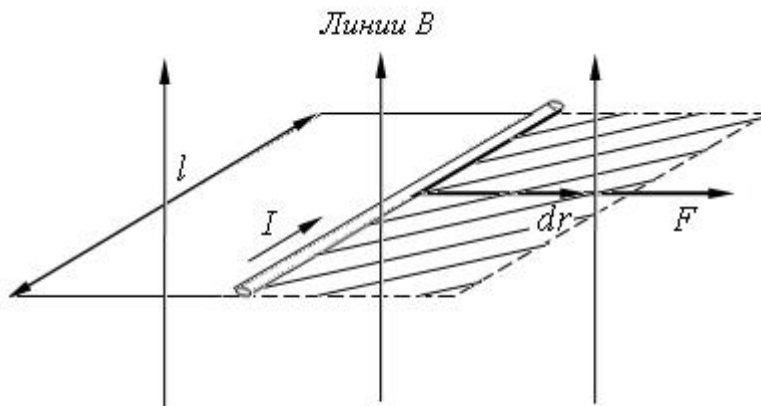


Рис. 2.5

Таким образом, элементарная работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле, равна произведению тока в проводнике I на магнитный ток $d\Phi$, пронизывающий площадь, которую описывает проводник при своем движении. При перемещении проводника на конечное расстояние работа равна

$$A_{12} = \int_0^{\Phi} Id\Phi = I\Phi. \quad (2.17)$$

Если перемещение проводника происходит в произвольном направлении, то

$$dA = Fdr \cos \alpha = I B dr \cos \alpha ,$$

где α – угол между векторами \vec{F} и $d\vec{r}$ или, что то же самое, между векторами \vec{B} и \vec{n} , так как $\vec{F} \perp \vec{B}$, а $\vec{n} \perp d\vec{r}$, где \vec{n} – нормаль к поверхности, которую описывает проводник при своем движении. Но $ldr = dS$, т. е. $BdS \cos \alpha = d\Phi$, и по-прежнему

$$dA = Id\Phi .$$

Формулы (2.16) и (2.17) справедливы в самом общем случае, когда проводник не прямолинейный, а магнитное поле неоднородно.

Работа, совершаемая силами магнитного поля при перемещении замкнутого контура с током, равна произведению тока в контуре на приращение магнитного потока сквозь поверхность, опирающуюся на контур. Покажем это. Пусть контур с током I переместился поступательно из положения 1 в положение 2 (рис. 2.6). Магнитное поле направлено за чертеж, ток течет по часовой стрелке. Разобьем весь контур на два участка – adc и cba . Силы, действующие на отдельные элементы участка cba , образуют с направлением перемещения острые углы; работа этих сил A'_{12} положительна. Силы, действующие на элементы участка adc , образуют с направлением перемещения тупые углы; работа этих сил A''_{12} отрицательна. Согласно (2.17),

$$A'_{12} = I(\Phi_2 - \Phi_1) ,$$

$$A''_{12} = -I(\Phi_2 - \Phi_1) ,$$

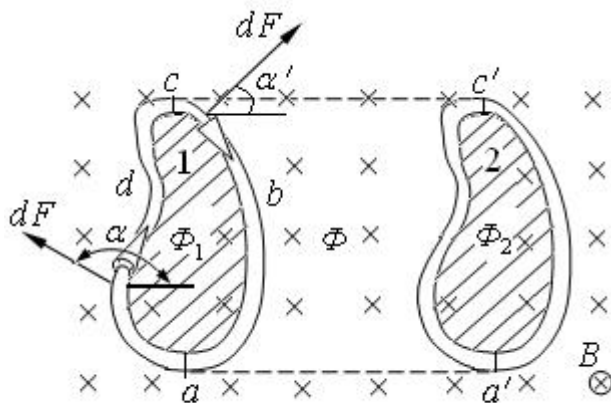


Рис. 2.6

где Φ_1 и Φ_2 – потоки, пронизывающие площадь, охваченную контуром в начальном и конечном положениях;
 Φ – поток, пронизывающий площадь, заключенную между участками cba в начальном положении и adc в конечном.

Полная работа равна

$$A_{12} = A'_{12} + A''_{12} = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi. \quad (2.18)$$

Можно доказать, что формула (2.18) верна при любом движении контура в произвольном постоянном магнитном поле. В частности, при повороте плоского контура в однородном поле из положения, в котором положительная нормаль \vec{n} к контуру и вектор \vec{B} направлены в противоположные стороны, в положение, при котором направления этих векторов совпадают, совершаемая работа над контуром равна

$$A = 2ISB = 2p_m B.$$

Здесь учтено, что $\Phi_1 = -SB$, $\Phi_2 = SB$.

2.4. Сила Лоренца

Силой Лоренца принято называть силу, с которой магнитное поле действует на отдельную движущуюся заряженную частицу. Найдем выражение для силы. Для этого представим силу тока в виде $I = jS$. Плотность тока $j = nqv$ (смотри тему «Постоянный ток»). Тогда

$$I = nqvS, \quad (2.19)$$

где n – концентрация носителей заряда;

q – заряд одного носителя;

v – скорость носителя,

S – площадь поперечного сечения проводника.

Подстановка выражения (2.19) в (2.1) дает

$$d\vec{F} = nqvS[d\vec{l}, \vec{B}] = nqSdl[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (2.20)$$

В последнем выражении учтено, что векторы \vec{v} и $d\vec{l}$ совпадают по направлению. Произведение $nSdl$ равно числу носителей тока, содержащихся в элементе тока $Id\vec{l}$. Разделив силу $d\vec{F}$ в выражении (2.20) на это число, найдем **силу Лоренца**

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (2.21)$$

Сила Лоренца перпендикулярна и к \vec{v} , и к \vec{B} : если смотреть с конца \vec{F}_L , то поворот от \vec{v} к \vec{B} происходит против часовой стрелки. Можно пользоваться правилом левой руки: **если линии поля входят в ладонь, пальцы направлены**

по \vec{v} (при этом ладонь перпендикулярна к плоскости, в которой лежат \vec{v} и \vec{B}), то отогнутый большой палец указывает направление \vec{F}_L для положительно заряженной частицы (для отрицательной частицы противоположно найденному по этому правилу направлению).

Модуль силы Лоренца равен

$$F_L = qvB\sin\alpha, \quad (2.22)$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Так как сила Лоренца перпендикулярна к скорости, она не совершает работы. Действие силы сводится к сообщению заряженной частице центростремительного ускорения.

В случае, когда имеются одновременно электрическое и магнитное поля, сила, действующая на заряженную частицу равна

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (2.23)$$

Это выражение также носит название **силы Лоренца** или **лоренцевой силы**.

2.5. Движение заряженных частиц в магнитном поле

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца, модуль которой определяется выражением (2.22):

$$F_L = qvB\sin\alpha.$$

В зависимости от угла α , под которым частица влетает в магнитное поле F_L , может принимать любые значения от 0 до qvB . Рассмотрим некоторые случаи.
Случай 1. Пусть $\alpha=0$ (или π), т. е. $\vec{v} \uparrow\uparrow \vec{B}$ (или $\vec{v} \uparrow\downarrow \vec{B}$). Сила Лоренца в этом случае равна нулю: $F_L = 0$. Частица будет двигаться равномерно по прямолинейной траектории (если магнитное поле однородно).

Случай 2. Пусть $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Сила Лоренца в этом случае играет роль центростремительной силы. По второму закону Ньютона

$$F_L = ma \quad \text{или} \quad |q|vB = \frac{mv^2}{r},$$

откуда

$$r = \frac{v}{\frac{q}{m}B}. \quad (2.24)$$

Как видно из (2.24), радиус кривизны траектории прямо пропорционален

Удельному заряду $\frac{q}{m}$ и модулю индукции B . Если $B = const$ (однородное поле),

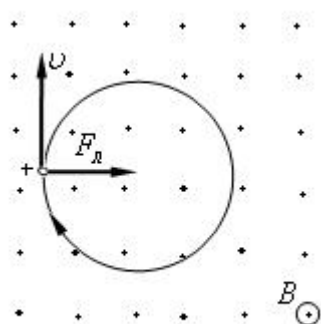


Рис. 2.7

то $r = const$, т. е. частица будет двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной к линиям поля (рис. 2.7). Разделив длину окружности $2\pi r$ на v , найдем период обращения частицы T :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \frac{1}{\frac{|q|}{m}B}. \quad (2.25)$$

Как видно из (2.25), T не зависит от скорости частицы (при условии, что скорость частицы много меньше скорости света ($v \ll c$)).

Случай 3. Угол α острый, т.е. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Магнитное поле однородно. Разложим

скорость частицы v на две составляющие: v_{\parallel} , параллельную полю, и v_{\perp} перпендикулярную к полю: $v_{\parallel} = v \sin \alpha$, $v_{\perp} = v \cos \alpha$. Сила Лоренца численно равна

$F_{\perp} = |q|vB \sin \alpha = |q|v_{\perp}B$ и лежит в плоскости, перпендикулярной к вектору \vec{B} . Эта

сила вызовет движение по окружности в плоскости, перпендикулярной к \vec{B} .

Скорость v_{\parallel} не изменяется, так как вдоль поля никакие силы на частицу не действуют. Поэтому в направлении поля частица будет двигаться равномерно и прямолинейно. Результирующим движением будет движение по цилиндрической спирали, ось которой параллельна \vec{B} . Шаг винта этой спирали равен

$$h = v_{\parallel} T = v T \cos \alpha = 2\pi \frac{v \cos \alpha}{\frac{|q|}{m}B}. \quad (2.26)$$

Полученные в этом параграфе выражения (2.24 – 2.26) справедливы при условии, что скорость частицы много меньше скорости света ($v \ll c$).

2.6. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях

Если заряженная частица попадает в область, где имеется и электрическое, и магнитное поля, она испытывает действие силы лоренцевой силы (2.23):

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Характер движения и форма траектории частицы в этом случае зависят от того, как направлены электрическое и магнитное поля. Особый интерес представляют взаимно перпендикулярные поля. Такие поля используются в некоторых ускорителях заряженных частиц, в масс-спектрографах — приборах для определения удельного заряда частиц, в магнитогидродинамических генераторах и т. д.

Рассмотрим некоторые примеры использования на практике взаимно перпендикулярных полей.

Эффект Холла. Суть эффекта Холла состоит в следующем. Если металлическую пластину, по которой течет ток, поместить в магнитное поле, перпендикулярное к току, то в пластине возникнет поперечная к току разность потенциалов. Как показывает опыт, эта разность потенциалов пропорциональна силе тока в пластине I , индукции магнитного поля B и обратно пропорциональна размеру пластины b в направлении магнитного поля (рис. 2.8):

$$\varphi_2 - \varphi_1 = R \frac{I}{b} B, \quad (2.27)$$

где R – коэффициент Холла – константа, модуль которой равен модулю разности потенциалов, возникающей в пластине единичной ширины при единичном токе и единичной индукции магнитного поля.

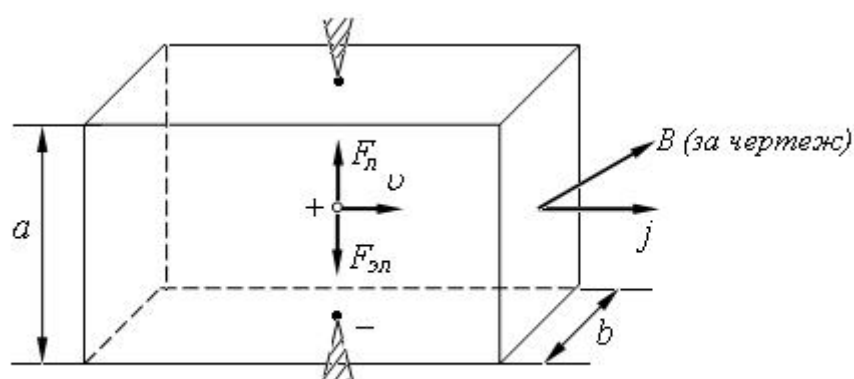


Рис. 2.8

Появление в пластине разности потенциалов означает появление в ней сторонних сил. В явлении Холла эту роль играет сила Лоренца. Если магнитное поле и ток (т. е. скорость направленного движения положительных носителей заряда) направлены так, как показано на рис. 2.8, то верхняя грань пластины зарядится положительно, нижняя – отрицательно. Возникнет электро-

статическое поле, направленное от верхней грани к нижней. Разделение зарядов будет происходить до тех пор, пока сила Лоренца и электрическая сила не сравняются по модулю:

$$F_{л} = F_{эл}, \quad (2.28)$$

при этом между верхней и нижней гранями (между точками 1 и 2, которые в отсутствие магнитного поля имели одинаковые потенциалы) установится разность потенциалов $\varphi_2 - \varphi_1$. Если пластина достаточно длинная и широкая, то поперечное электрическое поле в ней можно считать однородным. Тогда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_{хол} a. \quad (2.29)$$

где a – размер пластины в направлении возникающего поперечного электрического поля;

$E_{хол}$ – модуль напряженности этого поля.

Модуль силы Лоренца равен

$$F_{л} = |q| \langle v \rangle B,$$

где $|q|$ – абсолютная величина заряда одного носителя тока;

$\langle v \rangle$ – модуль средней скорости направленного движения носителей.

Модуль электрической силы равен $F_{эл} = |q| E_{хол}$. Подставив $F_{л}$ и $F_{эл}$ в (2.29), найдем $E_{хол}$:

$$E_{хол} = |\langle v \rangle| B.$$

Согласно выражению (2.19) проекция вектора плотности тока на направление $\langle v \rangle$ равна

$$j_v = \frac{I}{S} = nq \langle v \rangle,$$

где n – концентрация носителей заряда;

I – сила тока в пластине;

$S = ab$ – площадь поперечного сечения пластины.

С другой стороны

$$j_v = \frac{I}{S} = \frac{I}{ab}.$$

Из двух последних уравнений находим $\langle v \rangle$:

$$|\langle v \rangle| = \frac{I}{nqab},$$

следовательно

$$E_{\text{холл}} = \frac{I}{nqab} B, \quad (2.30)$$

и

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{nq} \frac{I}{b} B. \quad (2.31)$$

Из (2.27) и (2.31) следует, что коэффициент Холла равен

$$R = \frac{1}{nq}. \quad (2.31)$$

Определив по знаку холловской разности потенциалов знак коэффициента Холла, можно определить знак носителей заряда. В формуле (2.31) B , b , I — величины положительные. Если $\varphi_1 - \varphi_2 > 0$ то и $R > 0$, отсюда следует, что ток создается положительными носителями; если $\varphi_1 - \varphi_2 < 0$, то $R < 0$, следовательно, носители заряда отрицательны (рис. 2.8).

Масс-спектрограф. Масс-спектрографом называют прибор для определения удельного заряда положительных ионов. Существуют разного типа масс-спектрографы. Рассмотрим масс-спектрограф Бейнбриджа (рис. 2.9).

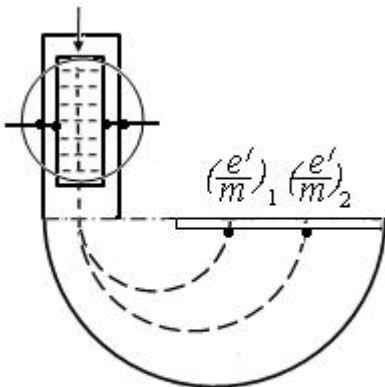


Рис. 2.9

В этом приборе пучок ионов проходит сначала через селектор скоростей, который выделяет из пучка ионы с определенной скоростью. В селекторе ионы подвергаются одновременному воздействию взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей, отклоняющих ионы в противоположные стороны. Через выходную щель селектора проходят только те ионы, для которых действия электрического и магнитного полей компенсируют друг друга. При этом выполняется условие $qE = qvB$. Следовательно, скорость вышедших из селектора ионов, независимо от их заряда и массы, имеет одинаковое значение $v = E/B$.

Выйдя из селектора, ионы попадают в область перпендикулярного к их скорости однородного магнитного поля с индукцией B' . В этом поле они движутся по окружностям, радиусы которых согласно (2.24)

$$r = \frac{v}{\frac{q}{m} B}$$

Описав половину окружности, ионы попадают на фотопластинку на расстояниях от щели, равных $2r$. Ионы каждого сорта (определяемого удельным зарядом q/m) оставляют на пластине след в виде узкой полоски. Зная параметры прибора, можно вычислить удельные заряды ионов.

Принцип действия магнитогидродинамического генератора. На тепловых электростанциях внутренняя энергия топлива превращается в электрическую энергию довольно сложным путем. Сначала за счет энергии топлива приводится в действие тепловая машина (турбина, дизель). Тепловая машина вращает генератор. Генератор преобразует полученную от тепловой машины механическую энергию в электрическую.

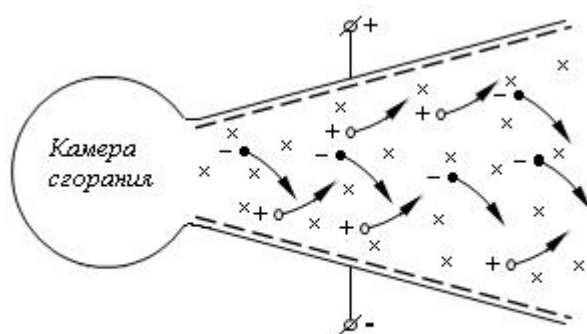


Рис. 2.10

Двойное преобразование энергии (внутренней – в механическую, механической – в электрическую), наличие быстро вращающихся частей делают тепловые электростанции сложными сооружениями, не отличающимися, однако достаточно высоким КПД. Между тем, возможно прямое превращение внутренней энергии в электрическую. Соответствующие генераторы называются маг-

нитогидродинамическими (МГД-генераторами). Принцип действия МГД-генератора заключается в следующем. В камере сгорания (рис. 2.10) создается высокая температура – до 2500°C . При такой температуре продукты сгорания весьма сильно ионизированы.

Для увеличения концентрации ионов к продуктам сгорания добавляются вещества с небольшой энергией ионизации – Cs , Ca , Na , K и др. Полученная таким образом плазма пропускается через постепенно расширяющийся раструб. Раструб находится в сильном поперечном магнитном поле (на рис. 2.10 магнитное поле направлено за чертеж). Под действием силы Лоренца электроны в плазме отклоняются к одному электроду, положительные ионы – к другому. Между электродами возникает разность потенциалов (до нескольких тысяч вольт). Как показывают расчеты, КПД МГД-генераторов может превышать КПД обычных генераторов на 30 – 40%.

Существует ряд других более сложных конструкций.

3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

3.1. Намагничивание вещества. Гипотеза Ампера

Все вещества, будучи внесенными в магнитное поле, намагничиваются— становятся источниками дополнительного магнитного поля. Магнитное поле \vec{B}_0 , вызывающее процесс намагничивания данного вещества, будем называть *первичным, внешним, намагничивающим*.

Вещества, способные намагничиваться, называются магнетиками. Так как намагничиваются все без исключения вещества, то все вещества – магнетики.

Внесем какой-либо **магнетик** во внешнее магнитное поле \vec{B}_0 . Под действием этого поля как внутри **магнетика**, так и вне его, возникает дополнительное, *вторичное собственное магнитное поле* вещества \vec{B}' . Результирующее поле в любой точке равно сумме полей \vec{B}_0 и \vec{B}' :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (3.1)$$

При намагничивании магнетика каждый его атом создает магнитное поле так, как если бы в атоме циркулировал некоторый замкнутый ток. Этот элементарный ток Ампер называл *молекулярным током*; мы его будем называть *микротоком*. Магнитное поле микротока можно охарактеризовать магнитным моментом $\vec{\rho}_m$

$$\vec{\rho}_m = i' \vec{S}, \quad (3.2)$$

где i' – сила микротока;

\vec{S} – вектор, численно равный площади S , охватываемой микротоком, и связанный с направлением микротока правилом правого буравчика.

Магнитные поля микротоков, складываясь, дают результирующее собственное поле вещества \vec{B}' , магнитные моменты этих токов дают некоторый результирующий магнитный момент. Интенсивность намагничивания вещества характеризует вектор намагниченности \vec{J} .

Вектор намагниченности \vec{J} – физическая величина, равная магнитному моменту единицы объема вещества.

Если \vec{J} всюду одинаков, намагниченность называется однородной, если различен – неоднородной. В случае однородной намагниченности

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{\rho}_m}{\Delta V}, \quad (3.3)$$

где $\vec{\rho}_m$ – магнитный момент отдельного атома;

ΔV – объем, по которому производится суммирование всех $\vec{\rho}_m$. В случае неоднородной намагниченности

$$\vec{J} = \lim \frac{\sum \vec{\rho}_m}{\Delta V}. \quad (3.4)$$

Магнетик называется однородным, если его магнитные свойства одинаковы во всех его точках. В противном случае магнетик называется неоднородным.

Магнетик называется изотропным, если его магнитные свойства одинаковы по всем направлениям. В противном случае магнетик называется анизотропным.

Теория и опыт показывают, что в изотропных неферромагнитных **магнетиках** в не очень сильных полях и при не очень высоких частотах внешнего поля \vec{B}_0 вектор намагниченности \vec{J} пропорционален \vec{B}_0 :

$$\vec{J} = \chi \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}, \quad (3.5)$$

где μ_0 – магнитная постоянная;

χ – безразмерный коэффициент пропорциональности, называемый **объемной магнитной восприимчивостью** вещества.

3.2. Связь намагниченности с индукцией магнитного поля микротоков. Физический смысл относительной магнитной проницаемости.

Между индукцией магнитного поля микротоков \vec{B}' и намагниченностью вещества \vec{J} существует связь. Установим эту связь. Внесем в однородное внешнее магнитное поле \vec{B}_0 длинный тонкий цилиндр из однородного изотропного неферромагнитного вещества и расположим его вдоль \vec{B}_0 (рис. 3.1). Под действием поля \vec{B}_0 все микротоки расположатся в плоскостях, пер-

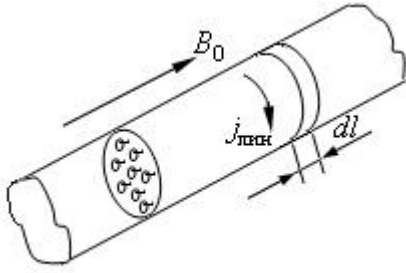


Рис. 3.1

пендикулярных к \vec{B}_0 . Рассмотрим одно из поперечных сечений цилиндра. Как видно из рисунка, смежные микротоки всюду, кроме поверхности цилиндра, текут в противоположных направлениях, их магнитное действие компенсируется.

Микротоки, текущие у поверхности цилиндра, складываясь, дают некоторый результирующий поверхностный ток. Этот ток и создает внутри цилиндра внутреннее поле \vec{B}' . В рассматриваемом случае поле \vec{B}' подобно магнитному полю соленоида. Обозначим поверхностный ток, приходящийся на единицу длины цилиндра, т. е. линейную плотность поверхностного тока, через I' . Тогда согласно (1.16) модуль B' равен

$$B' = \mu_0 I'. \quad (3.6)$$

Поверхностный ток, приходящийся на отрезок dl цилиндра, равен $I' dl$. Магнитный момент этого тока равен $I' dl S$, где S – площадь поперечного сечения цилиндра. Разделив $I' dl S$ на объем $dl S$, мы получим абсолютное значение магнитного момента единицы объема цилиндра, т. е. модуль намагниченности:

$$I' = J. \quad (3.7)$$

Подставим (3.7) в (3.6), учтя при этом, что направления B' и J совпадают:

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}. \quad (3.8)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае векторы \vec{B}' и \vec{J} с точностью до множителя μ_0 совпадают. Подставив (3.5) в (3.8), получим

$$\vec{B}' = \chi \vec{B}_0. \quad (3.9)$$

Подставим (3.9) в выражение для полного поля (3.1):

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = (1 + \chi) \vec{B}_0. \quad (3.10)$$

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \quad (3.11)$$

называется относительно χ магнитной проницаемостью вещества. Используя обозначение (3.11), соотношение (3.10) можно записать следующим образом:

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0. \quad (3.12)$$

Относительная магнитная проницаемость показывает, во сколько раз изменяется магнитное поле в веществе по сравнению с магнитным полем в вакууме:

$$\mu = \frac{B}{B_0} \quad (3.13)$$

3.3. Напряженность магнитного поля

Одним из фундаментальных положений электромагнетизма является положение о том, что магнитное поле создается любыми токами – как макроскопическими, так и микроскопическими. Следовательно, циркуляция вектора \vec{B} в веществе пропорциональна сумме макро – ($\sum I$) и микротоков $\sum i'$, охватываемых контуром, по которому берется циркуляция. Согласно (1.14)

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i + \mu_0 I' \quad (3.14)$$

Для того чтобы найти циркуляцию вектора \vec{B} , нужно знать сумму микротоков, которая в свою очередь зависит от \vec{B} . Это затруднение можно обойти путем нахождения вспомогательной величины, циркуляция которой определяется лишь суммой микротоков. Выберем внутри намагниченного вещества произвольный замкнутый контур L . При нахождении циркуляции \vec{B} по этому контуру в сумму микротоков должны войти те микротоки, которые «нанизываются» на контур обхода (только эти токи пронизывают поверхность, ограниченную контуром L , один раз) и поэтому дают некоторый суммарный **микроток**. Все остальные микротоки, пересекающиеся с этой поверхностью, пронизывают ее дважды – один раз в одном направлении, другой раз в другом – и поэтому не дают вклада в I' .

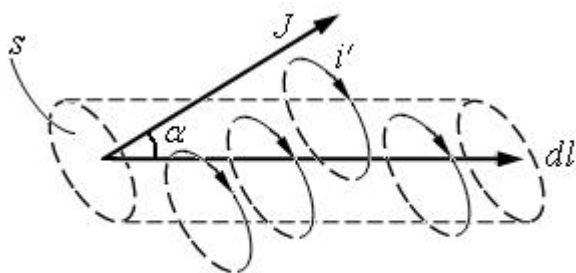


Рис. 3.2

Подсчитаем число микротоков, «нанизывающихся» на произвольный элемент dl контура L . Пусть i' – сила микротока, S – площадь, которую он охватывает, α – угол между dl и намагниченностью J . Из рисунка 3.2

видно, что на вектор dl «нализываются» все микротоки, центры которых лежат внутри наклонного цилиндра объемом $dV = Sdl \cos \alpha$. Если n – число микротоков в единице объема **магнетика**, то число микротоков, попадающих в этот цилиндр, равно

$$ndV = nSdl \cos \alpha ,$$

а суммарный ток, связанный с dl , равен $i'Sndl \cos \alpha$. Произведение $i'S$ есть модуль магнитного момента, создаваемого микротоком i' ; произведение $i'Sn = J$ – модуль намагниченности J :

$$i'Sn = J$$

Следовательно, суммарный микроток, связанный с элементом dl контура обхода, равен

$$i'Sndl \cos \alpha = Jdl \cos \alpha = Jdl .$$

Полный микроток I' , охватываемый всем контуром L , равен

$$I' = \oint_L Jdl \tag{3.15}$$

Таким образом, суммарный **микроток**, охватываемый произвольным замкнутым контуром L , равен циркуляции вектора намагниченности, взятой по этому же контуру.

Подставим (3.15) в (3.14):

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum I + \mu_0 \oint_L \vec{J}d\vec{l} .$$

Разделим обе части этого равенства на μ_0 и перенесем слагаемое $\oint_L \vec{J}d\vec{l}$ в левую часть:

$$\oint \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = \sum I \tag{3.16}$$

Можно ввести еще одну характеристику магнитного поля

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \tag{3.17}$$

Величина \vec{H} называется напряженностью магнитного поля.

Подставим выражение (3.17) в (3.16):

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum I. \quad (3.18)$$

Если макроскопические токи распределены в пространстве с переменной плотностью j , то сумма $\sum I$ заменяется интегралом $\oint_S \vec{j} d\vec{S}$, где S – произвольная поверхность, опирающаяся на контур, по которому берется циркуляция:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (3.19)$$

Таким образом, циркуляция вектора напряженности магнитного поля, созданного электрическими токами, равна полному макроскопическому току, протекающему через любую поверхность S , опирающуюся на контур интегрирования. Это утверждение носит название **теоремы о циркуляции вектора \vec{H} .**

Поле \vec{H} можно изобразить графически – с помощью линий вектора \vec{H} . Линии \vec{H} строятся так же, как и линии вектора \vec{B} .

Итак, для описания магнитного поля вводятся индукция \vec{B} и напряженность \vec{H} . Из этих двух характеристик важнейшей характеристикой является \vec{B} . Введение \vec{H} связано с тем, что циркуляция \vec{H} зависит только от *макратокков*, которые легко измерять. Соотношение (3.18) иногда оказывается полезным. Однако из (3.18) не следует, что напряженность вообще не зависит от среды (т. е. напряженность в каждой точке поля при наличии среды такая же, как и в ее отсутствие). *От среды не зависит не сама напряженность, а ее интегральная функция – циркуляция \vec{H}* . Напряженность же в общем случае зависит от среды. Так, в неоднородной среде вектор \vec{H} зависит от распределения магнитной проницаемости; в ограниченных телах, напряженность зависит от формы и размеров тел. Только в двух весьма особых случаях \vec{H} не зависит от среды:

- когда однородная изотропная среда заполняет все пространство, где имеется магнитное поле;
- когда такая среда заполняет область, границы которой нигде не пересекаются с линиями внешнего поля.

В качестве примера рассмотрим бесконечно длинный соленоид. Магнит-

ное поле такого соленоида сосредоточено только внутри соленоида. Если сердечник в соленоиде отсутствует, то $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$. Заполним весь объем соленоида однородным изотропным **магнетиком**. Напряженность согласно (3.17) будет равна

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}_0 + \vec{B}'}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (3.20)$$

Но по (3.8) $\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}$. Подставив это выражение в (3.20), получим

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \vec{H}_0. \quad (3.21)$$

Вывод. Если однородная изотропная среда заполняет все пространство, где имеется магнитное поле, то напряженность магнитного поля в этой среде \vec{H} совпадает с напряженностью внешнего поля \vec{H}_0 , т. е. напряженность такова, как если бы вещества вообще не было.

В случае безграничной изотропной неферромагнитной среды связь между индукцией и напряженностью выражается более простой, чем (3.17) формулой. Действительно, согласно (3.13) в такой среде справедливо соотношение

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0. \quad (3.22)$$

Выразив из (3.21) \vec{B}_0 и подставив в (3.22), получим простую связь

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}. \quad (3.23)$$

3.4. Граничные условия для магнитной индукции и напряженности

При наличии ограниченных магнетиков важное значение приобретают граничные условия, определяющие поведение векторов \vec{B} и \vec{H} на границах раздела магнетиков. Можно показать, что при переходе через границу раздела двух магнетиков нормальная составляющая вектора \vec{B} и тангенциальная составляющая вектора \vec{H} не изменяются; тангенциальная же составляющая вектора \vec{B} и нормальная составляющая вектора \vec{H} скачкообразно изменяются – испытывают разрыв. Так как одна из составляющих вектора \vec{B} и вектора \vec{H} изменя-

ется, то оба вектора при переходе через границы скачкообразно изменяются и по модулю и по направлению, т. е. и \vec{H} и \vec{B} зависят от среды. Из граничных условий для \vec{B} и \vec{H} следует, что на границах магнетиков линии \vec{B} преломляются, но остаются непрерывными. Линии \vec{H} – и преломляются и испытывают разрыв (рис. 3.3).

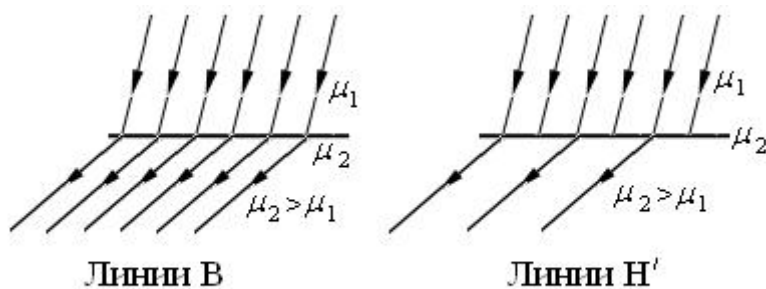


Рис. 3.3

Часть линий \vec{H} либо заканчивается, либо начинается на границах магнетиков.

3.5. Расчет магнитного поля в веществе

Если среда однородна, изотропна и безгранична, то магнитное поле можно рассчитать с помощью закона **Био-Савара-Лапласа**, введя в него относительную проницаемость μ :

$$dB = \frac{\mu_0 \mu [Idlr]}{4\pi r^3}. \quad (3.24)$$

Проинтегрировав (3.24) по контуру тока, можно найти магнитную индукцию в интересующей точке. Разделив B на $\mu_0 \mu$, можно найти H .

Приведем некоторые формулы, по которым вычисляют B и H магнитных полей, создаваемых проводниками с током различной формы в этих случаях.

Прямой проводник конечной длины:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad H = \frac{B}{\mu_0 \mu} = \frac{I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3.25)$$

Круговой ток на оси:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I r_0^2}{2(r_0^2 + h^2)^{3/2}}, \quad H = \frac{I r_0^2}{2(r_0^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (3.26)$$

Длинный соленоид и **тороид**:

$$B = \mu_0 \mu n I, \quad H = n I. \quad (3.27)$$

Если среда безгранична, однородна, изотропна и макротоки симметричны, можно воспользоваться теоремой о циркуляции \vec{H} . Действительно, в этом случае нетрудно выбрать простой по форме контур интегрирования, в отдельных точках которого модуль \vec{H} одинаков. Вычислив циркуляцию \vec{H} по этому контуру и приравняв ее к сумме макротоков, охватываемых контуром обхода, можно найти H . Воспользовавшись соотношением $B = \mu_0 \mu H$, можно найти B . Во всех других случаях расчет магнитного поля в веществе оказывается более сложным.

4. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

4.1. Магнитные моменты атомов и молекул

Согласно представлениям классической физики, электроны в атомах движутся по замкнутым орбитам. Следовательно, каждый электрон создает замкнутый микроток, магнитное поле которого, а также взаимодействие его с внешним полем можно охарактеризовать магнитным моментом. Магнитный момент p_m , обусловленный движением электрона по орбите, называется *орбитальным магнитным моментом электрона*.

Модуль орбитального магнитного момента электрона равен

$$p_m = iS,$$

где i – абсолютное значение тока, создаваемое электроном;

S – площадь орбиты.

Будем считать орбиту круговой. Через любое сечение электронной орбиты за единицу времени переносится заряд $|e|v$, где $|e|$ – модуль заряда электрона, v – число оборотов в секунду. Следовательно, создаваемый электроном ток равен $i = |e|v$. Частоту обращения ν можно выразить через линейную скорость v : $\nu = \frac{v}{2\pi r}$, где r – радиус орбиты. Площадь орбиты равна $S = \pi r^2$. Таким образом, орбитальный магнитный момент электрона

$$p_m = iS = \frac{|e|vr}{2}. \quad (4.1)$$

Движущийся по орбите электрон обладает орбитальным моментом импульса, *орбитальным механическим моментом*, модуль которого равен

$$L = mvr. \quad (4.2)$$

Отношение модулей векторов орбитального магнитного и орбитального механического моментов называется *орбитальным гиромагнитным отношением электрона*

$$\frac{p_m}{L} = g. \quad (4.3)$$

Так как направления \vec{p}_m и \vec{L} противоположны, то

$$\vec{p}_m = -g\vec{L}. \quad (4.4)$$

Подставив в (4.3) выражения для p_m и L , получим:

$$g = \frac{|e|}{2m}. \quad (4.5)$$

Соотношение (4.5) справедливо для любых орбит.

Сумма орбитальных магнитных моментов всех электронов в атоме образует орбитальный магнитный момент атома, сумма всех орбитальных механических моментов – орбитальный механический момент атома.

Гиромагнитное отношение не зависит от числа электронов, по которым производится суммирование механических и магнитных моментов; для любого числа электронов (в атоме, в магнетике в целом) выполняется соотношение

$$\frac{\left| \sum p_{mi} \right|}{\left| \sum L_i \right|} = g. \quad (4.6)$$

Из (4.6) следует, что намагничивание магнетика должно сопровождаться вращением, а вращение – намагничиванием. Первое явление было открыто Эйнштейном и де Гаазом (1915 г.), второе – Барнеттом (1909 г.). Если магнетик не намагничен, то суммарный магнитный момент, а следовательно и суммарный механический момент всех его электронов равен нулю. При намагничивании магнетик приобретает некоторый магнитный момент $\sum \vec{p}_{mi}$. Следовательно, электроны приобретают и некоторый механический момент $\sum \vec{L}_i$. Но поворот электронных

токов происходит под действием внутренних сил, поэтому должен выполняться закон сохранения момента импульса: сам магнетик должен приобрести момент импульса $\sum \vec{L}_i$ и прийти во вращение. При изменении направления намагничивания направление вращения изменяется.

Гиромагнитное отношение в опытах Эйнштейна и де Хааза, а также Барнетта оказалось в два раза больше теоретически ожидаемого значения. В 1925 г. ученые С. Гоудсмит и Г. Уленбек выдвинули предположение о том, что электрон независимо от орбитального движения обладает собственным моментом импульса \vec{L}_s и собственным магнитным моментом \vec{p}_{ms} . Собственный момент импульса электрона называется *спином*, а собственный магнитный момент – *спиновым магнитным моментом*. Предположение Гоудсмита и Уленбека в последующем полностью подтвердилось и было надежно доказано экспериментально. По современным представлениям *спин* – это квантовомеханическое свойство электрона, которое нельзя представить наглядно.

Спином и спиновым магнитным моментом обладают не только электроны, но и многие другие элементарные частицы. Отношение модулей спинового магнитного момента и спина электрона называется *спиновым гиромагнитным отношением электрона*:

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = g_s. \quad (4.7)$$

Измерения показывают, что

$$g_s = \frac{|e|}{m}, \quad (4.8)$$

т. е. спиновое гиромагнитное отношение в два раза больше орбитального гиромагнитного отношения. Найденное Эйнштейном, де Хаазом и Барнеттом значение гиромагнитного отношения совпадает именно со спиновым гиромагнитным отношением. Следовательно, магнетизм железа обусловлен не орбитальными, а спиновыми магнитными моментами.

Таким образом, магнитный момент атома складывается из орбитальных и спиновых магнитных моментов всех электронов атома, а также из спиновых моментов входящих в состав атомного ядра протонов и нейтронов. Спины электронов, про-

тонов и нейтронов по абсолютной величине одинаковы. Что касается спиновых магнитных моментов, то у протонов и нейтронов они значительно меньше, чем у электронов соответственно в 660 и 960 раз. Поэтому часто магнитными моментами ядер можно пренебрегать.

4.2. Диамагнетизм

Все вещества в магнитном отношении делятся на диамагнетики, парамагнетики и магнетики с упорядоченной магнитной структурой – *ферромагнетики*.

С точки зрения макроскопической теории, диамагнетики – это вещества, имеющие отрицательную магнитную восприимчивость и меньшую единицы магнитную проницаемость:

$$\chi < 0, \mu < 1.$$

Диамагнетиками являются инертные газы, многие органические соединения, некоторые металлы (*Bi, Zn, Au, Cu, Ag, Hg*) смолы, молекулярный водород, стекло, мрамор и др.

Вектор намагниченности в диамагнетиках антипараллелен намагничивающему полю \mathbf{B}_0 , поэтому результирующее поле в диамагнетиках B всегда слабее внешнего поля \mathbf{B}_0 . Восприимчивость диамагнетиков не зависит от температуры и намагничивающего поля (в не очень сильных полях) и весьма мала по абсолютной величине. Так, у меди $\chi = -8,4 \cdot 10^{-7}$, у висмута $\chi = -1,7 \cdot 10^{-4}$.

Вектор намагниченности диамагнетиков пропорционален намагничивающему внешнему полю \vec{B}_0 . На рис. 4.1 изображен график зависимости J_x от B_{0x} (J_x и B_{0x} – проекции \vec{J} и \vec{B}_0 на ось x , направленную вдоль вектора \vec{B}_0).

С точки зрения микроскопической теории, диамагнетики – это вещества, молекулы которых в отсутствие внешнего магнитного поля не обладают магнитными моментами.

Рассмотрим основной механизм намагничивания диамагнетиков – *атомный диамагнетизм* (диамагнетизм связанных электронов).

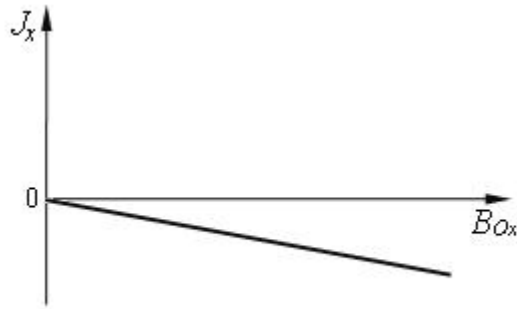


Рис. 4.1

Электрон, движущий по круговой орбите, подобен волчку. Поэтому ему свойственны все особенности поведения гироскопа. В частности, если электронная орбита не перпендикулярна к магнитному полю, то под действием поля она прецессирует – совершает такое движение, при котором орбитальный магнитный момент \vec{p}_m описывает конус, осью которого служит направление \vec{B}_0 . Направление прецессии связано с направлением \vec{B}_0 по правилу правого винта: если поступательное движение винта совпадает с \vec{B}_0 , то вращение винта совпадает с направлением прецессии. При этом направление обращения электрона по орбите противоположно направлению прецессии, если угол между \vec{p}_m и \vec{B}_0 острый, и совпадает с направлением прецессии, если этот угол тупой (рис. 145, а, б). Пре-

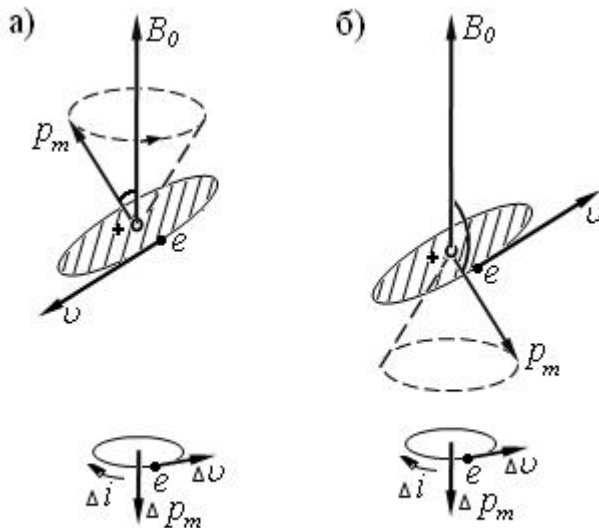


Рис. 4.2

цессия орбиты обуславливает дополнительное движение электрона в плоскости, перпендикулярной к \vec{B}_0 . За счет этого движения возникает магнитный момент \vec{p}_m , направленный против поля. Просуммировав магнитные моменты, приобретаемые всеми электронами атома, находят индуцированный магнитный момент атома, сложив магнитные моменты

атомов, заключенных в единице объема, находят намагниченность \vec{J} вещества.

Приобретение атомами магнитных моментов во внешнем магнитном поле за счет прецессии электронных орбит называется атомным диамагнетизмом, или диамагнетизмом связанных электронов. Этот эффект имеет место во всех

без исключения веществах.

В металлах, полупроводниках, ионизированных газах и т.д. имеет место диамагнетизм свободных электронов. В таких веществах диамагнетизм обусловлен движением свободных электронов по винтовой траектории. За счет такого движения создается магнитный момент, направленный против поля.

4.3. Парамагнетизм

Если собственный магнитный момент атомов отличен от нуля, вещество называется парамагнитным. Магнитное поле стремится установить магнитные моменты атомов вдоль \vec{B}_0 , а тепловое движение стремится разориентировать их равномерно по всем направлениям. В результате устанавливается некоторая преимущественная ориентация моментов вдоль поля, тем большая, чем больше \vec{B}_0 , и тем меньшая, чем выше температура.

С точки зрения макроскопической теории, парамагнетики – это вещества, для которых χ , как и у диамагнетиков, невелика, но положительна, а μ несколько больше единицы:

$$\chi > 0, \mu > 1.$$

Парамагнетиками являются Na, K, Rb, Cs, Mg, Al, Mn, Pt, O, растворы солей железа и др. Восприимчивость парамагнетиков при обычных температурах лежит в пределах от 10^{-3} до 10^{-6} . Так у алюминия $\chi = 2 \cdot 10^{-5}$, у платины $\chi = 3 \cdot 10^{-4}$.

Кюри экспериментально установил закон, согласно которому магнитная восприимчивость парамагнитного вещества равна

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (4.9)$$

где C – *постоянная Кюри*, зависящая от рода вещества. Закон Кюри справедлив при не слишком низких температурах.

Классическая теория парамагнетизма была развита П. Ланжевром (Франция) в 1905 г.

4.4. Ферромагнетизм

Ферромагнетики – вещества, способные намагничиваться очень сильно, внутреннее поле в таких веществах может в 10^2 – 10^6 раз превышать внешнее маг-

нитное поле: $\chi > 0$, $\mu \gg 1$.

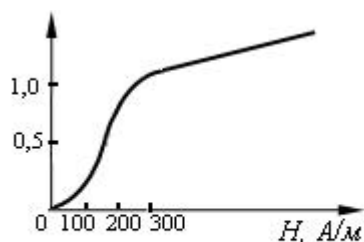


Рис. 4.3

Ферромагнетиками являются Fe, Co, Ni, Gd, сплавы и соединения этих элементов, некоторые сплавы и соединения Mn и Cr с неферромагнитными элементами и др.

Ферромагнетики, кроме способности сильно намагничиваться, обладают рядом свойств, существенно отличающих их от других магнетиков.

1. Зависимость намагниченности \vec{J} , а следовательно, и индукции результирующего поля \vec{B} от намагничивающего внешнего поля \vec{B}_0 в ферромагнетиках *нелинейная*.

Обычно на графиках изображают зависимость намагниченности и индукции в ферромагнетиках не от \vec{B} , а от \vec{H} . На рис. 4.3 в качестве примера изображен график зависимости B от H ферромагнетика (железо), магнитный момент которого первоначально был равен нулю.

2. Намагниченность ферромагнетика определяется не только существующим внешним магнитным полем, но и предысторией намагничивания. Зависимость намагниченности ферромагнетика при данной напряженности намагничивающего

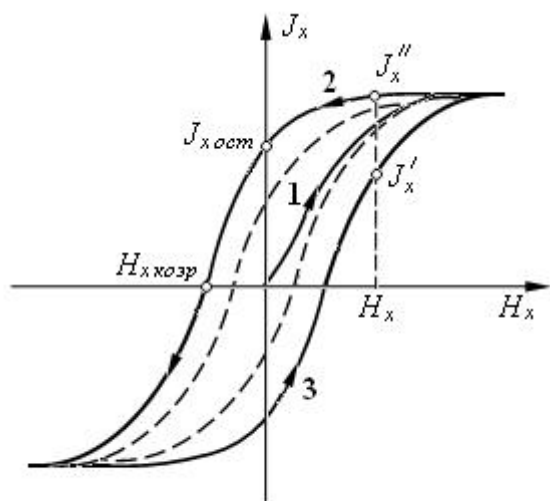


Рис. 4.4

поля от предшествующих состояний называется *магнитным гистерезисом*.

Если ферромагнетик намагнитить до насыщения, а затем уменьшать напряженность намагничивающего поля, то намагниченность J_x будет следовать не первоначальной кривой 1 (она называется *основной кривой намагничивания*), а

новой кривой 2. (рис. 4.4). Намагниченность $J_{x_ост}$, которой ферромагнетик обладает в отсутствие внешнего магнитного поля, называется *остаточной*. Чтобы снять остаточную намагниченность, нужно включить внешнее поле, направление

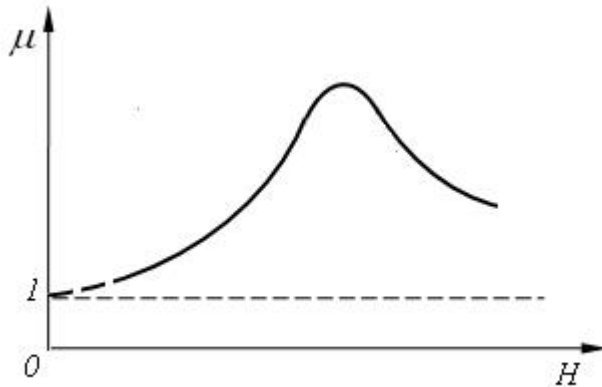


Рис. 4.5

которого противоположно первоначальному полю, вызвавшему намагничивание. Поле $H_{коэр}$ обратного направления, которое полностью снимает остаточную намагниченность, называется *коэрцитивной силой*. При дальнейшем увеличении обратного намагничивающего поля

вновь происходит магнитное насыщение. При циклическом изменении модуля и направления намагничивающего поля получается петлеобразная кривая, называемая *петлей гистерезиса*. Наличие гистерезиса у ферромагнетиков означает, что намагниченность, а следовательно, и индукция результирующего поля в них не является однозначной функцией намагничивающего поля H . Поскольку зависимость \vec{B} от \vec{H} в ферромагнетиках неоднозначна, понятие магнитной проницаемости применимо только к основной кривой намагничивания. Это означает, что μ зависит от внешнего поля (рис. 4.5).

3. При некоторой температуре, называемой *точкой Кюри*, ферромагнетик утрачивает свои особые свойства. Точка Кюри для чистого железа составляет 1043 К (770°C), для никеля 663 К (360°C), кобальта 1422 К (1149°C).

При температуре выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик.

Свойства ферромагнетиков можно объяснить действием между атомами так называемого *обменного взаимодействия*, благодаря которому энергетически выгодным оказывается состояние с параллельной ориентацией электронных спинов и, следовательно, спиновых магнитных моментов. Силы, ориентирующие спины электронов параллельно друг другу, немагнитные. Области ферромагнетика, в которых спины параллельны, называются *доменами*. В пределах каждого домена ферромагнетик самопроизвольно (спонтанно) намагничен до насыщения.

Наличие доменов можно обнаружить на опыте. Тонкий порошок ферромагнитного вещества напыляется на полированную и протравленную поверхность ферромагнетика. Частицы порошка концентрируются в тех местах, где поверхность образца пересекается со стенками доменов (здесь магнитное поле весьма неоднородно). Полученные таким образом порошковые фигуры, называемые фигурами Акулова-Биттера, рассматриваются в микроскоп. Существуют и другие методы изучения доменной структуры ферромагнетиков.

Размеры доменов, как правило, невелики: порядка $10^{-3} - 10^{-4}$ см. Это вытекает из закона сохранения энергии.

1. Если бы ферромагнетик состоял из одного только домена, то он создавал бы сильное собственное поле и обладал бы значительной магнитной энергией.

2. На границе между двумя соседними доменами происходит «разворот» спиновых моментов от одной ориентации к другой. При повороте магнитного диполя во внешнем поле совершается работа. Следовательно, энергия затрачивается и на образование границ между доменами.

3. Энергия двух доменов одинакового объема, намагниченных в разных кристаллографических направлениях, оказывается различной. Разность этих энергий называется энергией *анизотропии*. В отсутствие намагничивающего поля размеры доменов и их форма определяются минимумом энергии, затрачиваемой на создание собственного поля, энергии границ и энергии анизотропии. При этом ферромагнетик разбивается на домены таким образом, что его результирующий магнитный момент практически равен нулю.

Действие магнитного поля на домены в процессе намагничивания разное. В слабых полях наблюдается смещение границ доменов, в результате чего происходит увеличение тех доменов, моменты которых составляют с \vec{H} меньший угол за счет доменов с большими углами. С увеличением напряженности поля этот процесс идет все дальше, пока не появится один энергетически выгодный домен. В последующем происходит поворот магнитных моментов в направлении поля. Эти процессы (за исключением слабых полей) являются необратимыми, что и приводит к гистерезису.

5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

5.1. Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции (открыто М. Фарадеем в 1831 г.) состоит в том, что **при всяком изменении магнитного потока, сцепленного с проводящим контуром, в контуре возникает ЭДС индукции.**

Магнитный поток, сцепленный с контуром, – это поток, пронизывающий любую поверхность S , опирающуюся на контур.

Опыт показывает, что абсолютное значение ЭДС индукции равно модулю скорости изменения магнитного потока, сцепленного с контуром. Если контур замкнут, то ЭДС индукции вызывает в нем индукционный ток. В незамкнутом контуре индукционный ток возникает, если магнитный поток, сцепленный с контуром, изменяется с переменной скоростью, т. е. когда $\frac{d\Phi}{dt} \neq const$. Изменение магнитного потока, сцепленного с контуром, может быть обусловлено изменением пронизывающего контур магнитного поля, изменением формы контура и изменением положения контура в магнитном поле.

Э. Х. Ленц установил правило, согласно которому **индукционный ток всегда имеет такое направление, что создаваемый им магнитный поток через поверхность, опирающуюся на контур, противодействует изменениям того магнитного потока, который вызывает этот индукционный ток**, означает, что знаки ЭДС индукции и скорости изменения иного потока противоположны:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (5.1)$$

5.2. Электродвижущая сила индукции

Закон электромагнитной индукции (5.1) – одно из проявлений закона сохранения энергии.

Рассмотрим контур, изображенный на рис. 5.1. Контур содержит источник тока с ЭДС E и подвижный участок $l2$. Контур находится в магнитном поле (поле направлено за чертеж). За счет работы источника тока ($\varepsilon l dt$) контуром выделяется ленц-джоулево тепло ($I^2 R dt$) и совершается работа по перемещению про-

проводника 12 ($I d\Phi$).

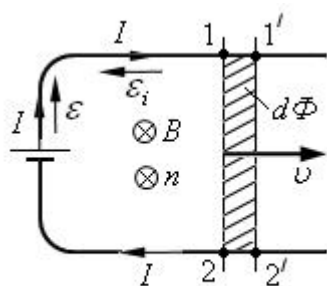


Рис. 5.1

По закону сохранения энергии, работа источника за время dt равна количеству выделившегося за это время тепла и работе, затраченной на перемещение проводника 12 :

$$\varepsilon I dt = I^2 R dt + I d\Phi, \quad (5.2)$$

где I – ток в контуре;

R – сопротивление контура;

$d\Phi$ – магнитный поток, пронизывающий поверхность, которую описывает проводник 12 при своем перемещении. Из (5.2) получаем

$$I = \frac{\varepsilon - \frac{d\Phi}{dt}}{R}. \quad (5.3)$$

Таким образом, при изменении магнитного потока, сцепленного с контуром, в последнем возникает дополнительная ЭДС, равная

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

5.3. Самоиндукция

Ток, текущий в цепи, создает магнитное поле, магнитный поток которого через поверхность, опирающуюся на контур цепи, в неферромагнитной среде пропорционален этому току (это следует из закона Био-Савара-Лапласа и из определения магнитного потока):

$$\Phi = Li, \quad (5.4)$$

где L – коэффициент пропорциональности, называемый *индуктивностью цепи*.

Поток (5.4) называется *потокосцеплением самоиндукции*. **Потокосцепление самоиндукции – потокосцепление электрической цепи, обусловленное электрическим током в этой цепи.**

Индуктивность цепи – скалярная физическая величина, характеризующая свойство цепи создавать потокосцепление самоиндукции и численно равная потокосцеплению самоиндукции, создаваемому единичным током:

$$\text{если } |i|=1, \text{ то } |L| = |\Phi|.$$

Индуктивность зависит от формы, размеров цепи, магнитной проницаемости среды и не зависит (в отсутствие ферромагнетиков) от тока в цепи.

Явление самоиндукции заключается в возникновении дополнительной ЭДС (ЭДС самоиндукции) и обусловленного ею тока (тока самоиндукции) в цепи при изменении потокосцепления самоиндукции.

ЭДС самоиндукции зависит от скорости изменения потокосцепления самоиндукции:

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li). \quad (5.5)$$

При $L = const$ (контур цепи жесткий, отсутствуют ферромагнетики) и $i = i(t)$

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}. \quad (5.6)$$

Если одновременно изменяется и i и L , то ЭДС самоиндукции равна

$$\varepsilon_s = -\left(L\frac{\partial i}{\partial t} + i\frac{\partial L}{\partial t}\right). \quad (5.7)$$

Самоиндукция в электромагнетизме играет такую же роль, как и инерция в механике. Вследствие самоиндукции установление и исчезновение тока в цепи, а также любое его изменение происходит не мгновенно, а постепенно.

5.4. Ток при размыкании и замыкании цепи

Найдем закон исчезновения тока в цепи (рис. 138), в которой ε – ЭДС источника тока; L – индуктивность цепи; R – сопротивление цепи; P – переключатель.

Если переключатель поставить в положение 1, то в цепи установится ток

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}.$$

Перебросим переключатель в положение 2, отключив тем самым источник. Ток в цепи начнет исчезать. Возникнет ЭДС самоиндукции. По второму правилу Кирхгофа,

$$iR = \varepsilon_s,$$

где i – мгновенная сила тока;

ε_s – мгновенное значение ЭДС самоиндукции.

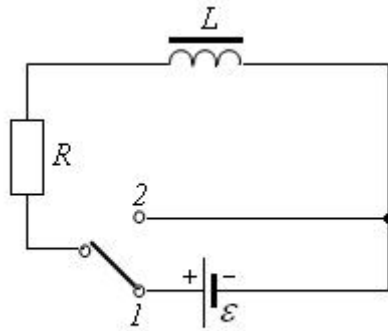


Рис. 5.2

Следовательно, согласно (5.6)

$$iR = -L \frac{di}{dt}.$$

Разделив переменные i и t , получим уравнение, которое легко интегрируется:

$$\frac{di}{i} = -\frac{Rdt}{L}. \quad (5.8)$$

Проинтегрировав (5.8), получим

$$\ln i = -\frac{R}{L}t + \ln C,$$

Или, после потенцирования

$$i = Ce^{-\frac{R}{L}t}.$$

Константу C определим из начальных условий. При $t = 0$ $i = I_0$, следовательно, $C = I_0$ и

$$i = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (5.9)$$

Таким образом, ток в цепи исчезает не мгновенно, а постепенно, уменьшаясь со временем по экспоненциальному закону. Быстрота убывания тока определяется величиной

$$\tau = \frac{L}{R}, \quad (5.10)$$

имеющей размерность времени и называемой *постоянной времени*. Учитывая обозначение (5.10), формуле (5.9) можно придать вид

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (5.11)$$

τ – есть время, в течение которого ток уменьшается в e раз. Чем больше τ , тем медленнее уменьшается ток. График тока изображен на рис. 5.3 (кривая а).

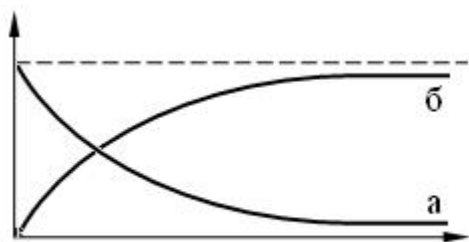


Рис. 5.3

Рассуждая аналогичным образом легко найти закон установления тока при замыкании цепи (при переключении Π из положения 2 в положение 1.

В конечном итоге можно получить

$$i = I_0 \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right). \quad (5.12)$$

Таким образом, нарастание тока в цепи происходит так же, как и исчезновение, постепенно (рис. 5.3, кривая б).

Полученные выводы справедливы при $L = const$. Если $L \neq const$, то ЭДС самоиндукции может оказаться больше ЭДС источника тока, и ток может значительно превзойти установившийся.

5.5. Взаимная индукция

Рассмотрим два расположенных рядом проводящих контуров 1 и 2 (рис. 5.4). При наличии тока в контуре 2 (i_2) и при соответствующем взаимном расположении контуров контур 1 будет пронизываться некоторым магнитным потоком Φ_{12} , называемым *потокосцеплением взаимной индукции*. Поле, создающее этот поток, изображено на рисунке пунктирными линиями. Поток тем больше, чем больше индукция B_2 , создаваемая током i_2 в том месте, где находится контур 1. В вакууме, а также в неферромагнитной среде $B_2 \sim i_2$. Следовательно,

$$\Phi_{12} = L_{12}i_2. \quad (5.13)$$

Аналогично поток, создаваемый током i_1 и сцепленный с контуром 2, пропорционален току i_1 :

$$\Phi_{21} = L_{21}i_1. \quad (5.14)$$

Таким образом, **потокосцепление взаимной индукции – потокосцепление одного контура, обусловленное током в другом контуре**. Если потоки Φ_{12} и Φ_{21} существуют, то говорят, что между контурами существует магнитная связь. Коэффициенты пропорциональности L_{12} и L_{21} называются взаимной индуктивностью це-

пей.

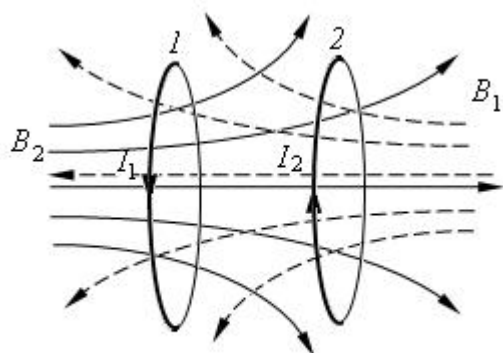


Рис. 5.4

Взаимная индуктивность – физическая величина, характеризующая свойство двух (или более) цепей образовывать общие потокоцепления, когда по одной из них течет ток. Взаимная индуктивность L_{21} численно равна магнитному потоку, сцепленному с контуром 2 при единичном токе в

контуре 1. Взаимная индуктивность L_{12} численно равна магнитному потоку, сцепленному с контуром 1 при единичном токе в цепи 2. Взаимная индуктивность зависит от формы, размеров и относительного расположения контуров и магнитной проницаемости среды. Можно показать, что $L_{12} = L_{21}$.

Явление взаимной индукции заключается в возникновении ЭДС в контуре при изменении потокоцепления взаимной индукции этого контура.

Пусть в контуре 2 (см. рис. 5.4) течет ток. При наличии магнитной связи между контурами 1 и 2 с контуром 1 сцеплен магнитный поток взаимной индукции $\Phi_{12} = L_{12}i_2$. При всяком изменении этого потока в контуре 1 возникает ЭДС, равная

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = \frac{d}{dt}(L_{12}i_2). \quad (5.15)$$

Изменение Φ_{12} может быть обусловлено изменением i_2 (при $L_{12} = const$) изменением взаимной индуктивности контуров L_{12} (при $i_2 = const$) и, наконец, одновременным изменением i_2 и L_{12} . В общем случае ЭДС взаимной индукции в контуре 1 равна

$$\varepsilon_{i1} = -\left(L_{12} \frac{\partial i_2}{\partial t} + i_2 \frac{\partial L_{12}}{\partial t} \right). \quad (5.16)$$

Аналогично при наличии в контуре 1 тока в контуре 2 возникает ЭДС, если этот ток изменяется или изменяется взаимная индуктивность.

5.6. Энергия магнитного поля

Вновь рассмотрим цепь, изображенную на рис. 5.2. Установим переключателя

тель в положение 1. В цепи установится ток $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$. Этот ток создаст в окружающем пространстве магнитное поле. Если переключатель поставить в положение 2, то ток, а вместе с ним и магнитное поле начнут исчезать. Найдем работу тока за время исчезновения. Элементарная работа за время dt равна

$$dA = \varepsilon i dt, \quad (5.17)$$

где ε – ЭДС самоиндукции и сила тока в произвольный момент времени i . Если $L = const$, то $\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$. Следовательно,

$$dA = -L i di. \quad (5.18)$$

Проинтегрировав это выражение по I от I_0 до 0, мы получим полную работу, совершенную током за время, в течение которого исчезает магнитное поле:

$$A = - \int_{I_0}^0 L i di = \frac{L I_0^2}{2}. \quad (5.19)$$

За счет работы (5.19) происходит увеличение внутренней энергии проводников, из которых образована цепь. Носителем энергии, за счет которой совершается работа (5.19), является магнитное поле. Таким образом, энергия магнитного поля W , созданного током i , текущим в цепи с индуктивностью L , равна

$$W = \frac{L i^2}{2} \quad (5.20)$$

Энергию магнитного поля (5.20) можно выразить через характеристики магнитного поля. Пусть цепь, изображенная на рис. 5.2, содержит длинный соленоид с сердечником из однородного магнетика. Индуктивность цепи примем равной индуктивности соленоида (индуктивность всех других элементов цепи мала по сравнению с индуктивностью соленоида). Индуктивность длинного соленоида равна

$$L = \mu_0 \mu n^2 V. \quad (5.21)$$

Магнитное поле соленоида сосредоточено внутри соленоида. Индукция этого поля равна (3.27)

$$B = \mu_0 \mu n i,$$

Откуда

$$i = \frac{B}{\mu_0 \mu n}. \quad (5.22)$$

Подставив выражения (5.21) и (5.22) в (5.20), получим

$$W = \frac{B^2 V}{2\mu_0 \mu}. \quad (5.23)$$

Магнитное поле длинного соленоида однородно. Следовательно, *плотность энергии этого поля* ω (энергия единицы объема) равна

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (5.24)$$

Формула (5.24) справедлива для любого поля: и однородного, и неоднородного. Если известна зависимость W от координат, то для нахождения энергии магнитного поля, распределенного в объеме V , нужно вычислить интеграл

$$W = \int \omega dV = \int \frac{B^2}{2\mu\mu_0} dV.$$

6. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Между электрическими зарядами и токами, с одной стороны, и создаваемыми ими электрическими и магнитными полями, с другой, существует связь. Связь существует и между самими электрическими и магнитными полями. Эта связь проявляется в том, что электрическое и магнитное поля способны превращаться друг в друга. При всяком изменении магнитного поля возникает электрическое поле и, наоборот, при всяком изменении электрического поля возникает магнитное поле. Уравнения Максвелла в сжатой математической форме отражают все эти связи и все эти процессы.

6.1. Первое уравнение Максвелла

Как известно, при изменении магнитного потока, пронизывающего неподвижный проводящий контур, в последнем возникает вихревое электрическое поле, которое и создает в контуре ЭДС индукции.

Максвелл установил, что проводящий контур в этом процессе не играет принципиальной роли, а является лишь прибором, обнаруживающим вихревое электрическое поле. Переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле независимо от того, имеются или нет проводники в той области пространства, где существует переменное магнитное поле.

Итак, переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле. Согласно закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (6.1)$$

По определению ЭДС есть циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{стор} d\vec{l}.$$

В рассматриваемом случае $\vec{E}_{стор} = \vec{E}_{вихр}$ где $\vec{E}_{вихр}$ – напряженность вихревого электрического поля. Следовательно,

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{вихр} d\vec{l}. \quad (6.2)$$

Подставив (6.2) в (6.1), получим *первое интегральное уравнение Максвелла*

$$\oint_L \vec{E}_{вихр} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (6.3)$$

Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля по произвольному замкнутому контуру L равна по абсолютной величине и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока, сцепленного с L .

Здесь поток, сцепленный с контуром L , – это поток, пронизывающий любую поверхность S , опирающуюся на этот контур.

По определению магнитный поток, сцепленный с контуром L равен

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}. \quad (6.4)$$

Подставив (6.4) в (6.3), другую форму *первого интегрального уравнения Максвелла*

$$\int_L \vec{E}_{вихр} d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}. \quad (6.5)$$

Вихревое электрическое поле $\vec{E}_{вихр}$ порождается изменяющимся магнитным полем. Полное электрическое поле в любой точке пространства в общем случае равно сумме полей $\vec{E}_{эл.ст}$ и $\vec{E}_{вихр}$.

6.2. Второе уравнение Максвелла

Другое фундаментальное положение теории Максвелла гласит, что переменное электрическое поле создает магнитное поле.

Рассмотрим вакуумный конденсатор, к которому приложена переменная разность потенциалов. Эта разность потенциалов создает между обкладками конденсатора переменное электрическое поле. По Максвеллу, переменное электрическое поле создает в окружающем пространстве магнитное поле так, как если бы между обкладками протекал вполне определенный ток проводимости.

Линии магнитного поля, порождаемого изменяющимся электрическим полем, замыкаются вокруг линий вектора $\frac{d\vec{E}}{dt}$. Переменное электрическое поле Максвелл назвал *током смещения*.

Для расчета магнитного поля можно, в частности, воспользоваться законом полного тока (теоремой о циркуляции вектора \vec{H}). При существовании переменного магнитного поля

$$\int_L \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{пров.}} + I_{\text{смещ.}}, \quad (6.6)$$

где $I_{\text{пров.}}$ и $I_{\text{смещ.}}$ – ток проводимости и ток смещения соответственно.

По Максвеллу плотность тока смещения

$$\vec{J}_{\text{смещ.}} = \frac{d\vec{D}}{dt}, \quad (6.7)$$

где \vec{D} – вектор электрического смещения.

С учетом (6.7)

$$I_{\text{смещ.}} = \int_S \vec{J}_{\text{смещ.}} d\vec{S} = \int_S \frac{d\vec{D}}{dt} d\vec{S}. \quad (6.8)$$

Подставив (6.8) в (6.6) получим второе интегральное уравнение Максвелла: **циркуляция \vec{H} по произвольному контуру интегрирования L в среде равна**

$$\int_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{J}_{\text{пров.}} + \frac{d\vec{D}}{dt}) d\vec{S}. \quad (6.9)$$

Итак, магнитное поле создается, во-первых, любыми электрическими токами и, во-вторых, изменяющимся электрическим полем (током смещения). Токами, создающими магнитное поле, могут быть токи проводимости, токи в вакууме, микротоки и токи поляризации. *Токи поляризации* возникают в диэлектриках при наличии в них переменного электрического поля.

Второе уравнение Максвелла называют также **законом, теоремой полного тока**.

6.3. Полная система уравнений Максвелла

Рассмотрим остальные уравнения, входящие в полную систему уравнений Максвелла.

Третье уравнение Максвелла выражает теорему Остроградского-Гаусса для потока вектора электрического смещения \vec{D} сквозь произвольную замкнутую поверхность S , охватывающую свободный заряд $q_{\text{своб.}}$:

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{своб.}} \quad (6.10)$$

Четвертое уравнение Максвелла является обобщением теоремы Остроградского-Гаусса для случая *переменного* магнитного поля:

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (6.11)$$

Рассмотренные четыре уравнения Максвелла недостаточны для расчета электромагнитного поля в среде. К ним нужно добавить уравнения, характеризующие электрические и магнитные свойства среды. Для *изотропной* среды дополнительные уравнения имеют вид:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad \vec{j}_{\text{пров.}} = \sigma\vec{E}, \quad (6.12)$$

где σ – удельная проводимость вещества.

Таким образом, полная система уравнений Максвелла состоит из четырех уравнений (6.5), (6.9), (6.10), (6.11) и соотношений (6.12).

Полная система уравнений Максвелла при наличии некоторых дополнительных условий позволяет решать с определенной степенью точности любую задачу, связанную с электрическими и магнитными процессами.

Уравнения Максвелла, вообще говоря, следовало бы записывать в дифференциальной форме, ибо интегральные уравнения при решении конкретных задач полезны только в самых простых случаях, например при наличии симметрии зарядов и токов, при условии, что среда безгранична, однородна, изотропна и неферромагнитная.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме имеют вид:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (6.13)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_{\text{пров.}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (6.14)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (6.15)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (6.16)$$

Здесь ρ – объемная плотность электрических зарядов, создающих электрическое поле \vec{E} ;

$\operatorname{div} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$ – дивергенция векторного поля;

$\operatorname{rot} = \vec{i} \left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \right)$ – ротор векторного поля; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ –

единичные орты.

Уравнения Максвелла играют в электромагнетизме такую же роль, как законы Ньютона в механике или начала термодинамики в молекулярной физике.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савельев И.В. Курс общей физики: учебник. В 3 т. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика / И.В. Савельев, 2-е изд., стер. СПб.: Лань, 2006, 480 с.
2. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие / Т.И. Трофимова, 4-е изд., испр. М.: Высш. школа, 1997. 542 с.
3. Овчинников В.А. Общая физика: учеб. пособие. Ч. 2. Электричество и магнетизм / В.А. Овчинников, 2-е изд., перераб. Свердловск: Изд. УПИ, 1975. 248 с.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Милковская Л.Б. Курс физики. В 3 т. Т.2. Электричество и магнетизм / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский, Л.Б. Милковская, 4-е изд., перераб. М.: Высш. школа, 1977. 376 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
Список обозначений	4
1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ.....	5
1.1 Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Закон Био-Савара-Лапласа.	5
1.2 Применение закона Био-Савара-Лапласа к расчету магнитных полей.....	9
1.3 Циркуляция вектора магнитной индукции. Вихревой характер магнитного поля.....	12
1.4 Применение теоремы о циркуляции вектора индукции магнитного поля к расчету магнитных полей.....	14
1.5 Поток вектора индукции магнитного поля. Теорема Гаусса.....	16
2. ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТОК И ДВИЖУЩИЕСЯ ЗАРЯДЫ.....	17
2.1 Закон Ампера. Физический смысл магнитной индукции.....	17
2.2 Применение закона Ампера к некоторым задачам.....	19
2.3 Работа при перемещении проводника и контура с током в магнитном поле.....	23
2.4 Сила Лоренца.....	25
2.5 Движение заряженных частиц в магнитном поле.....	26
2.6 Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.....	27
3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ.....	32
3.1 Намагничивание вещества. Гипотеза Ампера.....	32
3.2 Связь намагниченности с индукцией магнитного поля микротоков. Физический смысл относительной магнитной проницаемости.....	33

3.3 Напряженность магнитного поля.....	35
3.4 Граничные условия для магнитной индукции и напряженности.....	38
3.5 Расчет магнитного поля в веществе	39
4. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА.....	40
4.1 Магнитные моменты атомов и молекул.....	40
4.2 Диамагнетизм.....	43
4.3 Парамагнетизм.....	45
4.4 Ферромагнетизм.....	45
5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ.....	49
5.1 Явление электромагнитной индукции.....	49
5.2 Электродвижущая сила индукции.....	49
5.3 Самоиндукция.....	50
5.4 Токи при размыкании и замыкании цепи.....	51
5.5 Взаимная индукция.....	53
5.6 Энергия магнитного поля.....	54
6. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА.....	56
6.1 Первое уравнение Максвелла.....	56
6.2 Второе уравнение Максвелла.....	58
6.3 Полная система уравнений Максвелла.....	59
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	61
ОГЛАВЛЕНИЕ.....	62

УДК 537.6

ББК 22.234

С 90