

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Омский государственный технический университет»

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Практикум по решению задач

Омск 2006

УДК 537.8(075)

ББК 22.334я73

Б 48

Рецензенты:

В.И. Блинов, канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры микроэлектроники и медицинской физики ОмГУ;

В.А. Федорук, канд. техн. наук, доц. кафедры физики СибАДИ.

Н.В. Бердинская, В.К. Волкова, В.П. Шабалин

Б 48 Электромагнетизм: Практикум по решению задач. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2006. 64 с.

Практикум по решению задач предназначен для аудиторной и самостоятельной работы студентов 1 и 2 курсов всех инженерно-технических специальностей дневного и вечернего обучения высших учебных заведений. Может быть использован в рамках дистанционного обучения.

УДК 537.8(075)

ББК 22.334я73

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Омского государственного технического университета*

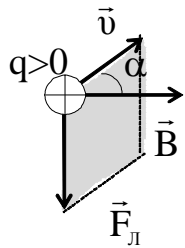
© Авторы, 2006

© Омский государственный
технический университет, 2006

Тема № 1. Расчет магнитных полей токов
Краткие теоретические сведения для решения задач
1.1. Магнитная индукция. Закон Био и Савара

Магнитное поле – одна из двух сторон электромагнитного поля, характеризующаяся воздействием на движущуюся электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду этой частицы и ее скорости.

Магнитное поле определяется **магнитной индукцией** – векторной величиной, характеризующей магнитное поле и определяющей силу, действующую на движущуюся электрически заряженную частицу со стороны магнитного поля. На частицу с электрическим зарядом q , движущуюся в магнитном поле со скоростью \vec{v} , направленной произвольным образом по отношению к вектору магнитной индукции \vec{B} , действует сила Лоренца



$$\vec{F}_L = [q\vec{v}\vec{B}], \quad F_L = qvB\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} (рис. 1.1).

Рис. 1.1

Магнитная индукция численно равна максимальной силе Лоренца, действующей со стороны магнитного поля на единичный заряд, движущийся перпендикулярно магнитному полю с единичной скоростью \vec{v}_\perp . Направление вектора \vec{B} определяется векторным произведением векторов \vec{F}_L и $q\vec{v}_\perp$, $[\vec{F}_L q\vec{v}_\perp]$

Направление вектора \vec{B} определяется векторным произведением векторов \vec{F}_L и $q\vec{v}_\perp$, $[\vec{F}_L q\vec{v}_\perp]$

$$B = \frac{F_{L\text{макс.}}}{|q|v_\perp}.$$

Единица измерения магнитной индукции в СИ – 1 Тл (тесла).

Магнитное поле создается движущимися электрически заряженными частицами и телами, проводниками с током, частицами и телами, обладающими магнитными моментами, а также изменяющимся во времени электрическим полем.

Магнитное поле движущегося электрического заряда

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[q\vec{v}\vec{r}]}{r^3},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная, q – величина электрического заряда, \vec{v} – скорость движения заряда, \vec{r} – радиус-вектор точки, где определяется магнитная индукция. Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**: каждый движущийся заряд создает свое магнитное поле независимо от

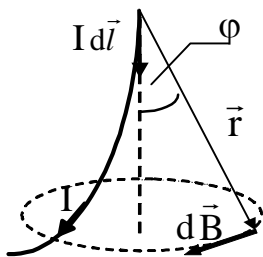


Рис. 1.2

присутствия других движущихся зарядов. Поэтому магнитное поле электрического тока является суперпозицией полей всех зарядов, создающих данный ток I (рис. 1.2), и может быть рассчитано по **закону Био и Савара**

$$\vec{B} = \int_{\text{(по контуру тока I)}} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[Id\vec{l}\vec{r}]}{r^3}.$$

Направление магнитной индукции связано с направлением электрического тока правилом правого винта. Силовые ли-

нии магнитного поля замыкаются вокруг тока, создающего это поле. Применение принципа суперпозиции к магнитным полям, создаваемым элементами тока, позволяет рассчитывать магнитные поля конечных проводников с токами.

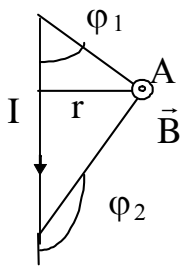


Рис. 1.3

Магнитное поле прямолинейного проводника с током I (рис. 1.3)

$$B = \mu_0 I / (4\pi r) (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2). \quad (1.1)$$

Если проводник бесконечно длинный, то $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$.

$$B = \mu_0 I / (2\pi r). \quad (1.2)$$

Магнитная индукция на оси кругового тока I радиусом R в произвольной точке на расстоянии x от центра (рис. 1.4)

$$\vec{B} = 2\mu_0 \vec{p}_m / [4\pi(R^2 + x^2)^{3/2}], \quad (1.3)$$

где $\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$ – магнитный момент кругового тока.

Модуль \vec{B} определяется по формуле

$$B = \mu_0 I R^2 / [2(R^2 + x^2)^{3/2}] = \mu_0 p_m / [2\pi (R^2 + x^2)^{3/2}].$$

Магнитная индукция в центре кругового витка с током

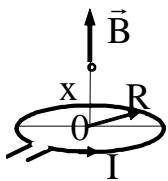


Рис. 1.4

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 2\vec{p}_m}{4R^3\pi} \quad \text{и} \quad B = \mu_0 I / (2R). \quad (1.4)$$

Магнитное поле короткого соленоида (рис. 1.5).

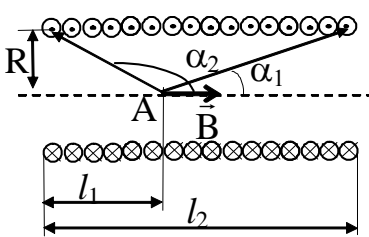


Рис. 1.5

Соленоидом называется цилиндрическая катушка с током, состоящая из большого числа витков проволоки, которые образуют винтовую линию.

$$B = (\mu_0/2) \cdot n \cdot I \cdot (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \quad (1.5)$$

где n – количество витков на единицу длины соленоида.

1.2. Циркуляция магнитного поля (закон полного тока) в вакууме. Теорема Гаусса для магнитного поля

Теорема о циркуляции для магнитного поля в вакууме: циркуляция вектора магнитной индукции поля в вакууме равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром (т. е. результирующему току через поверхность, опирающуюся на контур L), умноженной на магнитную постоянную.

$$\oint_{(L)} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_k I_k = \mu_0 \int_{(S)} \vec{j} d\vec{S}.$$

Силовые поля, для которых циркуляция силового вектора отлична от нуля, называются **вихревыми** или **соленоидальными**. Таким образом, магнитное поле является вихревым, а его силовые линии (линии вектора \vec{B}) замкнутыми.

Используя теорему о циркуляции, можно рассчитывать магнитные поля токов, обладающие определенной симметрией, например, индукции магнитных полей внутри тороида и бесконечно длинного соленоида.

Для соленоида: $B = \mu_0 n I$; (1.6)

для тороида: $B = (\mu_0/2\pi)(NI/r)$; $R_2 < r < R_1$, (1.7)

где n – число витков на единицу длины соленоида, N – полное число витков тороида, r – радиус окружности, лежащей внутри тороида, R_1 и R_2 – внутренний и наружный радиусы тороида.

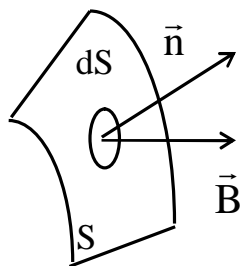


Рис. 1.6

Элементарным потоком магнитной индукции (**магнитным потоком**) сквозь малую поверхность площадью dS называется физическая величина

$$d\Phi_m = \vec{B}d\vec{S}.$$

Магнитный поток сквозь произвольную поверхность S (рис. 1.6)

$$\Phi_m = \int_{(S)} \vec{B}d\vec{S} = \int_{(S)} B_n dS. \quad (1.8)$$

Единица измерения магнитного потока в СИ – 1 Вб (вебер), $1 \text{ Вб} = \text{Тл} \cdot \text{м}^2$.

Теорема Гаусса для магнитного поля (силовые линии поля замкнуты): магнитный поток сквозь произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

$$\oint \vec{B}d\vec{S} = 0$$

1.3. Магнитное поле в веществе. Намагниченность вещества. Напряженность магнитного поля

Количественной характеристикой намагниченного состояния вещества служит векторная величина – **намагниченность** (вектор намагниченности) \vec{J} .

Намагниченность вещества равна пределу отношения магнитного момента макроскопически малого объема вещества к величине ΔV этого объема (магнитному моменту единицы объема вещества).

$$\vec{J} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{mi},$$

где $\sum_{i=1}^n \vec{p}_{mi}$ – сумма магнитных моментов атомов, находящихся в объеме ΔV .

Для однородных и изотропных магнетиков намагниченность пропорциональна индукции внешнего магнитного поля в данной точке:

$$\vec{J} = \chi \frac{\vec{B}_o}{\mu_o}, \quad (1.9)$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества (безразмерная величина), характеризующая способность вещества намагничиваться.

При рассмотрении магнитного поля в веществе различают два типа токов – **макротоки** и **микротоки**. Макротоками называются токи проводимости и конвекционные токи. Микротоками (молекулярными токами) называются токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах.

Магнитное поле в веществе является суперпозицией двух полей: внешнего магнитного поля, создаваемого макротоками, и внутреннего, или собственного, магнитного поля, создаваемого микротоками (магнитными моментами атомов и молекул).

Соответственно теорема о циркуляции магнитного поля в веществе может быть записана в следующем виде:

$$\oint_{(L)} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (\sum_k I_k + \sum_m i_m),$$

где $\sum_k I_k, \sum_m i_m$ – соответственно алгебраические суммы макро - и микротоков, охватываемых контуром интегрирования.

Алгебраическая сумма сил микротоков связана с циркуляцией вектора намагниченности.

$$\sum_m i_m = \oint_{(L)} \vec{J} d\vec{l}.$$

Используя это выражение, циркуляцию магнитного поля в веществе можно записать в виде

$$\oint_{(L)} (\vec{B}/\mu_0 - \vec{J}) d\vec{l} = \sum_k I_k; \quad \oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \sum_k I_k, \quad (1.10)$$

где $\vec{H} = (\vec{B}/\mu_0 - \vec{J})$, называется **напряжённостью** магнитного поля.

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (**теорема о циркуляции**): циркуляция вектора напряжённости магнитного поля по произвольному контуру равна алгебраической сумме макротоков (токов проводимости) сквозь поверхность, натянутую на этот контур.

В случае изотропной среды связь между магнитной индукцией и напряжённостью магнитного поля имеет вид

$$\vec{H} = \vec{B}/[(1 + \chi)\mu_0] = \vec{B}/(\mu\mu_0),$$

где μ – относительная магнитная проницаемость вещества, связанная с его магнитной восприимчивостью и показывающая, во сколько раз магнитное поле в веществе больше, чем в отсутствии вещества.

$$\mu = 1 + \chi, \quad \mu = B/B_0,$$

где B – индукция поля в веществе, B_0 – индукция поля в отсутствии вещества.

На границе раздела магнетиков наблюдается преломление силовых линий, при этом

$$B_{2n} = B_{1n} \quad \text{и} \quad \mu_2 H_{2n} = \mu_1 H_{1n}, \quad (1.11)$$

где B_n и H_n – проекции векторов \vec{B} и \vec{H} на единичный вектор \vec{n} , направленный по нормали к границе раздела сред, μ_1 и μ_2 – относительные магнитные проницаемости сред.

В случае отсутствия макротоков, идущих по поверхности раздела сред, из закона полного тока для магнитного поля в среде следует, что

$$H_{2\tau} = H_{1\tau} \quad \text{и} \quad B_{2\tau}/\mu_2 = B_{1\tau}/\mu_1. \quad (1.12)$$

Примеры решения задач

Пример 1. Ток силой 5 А течет по тонкому изогнутому проводнику (рис. 1.7). Радиус изогнутой части проводника 120 мм, угол $2\beta=90^\circ$. Найти магнитную индукцию в точке О.

Дано:
 $R=120$ мм
 $I=5,0$ А
 $2\beta=90^\circ$

$B=?$

Решение

Индукция \vec{B} магнитного поля в точке О является векторной суммой индукций \vec{B}_1 и \vec{B}_2 , создаваемых током, протекающим по круговому и прямолинейному участкам проводника. Все элементы тока создают в точке О магнитные поля, векторы индукции которых направлены в одну сторону (перпендикулярно плоскости рисунка «от нас» – правило правого винта).

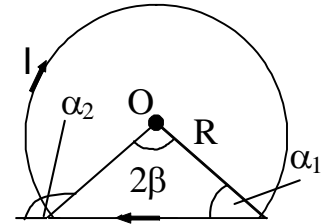


Рис. 1.7

Поэтому от векторной суммы можно перейти к алгебраической, т.е.

$$B=B_1+B_2. \quad (1)$$

Используя (1.1) и (1.4), найдем B_1 и B_2 :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{(2\pi - 2\beta)}{2\pi} = \frac{\mu_0 I}{2R\pi} (\pi - \beta), \quad (2)$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R \cos\beta} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \operatorname{tg}\beta. \quad (3)$$

Объединяя (1), (2) и (3) и подставляя числовые значения, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R\pi} (\pi - \beta + \operatorname{tg}\beta) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5,0}{2\pi \cdot 0,12} \left(3,14 - \frac{3,14}{4} + \operatorname{tg}45^\circ \right) = 28 \cdot 10^{-6} \text{ Тл.}$$

Ответ: $B = 28$ мкТл.

Пример 2. Тонкий непроводящий диск радиусом R , равномерно заряженный с одной стороны с поверхностной плотностью σ , вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω . Найти: а) индукцию магнитного поля в центре диска; б) магнитный момент диска.

Дано:
 R
 σ
 ω

$B=?$

$p_m=?$

Решение

Выделим на расстоянии r от центра диска кольцевую полоску шириной dr (рис. 1.8). На этой полоске находится заряд $dq=\sigma dS=\sigma 2\pi r dr$. Вследствие вращения данный заряд создает электрический круговой ток силой $dI=dqv=dq\omega/2\pi$. Круговой ток создает в центре диска магнитное поле с индукцией B , которая может быть вычислена как индукция на оси кругового тока при $x=0$ (1.4):

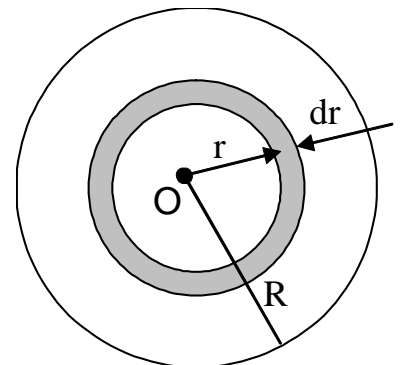


Рис. 1.8

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r}.$$

Магнитный момент тока

$$dp_m = dI \cdot S = dI \cdot \pi r^2.$$

Используя принцип суперпозиции и учитывая, что все элементарные кольцевые токи создают в центре диска магнитные поля одного направления, получим

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \int_0^R dr = \frac{\mu_0 \sigma \omega R}{2},$$

$$p_m = \int dp_m = \int \pi r^2 dI = \int_0^R \pi \sigma \omega r^3 dr = \frac{\pi \sigma \omega}{4} R^4.$$

Пример 3. По круглому однородному прямому проводу, радиус сечения которого R , течет постоянный ток плотностью \vec{j} . Найти вектор индукции магнитного поля этого тока в точке, положение которой относительно оси провода определяется радиусом-вектором \vec{r} . Магнитную проницаемость всюду считать равной единице.

Дано:

R

\vec{j}

\vec{r}

\vec{B} -?

Решение

В данной задаче величина вектора зависит только от расстояния до оси провода, а сам вектор направлен по касательной к окружности, с центром на оси провода и проходящей через данную точку. Поэтому для решения

задачи воспользуемся теоремой о циркуляции вектора \vec{B}

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I,$$

где I – сила электрического тока через поверхность контура интегрирования.

1. Выберем в качестве контура интегрирования L окружность радиусом $r \leq R$, направление обхода контура свяжем с направлением вектора \vec{j} правилом правого винта (рис. 1.9).

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint \vec{B} dl = B \int_0^{2\pi r} dl = B \cdot 2\pi r.$$

Сила тока через поверхность круга радиусом r

$$I = j \cdot \pi r^2.$$

По теореме о циркуляции

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 j \pi r^2, \quad B = \frac{1}{2} \mu_0 j r.$$

Учитывая взаимную ориентацию векторов, получим, что вектор индукции магнитного поля внутри проводника с током равен:

$$\vec{B} = \frac{1}{2} \mu_0 [\vec{j} \vec{r}].$$

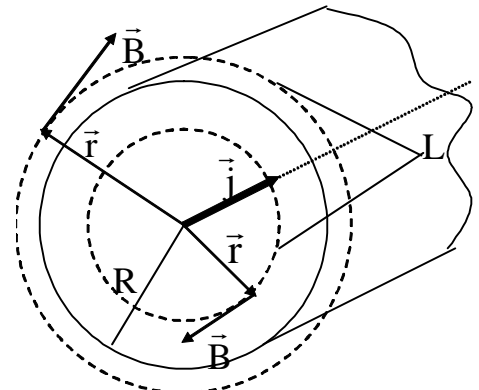


Рис. 1.9

2. При $r \geq R$ решение задачи аналогично предыдущему, за исключением того, что сила тока через поверхность контура будет постоянной и равной

$$I = j\pi R^2.$$

Тогда

$$B = \frac{\mu_0 j R^2}{2r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

и в векторном виде

$$\vec{B} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 R^2}{r^2} [j\vec{r}].$$

Пример 4. Постоянный ток $I=10$ А течет по длинному прямому проводнику круглого сечения. Найти поток вектора магнитной индукции через одну из половин осевого сечения в расчете на один метр его длины.

Дано:
 $I=10$ А
 R

Φ_m -?

Решение

Воспользуемся результатом решения предыдущей задачи при $r \leq R$.

$$\vec{B} = \frac{1}{2} \mu_0 [j\vec{r}].$$

Выберем вектор нормали к заштрихованной части сечения проводника, чтобы он совпадал с направлением индукции магнитного поля (рис. 1.10). Тогда согласно определению (1.8)

$$\Phi_m = \int_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = \int B dS.$$

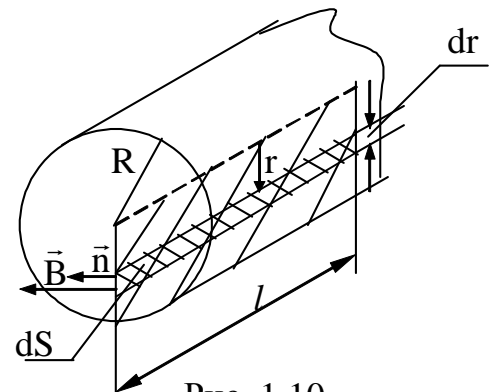


Рис. 1.10

Выделим в сечении полоску шириной dr и длиной l , находящуюся на расстоянии r от оси провода. Ввиду малости величины dr , можно считать, что величина индукции магнитного поля в пределах полоски постоянна и равна $B(r)$. Учитывая это, подставим в выражение потока $B=(1/2)\mu_0 jr$ и $dS=l dr$.

$$\Phi_m = \int_0^R \frac{1}{2} \mu_0 jr l dr = \frac{1}{4\pi} \mu_0 l \cdot I.$$

Теперь найдем магнитный поток, приходящийся на единицу длины проводника

$$\frac{\Phi_m}{l} = \frac{1}{4\pi} \mu_0 I.$$

Пример 5. Сколько ампер-витков необходимо для получения индукции магнитного поля $B=1,4$ Тл в электромагните с тороидальным железным сердечником с длиной средней линии $L=90$ см и воздушным промежутком $l_0=5$ мм. Рассеянием магнитного потока в воздушном промежутке пренебречь.

Дано:
 $B=1,4$ Тл
 $L=90$ см
 $l_0=5$ мм

$N \cdot I$ -?

Решение

Пренебрегая рассеянием магнитного потока в зазоре, можно принять, что индукция в зазоре равна индукции магнитного поля в сердечнике (1.11), т.е. $B_{n1}=B_{n2}=B$. Для расчета необходимого числа ампервитков воспользуемся теоремой о циркуляции вектора H (1.10) (т.к. имеется среда). Силовые линии магнитного поля в тороидальном сердечнике представляют собой окружности, лежащие внутри сердечника, поэтому в качестве контура интегрирования возьмем окружность L с радиусом средней линии тороида (рис. 1.11). Применение теоремы о циркуляции дает

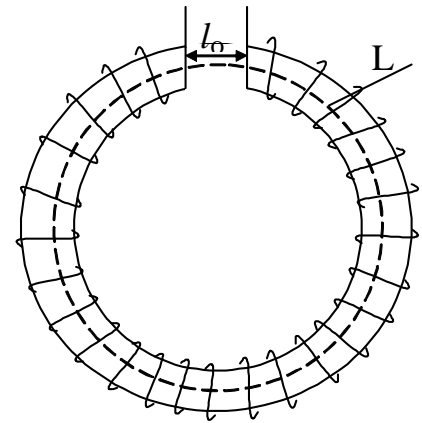


Рис. 1.11

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L H dl = H_1(l - l_0) + H_2 l_0 = \sum I_k = I \cdot N,$$

где H_1 – напряженность магнитного поля в сердечнике, H_2 – напряженность в зазоре (воздушном промежутке), I – сила тока в обмотке тороида, N – число витков обмотки, $(I \cdot N)$ – число ампер-витков.

Учитывая, что для воздуха $\mu=1$ найдем, что

$$H_2 = B / \mu_0.$$

Величину H_1 найдем по графику зависимости индукции в железе от напряженности $B=f(H)$ [Приложение 1].

$$H_1 = 1700 \text{ А/м (для } B=1,4 \text{ Тл).}$$

Теперь можно найти число ампер-витков

$$N \cdot I = 1700 \cdot 0,895 + (1,4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}) / 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cong 7100 \text{ А-витков.}$$

Задачи, рекомендуемые для аудиторных занятий

Задача 1. По проводнику, согнутому в виде квадратной рамки со стороной $a=10$ см, течет ток $I=5$ А. Определить индукцию магнитного поля в точке, равноудаленной от вершин квадрата на расстояние, равное его стороне.

Ответ: $B=1,33 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Задача 2. Катушка длиной $L=30$ см содержит $N=100$ витков. По обмотке катушки течет ток $I=5$ А. Диаметр катушки $D=20$ см. Определить индукцию в точках, лежащих на оси катушки, на расстоянии $a=10$ см от ее конца.

Ответ: $B_1=1,26 \cdot 10^{-3}$ Тл, $B_2=2,06 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Задача 3. Квадратная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводником с током $I=5$ А. Сторона рамки $a=8,0$ см. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на расстоянии, которое в $\eta=1,5$ раза больше стороны рамки. Найти поток вектора \vec{B} через поверхность рамки.

Ответ: $\Phi_m = (\mu_0 \cdot I \cdot n / 2\pi) \cdot \ln[(2\eta+1)/(2\eta-1)]$.

Задача 4. Найти магнитный момент тонкого кругового витка с током, если радиус витка $R=100$ мм и индукция магнитного поля в его центре $B=6,0$ мкТл.

Ответ: $p_m=2\pi R^3 B/\mu_0=30$ мА·м².

Задача 5. Бесконечная пластина толщиной a из изотропного магнетика помещена в перпендикулярное к ней однородное внешнее поле с индукцией $\vec{B}_0 = B_0 \vec{i}$. Магнитная проницаемость пластины изменяется линейно от значения μ_1 на левой границе до μ_2 на правой границе. Найти поток Φ_H вектора \vec{H} через воображаемую цилиндрическую поверхность с образующими, параллельными \vec{B}_0 . Основания цилиндра расположены в точках с координатами $x_1=a/2$ и $x_2=3a/2$. Площадь каждого основания равна S .

Ответ: $\Phi_H=(S \cdot B_0/\mu_0) \cdot [1-2/(\mu_1+\mu_2)]$.

Задача 6. Найти плотность тока как функцию расстояния r от оси аксиально-симметричного параллельного потока электронов, если индукция магнитного поля внутри потока зависит от r как $B = b \cdot r^\alpha$, где b и α – положительные постоянные.

Ответ: $j(r) = \frac{b}{\mu_0} (1 + \alpha) \cdot r^{\alpha-1}$.

Задача 7. Тонкое железное кольцо со средним диаметром $d=50$ см несет на себе обмотку из $N=800$ витков с током $I=3,0$ А. В кольце имеется поперечная прорезь шириной $b=2,0$ мм. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти с помощью графика основной кривой намагничивания магнитную проницаемость железа в этих условиях.

Ответ: $\mu \approx 4 \cdot 10^3$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Ток I течет по тонкому проводнику, который имеет вид правильного n -угольника, вписанного в окружность радиусом R . Найти выражение для магнитной индукции в центре данного контура и исследовать его при $n \rightarrow \infty$. Вычислить величину индукции при $I=2$ А, $R=5$ см и $n=6$.

2. Найти магнитную индукцию в центре контура, имеющего вид прямоугольника, если его диагональ $d=16$ см, угол между диагоналями $\varphi=30^\circ$ и ток в контуре $I=5,0$ А.

3. По тонкому проволочному кольцу течет ток. Не изменяя силы тока в контуре, ему придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась магнитная индукция в центре квадрата.

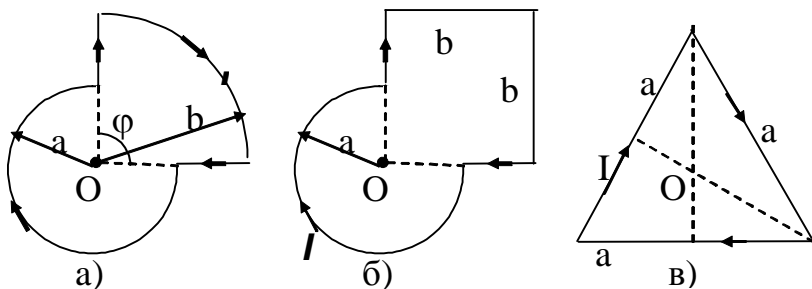


Рис. 1.12

4. Найти магнитную индукцию в т.О контура с током

$I=5,0$ А (рис. 1.12, а–в):

а) $-a=20$ см, $b=40$ см, $\varphi=90^\circ$,

б) $-a=20$ см, $b=40$ см,

в) $-a=60$ см (равносторонний треугольник, О – точка пересечения высот).

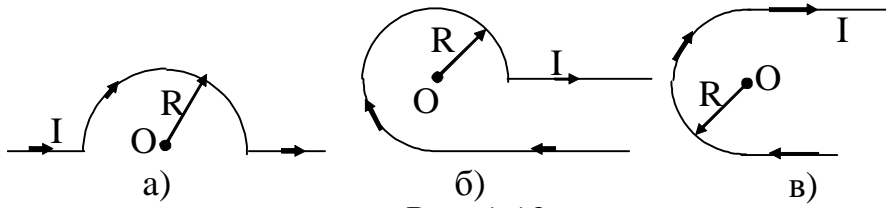


Рис. 1.13

5. Определить магнитную индукцию в т.О, если радиус изогнутой части проводника с током $I=0,8$ А равен $R=5$ см; прямые участки проводника предполагаются

очень длинными (рис. 1.13, а–в).

6. На тороид малого поперечного сечения намотано равномерно $N=2,5 \cdot 10^3$ витков провода, по которому течет ток. Найти отношение η магнитной индукции внутри тороида к магнитной индукции в центре тороида.

7. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка $R=2$ см, токи в витках $I_1=5$ А и $I_2=10$ А. Найти магнитную индукцию в центре витков.

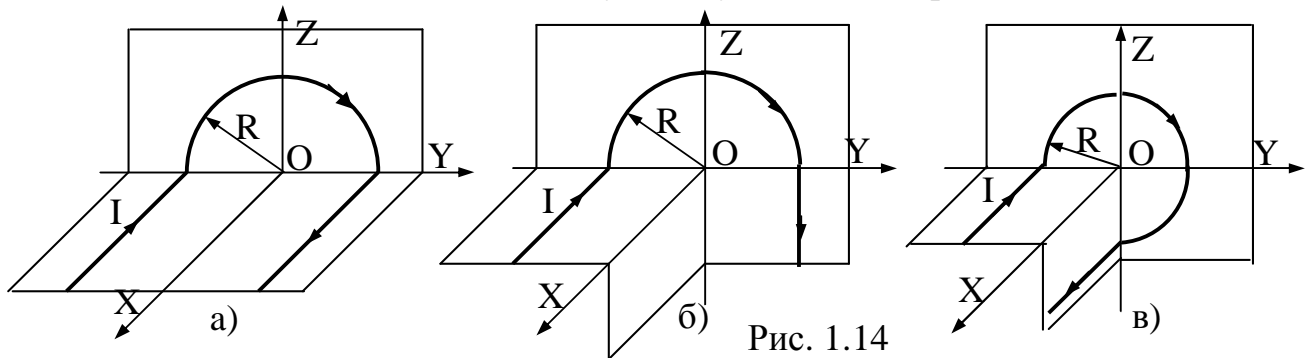


Рис. 1.14

8. Найти магнитную индукцию в т.О, если проводник с током $I=8$ А имеет вид, показанный на рис. 1.14, а–в. Радиус изогнутой части проводника $R=100$ мм.

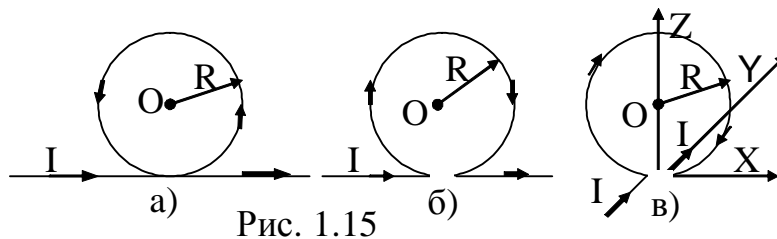


Рис. 1.15

9. Найти магнитную индукцию в т. О, если проводник с током $I=10$ А имеет вид, показанный на рис. 1.15, а–в. Радиус изогнутой части проводника $R=0,2$ м, прямые участки проводника очень длинные.

10. Две плоские катушки $R=5$ см каждая расположены в параллельных плоскостях на расстоянии $d=10$ см друг от друга. Число витков каждой катушки $N=20$, по ним протекают токи $I_1=I_2=2$ А. Найти:

а) распределение магнитной индукции вдоль оси системы (между катушками) и построить график $B(x)$, x меняется от 0 до 10 см с шагом 2 см;

б) значение силы тока в катушках, при котором в центре системы будет скомпенсирована горизонтальная составляющая магнитного поля Земли, равная $2 \cdot 10^{-5}$ Тл.

11. Два бесконечно длинных прямых проводника скрещены под прямым углом. По проводникам текут токи $I_1=80$ А и $I_2=60$ А. Расстояние между проводниками $d=20$ см. Чему равна магнитная индукция (рис. 1.16):

- а) в точке А;
- б) в точке В;
- с) в точке С.

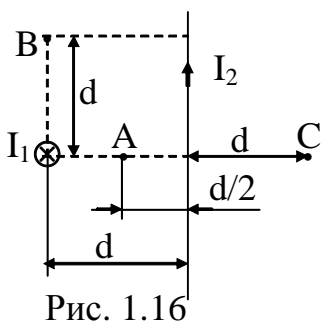


Рис. 1.16

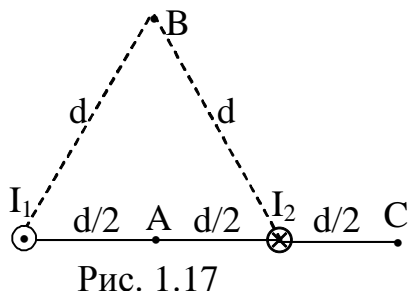


Рис. 1.17

$I_1=100$ А и $I_2=50$ А в противоположных направлениях. Расстояние между проводниками $d=20$ см. Определить магнитную индукцию (рис. 1.17):

- а) в точке А; б) в точке В; с) в точке С.

13. Длинный проводник с током $I=5,0$ А изогнут под прямым углом. Найти:

- а) магнитную индукцию в точке, которая отстоит от плоскости проводника на $h=35$ см и находится на перпендикуляре к проводникам, проходящем через точку изгиба;
- б) магнитную индукцию в точке, лежащей на биссектрисе угла и отстоящей от вершины на $l=14$ см (внутри угла);
- в) магнитную индукцию в точке, лежащей на биссектрисе угла и отстоящей от вершины на $l=14$ см (вне угла).

14. На рис. 1.18 изображены сечения трех прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояния $AB=BC=5$ см, токи $I_1=I_2=10$ А и $I_3=20$ А. Найти:

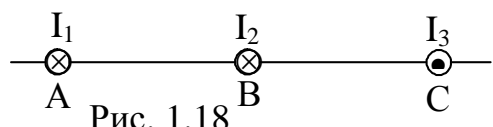


Рис. 1.18

а) точку на прямой АС, в которой магнитная индукция поля, созданного токами I_1, I_2, I_3 , равна нулю;

б) точку на прямой АС, в которой магнитная индукция поля, созданного токами, равна нулю, если токи текут в одном направлении.

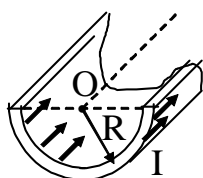


Рис. 1.19

15. Ток $I=6,28$ А течет по длинному проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиусом $R=20$ см (рис. 1.19). Найти величину и направление магнитной индукции в точке О.

16. Тонкий провод (с изоляцией) образует плоскую спираль из $N=100$ плотно расположенных витков, по которым течет ток $I=8$ мА. Радиусы внутреннего и внешнего витков равны $a=50$ мм $b=100$ мм. Найти:

- а) магнитную индукцию в центре спирали; б) магнитный момент спирали.

17. Тонкая лента шириной $l=40$ см свернута в трубку радиусом $R=30$ см. По ленте течет равномерно распределенный по ширине ленты ток $I=200$ А. Определить магнитную индукцию поля на оси трубки:

а) в средней точке; б) на расстоянии 10 см от средней точки; в) на расстоянии 20 см от средней точки.

18. Постоянный ток протекает по длинному прямому проводнику круглого сечения. Радиус провода $R=5$ мм. Плотность тока в проводе изменяется по закону $j=j_0 \cdot (r/R)$, $j_0=1 \cdot 10^6$ А/м². Найти индукцию магнитного поля этого тока как функцию расстояния от оси провода, построить график $B(r)$. Вычислить магнитную индукцию:

- а) на расстоянии $r=R/2$;
 б) на расстоянии $r=2R$.

19. По тонкому стержню длиной $l=20$ см равномерно распределен заряд $q=2,4 \cdot 10^{-7}$ Кл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega=10$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей на расстоянии 10 см от его ближайшего конца (вне стержня). Определить:

- а) магнитную индукцию на оси в плоскости вращения;
 б) магнитный момент, обусловленный вращением стержня.

20. Однородный ток плотности j течет внутри неограниченной пластины толщиной $2d$ параллельно ее поверхности. Найти магнитную индукцию как функцию расстояния x от средней плоскости пластины. Магнитная проницаемость всюду равна единице. Построить график $B=f(x)$.

21. Постоянный ток течет по длинному прямому проводнику круглого сечения. Радиус провода $R=5$ мм. Плотность тока изменяется по сечению проводника по закону $j=j_0(1-r/R)$, $j_0=2 \cdot 10^6$ А/м². Найти поток вектора магнитной индукции через одну из половин осевого сечения в расчете на один метр его длины.

22. По проводнику в виде тонкостенной трубы радиусом R течет параллельно оси трубы ток силой I . Найти магнитную индукцию как функцию расстояния r от оси трубы (внутри трубы и вне нее). Магнитная проницаемость всюду равна единице. Построить график $B=f(r)$.

23. В одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток $I=50$ А, расположена прямоугольная рамка, так что две ее большие стороны длиной $l=65$ см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Каков магнитный поток Φ , пронизывающий рамку?

24. Тороид квадратного сечения содержит $N=1000$ витков. Наружный диаметр тороида $D=40$ см, внутренний $d=20$ см. Найти магнитный поток в тороиде, если сила тока, протекающего по обмотке, $I=10$ А.

25. Найти магнитный поток через поперечное сечение тороида, если ток в обмотке $I=1,7$ А, полное число витков $N=1000$. Отношение внешнего диаметра к внутреннему $\eta=1,6$ и толщина $h=5$ см. Сердечник тороида прямоугольного сечения, магнитная проницаемость $\mu=20$.

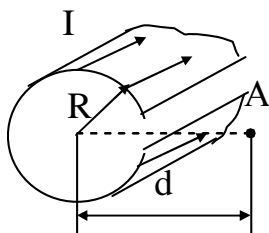


Рис. 1.20

26. Ток $I=10$ А течет вдоль длинной тонкостенной трубы радиуса $R=2$ см, имеющей по всей длине продольную прорезь шириной $b=2$ мм. Найти магнитную индукцию:

- а) внутри трубы;
 б) в точке А на расстоянии $d=2R$ (рис. 1.20).

27. Определить индукцию магнитного поля тока, равномерно распределенного по бесконечной плоскости с линейной плотностью $\vec{i} = 10 \text{ А/см}$.

28. Постоянный ток течет по длинному прямому проводнику круглого сечения. Радиус провода $R=5 \text{ мм}$. Плотность тока изменяется по сечению проводника по закону $j=j_0 r/R$, $j_0=2 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$. Найти поток вектора магнитной индукции через одну из половин осевого сечения в расчете на один метр его длины.

29. Определить индукцию магнитного поля тока, равномерно распределенного по двум бесконечным параллельным плоскостям с линейными плотностями $\vec{i} = 10 \text{ А/см}$ и $-\vec{i} = 10 \text{ А/см}$.

30. Длинный равномерно заряженный по объему цилиндр радиусом $R=10 \text{ см}$ приведен во вращение вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega=200 \text{ с}^{-1}$. Объемная плотность заряда $\rho=10^{-4} \text{ Кл/м}^3$. Найти магнитную индукцию на оси цилиндра. Магнитную проницаемость всюду считать равной единице.

31. По длинному прямому проводнику в виде полой толстостенной трубки течет ток $I=80 \text{ А}$. Внутренний и внешний радиусы равны соответственно $R_1=1 \text{ см}$ и $R_2=2 \text{ см}$. Найти индукцию магнитного поля этого тока как функцию расстояния r от оси проводника. Магнитную проницаемость всюду считать равной единице. Построить график $B(r)$ для $0 \leq r \leq 5 \text{ см}$.

32. Внутри длинного однородного прямого провода круглого сечения имеется круглая длинная цилиндрическая полость, ось которой параллельна оси провода и смещена относительно последней на расстояние \vec{l} . По проводу течет постоянный ток плотности \vec{j} . Найти индукцию магнитного поля внутри полости.

33. По объему однородного шара массы m и радиуса R равномерно распределен заряд q . Шар приводится во вращение вокруг своей оси с угловой скоростью ω . Найти возникающий в результате вращения магнитный момент m_m .

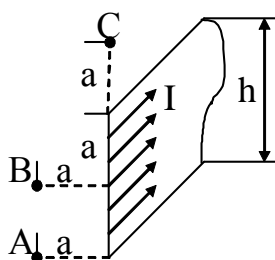


Рис. 1.21

34. По прямому проводнику (рис. 1.21) в виде тонкой ленты шириной $h=10 \text{ см}$ течет ток $I=32 \text{ А}$. Найти величину и направление индукции магнитного поля:

- а) в точке А ($a=5 \text{ см}$);
 б) в точке В ($a=5 \text{ см}$);
 в) в точке С ($a=5 \text{ см}$).

35. Постоянный ток протекает по длинному прямому проводнику круглого сечения. Радиус провода $R=5 \text{ мм}$. Плотность тока в проводе изменяется по закону $j=j_0 \cdot (1-r/R)$, $j_0=1 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$. Найти индукцию магнитного поля этого тока как функцию расстояния от оси провода, построить график $B(r)$. Вычислить магнитную индукцию:

- а) на расстоянии $r=R/2$;
 б) на расстоянии $r=2R$.

36. Длинный прямой медный провод радиусом $R=5$ мм расположен по оси железной толстостенной трубы. Внутренний и внешний радиусы равны $R_1=10$ мм и $R_2=15$ мм соответственно. По медному проводу течет ток силой $I=80$ А. Найти магнитную индукцию как функцию расстояния r от оси системы. Построить график $B=f(r)$.

37. Через центр железного кольца перпендикулярно его плоскости проходит длинный прямой провод, по которому течет ток $I=25$ А. Кольцо прямоугольного сечения с внутренним радиусом $R_1=18$ мм, внешним $R_2=22$ мм и толщиной $h=5$ мм. Считая приближенно, что в любой точке сечения кольца индукция одинакова и равна индукции на средней линии кольца, найти магнитный поток Φ , пронизывающий площадь сечения кольца.

38. Через центр железного кольца перпендикулярно его плоскости проходит длинный прямой провод, по которому течет ток $I=25$ А. Кольцо прямоугольного сечения с внутренним радиусом $R_1=16$ мм, внешним $R_2=24$ мм и толщиной $h=5$ мм. Считая приближенно, что в любой точке сечения кольца магнитная проницаемость одинакова и соответствует значению напряженности на средней линии кольца, найти магнитный поток Φ , пронизывающий площадь сечения кольца.

39. Замкнутый железный сердечник длиной $L=50$ см имеет обмотку из $N=1000$ витков. По обмотке течет ток $I_1=1$ А. Какой ток I_2 надо пропустить через обмотку, чтобы при удалении сердечника индукция внутри обмотки осталась прежней?

40. Сколько ампер-витков потребуется для создания магнитного потока $\Phi=0,42$ мВб в соленоиде с железным сердечником длиной $l=120$ см и площадью поперечного сечения $S=3$ см²?

41. Длина железного сердечника тороида $l_1=2,5$ м, длина поперечного воздушного зазора $l_2=1$ см. Число витков в обмотке тороида $N=1000$. При токе $I=20$ А индукция магнитного поля в зазоре $B=1,6$ Тл. Найти магнитную проницаемость железного сердечника при этих условиях. (Зависимость B от H для железа неизвестна.)

42. Найти магнитную индукцию B в замкнутом железном сердечнике тороида длиной $l=20,9$ см, если число ампер-витков обмотки тороида $IN=1500$ А·в. Какова магнитная проницаемость μ материала сердечника при этих условиях?

43. Железное кольцо диаметром $D=11,4$ см имеет обмотку из $N=200$ витков, по которой течет ток $I_1=15$ А. Какой ток I_2 должен проходить по обмотке, чтобы индукция в сердечнике осталась прежней, если в кольце сделать зазор шириной $b=1$ мм? Найти магнитную проницаемость материала сердечника при этих условиях.

44. Магнитная индукция в вакууме вблизи плоской границы магнетика равна B , и вектор \vec{B} составляет угол ϑ с нормалью \vec{n} к поверхности (рис. 1.22). Магнитная проницаемость магнетика равна μ . Найти:

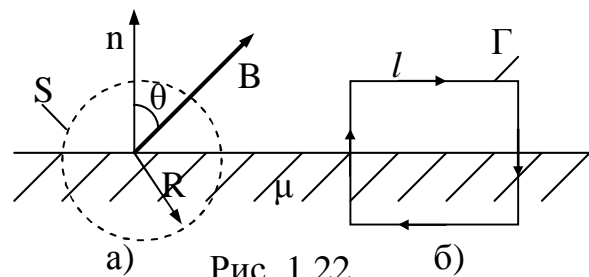


Рис. 1.22

а) поток вектора \vec{H} через поверхность сферы S радиусом R , центр которой лежит на поверхности магнетика (рис. 1.22, а);

- б) циркуляцию вектора \vec{B} по квадратному контуру Γ со стороной l (рис. 1.22, б);
в) определить величину и направление вектора \vec{B} в магнетике.

Вычислить все величины для следующих значений: $B=0,01$ Тл, $\vartheta=60^\circ$, $\mu=10$, $R=10$ см, $l=10$ см.

45. Постоянный магнит (железо) имеет вид кольца с узким зазором между полюсами. Средний диаметр кольца $d=20$ см. Ширина зазора $b=2,0$ мм. Магнитная индукция в зазоре $B=40$ мТл. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти:

- а) модуль вектора напряженности магнитного поля внутри магнита,
б) модуль вектора намагниченности \vec{J} .

46. На железном сердечнике в виде тора со средним радиусом сердечника $R=250$ мм имеется обмотка с общим числом витков $N=1000$. В сердечнике сделана прорезь шириной $b=1,0$ мм. При токе $I=0,85$ А через обмотку магнитная индукция в зазоре $B=0,75$ Тл. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти:

- а) напряженность магнитного поля в сердечнике;
б) величину вектора намагниченности в сердечнике;
в) магнитную проницаемость железа в этих условиях.

47. Тонкое железное кольцо со средним диаметром $d=50$ см несет на себе обмотку из $N=800$ витков с током $I=3,0$ А. В кольце имеется поперечная прорезь шириной $b=2,0$ мм. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти с помощью графика магнитную проницаемость железа в этих условиях.

48. Железный сердечник длиной $l_1=50,2$ см с поперечным воздушным зазором шириной $l_2=0,1$ см имеет обмотку из $N=20$ витков. Какой ток I должен протекать по этой обмотке, чтобы в зазоре получить магнитную индукцию $B=1,2$ Тл?

49. Между полюсами электромагнита требуется создать магнитное поле с индукцией $B=1,4$ Тл. Длина железного сердечника $l_1=40$ см, длина межполюсного пространства $l_2=1$ см, диаметр сердечника $D=5$ см. Какое напряжение нужно подать на обмотку электромагнита, чтобы получить требуемое магнитное поле, используя медную проволоку площадью поперечного сечения $S=1$ мм²? Какая при этом будет наименьшая толщина b катушки, если считать, что предельно допустимая плотность тока $j=3$ МА/м²?

50. Торoid с железным сердечником, длина которого по средней линии $l=1$ м, имеет воздушный поперечный зазор шириной l_2 . По обмотке тороида, содержащей $N=1300$ витков, пустили ток $I=2$ А, в результате чего индукция в зазоре B_2 стала равна 1 Тл. Определить ширину зазора l_2 .

51. Внутри соленоида длиной $l=25,1$ см и диаметром $D=2$ см помещён железный сердечник. Соленоид имеет $N=200$ витков. Определить магнитный поток Φ , если ток в соленоиде $I=5$ А.

52. Торoid намотан на железное кольцо сечением $S=5$ см². При силе тока $I=1$ А магнитный поток через поперечное сечение кольца $\Phi=250$ мкВб. Определить число витков тороида, приходящихся на отрезок длиной 1 см средней линии кольца.

53. Внутри соленоида с числом витков $N=200$ с никелевым сердечником ($\mu=200$) напряженность однородного магнитного поля $H=10$ кА/м. Площадь поперечного сечения сердечника $S=10$ см². Определить: 1) магнитную индукцию поля внутри соленоида; 2) потокосцепление.

54. Тороид с железным сердечником, длина которого по средней линии $l=1$ м, имеет воздушный зазор $l_2=3$ мм. По обмотке тороида, содержащей $N=1300$ витков, пустили ток, в результате чего индукция в зазоре B_2 стала равна 1 Тл. Определить силу тока.

55. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности однородного изотропного магнетика равна B , причем вектор магнитной индукции составляет угол α с нормалью к поверхности. Магнитная проницаемость магнетика равна μ . Найти модуль вектора индукции B' магнитного поля в магнетике вблизи поверхности.

56. Прямой бесконечно длинный проводник с током лежит в плоскости раздела двух непроводящих сред с магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2 . Найти модуль магнитной индукции во всем пространстве в зависимости от расстояния r от провода. Иметь в виду, что линии вектора магнитной индукции являются окружностями с центром на оси проводника.

57. Тороидальный сердечник составлен из двух половинок, сделанных из различных ферромагнитных материалов с магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2 (рис. 1.23). Общая длина сердечников, включая два зазора размером l каждый, равна L . По обмотке сердечника, имеющей N витков, течет ток I . Определить магнитную индукцию в зазоре.

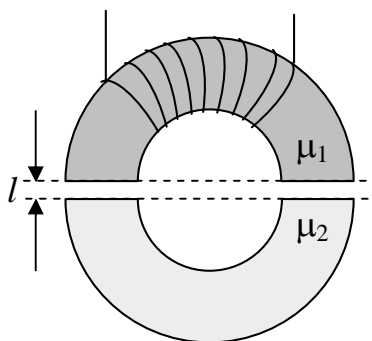


Рис. 1.23

58. Требуется построить электромагнит, который создает в зазоре магнитное поле с индукцией $B=1$ Тл. Длина железного сердечника $l=140$ см, ширина воздушного зазора $d=1$ см, диаметр сердечника $D=6$ см. Какое наименьшее число витков N должна иметь обмотка, если используется медный провод площадью сечения

$S=1$ мм², по которому можно пропустить ток, не превышающий $I=3$ А? Определить напряжение U , которое нужно подать на обмотку для получения максимального поля. Принять магнитную проницаемость железа $\mu=10^3$.

59. Замкнутый тороид с железным сердечником имеет $N=400$ витков из тонкого провода, намотанных в один слой. Средний диаметр тороида $d=25$ см. Определить напряженность и индукцию магнитного поля внутри тороида, магнитную проницаемость μ железа, а также намагниченность J при значениях силы тока в обмотке $I_1=0,5$ А и $I_2=5$ А.

60. Обмотка тороида, имеющего стальной сердечник с вакуумным поперечным зазором длиной $l=3$ мм, содержит $n=1000$ вит./м. Средний диаметр тороида $d=30$ см. При какой силе тока I в обмотке магнитная индукция в зазоре равна 1 Тл?

61. Постоянный магнит имеет форму тонкого диска, намагниченного вдоль его оси. Радиус диска $R=1,0$ см, толщина $h=1$ мм. Оценить значение молекулярного тока

I' , текущего по ободу диска, и намагниченность J материала диска (считая ее однородной), если магнитная индукция на оси диска в точке, отстоящей на $x=10$ см от его центра, составляет $B=30$ мкТл.

62. В установке (рис. 1.24) измеряют с помощью весов силу, с которой парамагнитный шарик объема $V=41$ мм³ притягивается к полюсу электромагнита M . Индукция магнитного поля на оси полюсного наконечника зависит от высоты x как $B=B_0 \exp(-ax^2)$, где $B_0=1,50$ Тл, $a=100$ м⁻². Найти магнитную восприимчивость парамагнетика, если максимальная сила притяжения $F_{\text{макс}}=160$ мкН. Считать намагниченность сферического образца однородной.

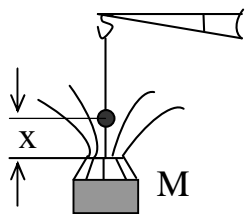


Рис. 1.24

63. Тороидальный чугунный сердечник со средним диаметром $d=50$ см несет на себе обмотку из $N=800$ витков. В сердечнике имеется поперечная прорезь шириной $b=2,0$ мм. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти силу тока в обмотке, при которой магнитная индукция в зазоре $B=1$ Тл. Определить сечение медного провода обмотки, учитывая, что предельная плотность тока $j_{\text{пред}}=5$ А/мм².

Тема № 2. Силы магнитного поля. Работа сил магнитного поля

Краткие теоретические сведения для решения задач

2.1. Действие магнитного поля на токи, магнитные моменты

На проводники с током, находящиеся в магнитном поле, действуют силы, называемые силами Ампера. Сила Ампера, приложенная к малому элементу проводника с током I (рис. 2.1), равна арифметической сумме сил Лоренца, которые действуют на движущиеся в проводнике носители заряда.

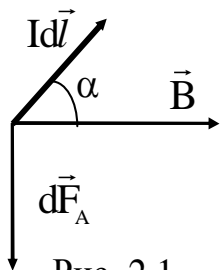


Рис. 2.1

$$d\vec{F}_A = [q\vec{v}\vec{B}]dn = [\vec{j}\vec{B}]Sdl = [Id\vec{l}\vec{B}], \quad dF_A = IdlB \sin\alpha, \quad (2.1)$$

где dn – количество носителей заряда в элементе проводника длиной dl и сечением S , \vec{j} – плотность тока в проводнике, I – сила тока в проводнике, $Id\vec{l}$ – линейный элемент тока, α – угол между векторами $Id\vec{l}$ и \vec{B} .

Сила Ампера, действующая в магнитном поле на проводник конечной длины,

$$\vec{F}_A = \int I[d\vec{l}, \vec{B}], \quad F_A = \int IdlB \sin\alpha. \quad (2.2)$$

В частности, если поле однородно, а проводник прямолинейный, то

$$F = IBl \sin\alpha. \quad (2.3)$$

Расчет силы Ампера, действующей на участок длиной l бесконечно длинного проводника с током I_2 со стороны длинного прямолинейного проводника с током I_1 , расположенного параллельно данному проводнику, дает величину:

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2 l}{d}, \quad (2.4)$$

где d – расстояние между проводниками, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

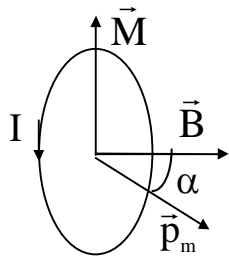


Рис. 2.2

На малый замкнутый контур с током (магнитный момент) в однородном магнитном поле действует вращающий момент сил \vec{M} (рис. 2.2)

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \quad M = p_m B \sin \alpha, \quad (2.5)$$

где \vec{p}_m – магнитный момент контура с током, а α – угол между векторами магнитного момента и магнитной индукции.

Момент сил стремится установить магнитный момент по направлению магнитной индукции \vec{B} в положение устойчивого равновесия. Если внешние силы увеличивают угол α , то они совершают работу против сил магнитного поля и тем самым увеличивают энергию контура, которую можно вычислить следующим способом

$$dW_m = \delta A_{\text{внеш.}}, \quad W_m = \int M d\alpha = \int p_m B \sin \alpha d\alpha = -p_m B \cos \alpha = -(\vec{p}_m \cdot \vec{B}). \quad (2.6)$$

В неоднородном магнитном поле на магнитный момент дополнительно действует отличная от нуля сила, сообщающая ему поступательное движение

$$\vec{F} = p_m \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial n}, \quad (2.7)$$

где $\frac{\partial \vec{B}}{\partial n}$ – производная вектора магнитной индукции по направлению магнитного момента.

2.2. Действие магнитного поля на заряженные частицы

На частицу с электрическим зарядом q , движущуюся в магнитном поле со скоростью \vec{v} , направленной произвольным образом по отношению к вектору магнитной индукции \vec{B} , действует **сила Лоренца**

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

В скалярном виде величина силы Лоренца может быть представлена формулой:

$$F_L = qvB \sin \alpha, \quad (2.8)$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} (рис. 1.1).

Сила Лоренца влияет на направление вектора скорости и сообщает частице нормальное ускорение.

Радиус окружности R (рис. 2.3), по которой движется частица, можно найти из соотношения:

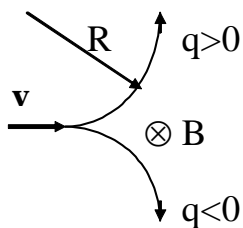


Рис. 2.3

$$R = \frac{m\vec{v}}{|q|B}, \quad \text{если } \vec{v} \perp \vec{B}. \quad (2.9)$$

Период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi m}{|q|B}. \quad (2.10)$$

Если вектор скорости \vec{v} заряженной частицы составляет угол α с направлением вектора \vec{B} однородного магнитного поля, то частица движется по

винтовой линии, навивающейся на линию магнитной индукции поля. Радиус R и шаг h винтовой линии (при $v \ll c$):

$$R = mv \sin \alpha / (|q|B), \quad (2.11)$$

$$h = 2\pi mv \cos \alpha / (B|q|). \quad (2.12)$$

2.3. Работа сил магнитного поля

Элементарная работа δA , совершаемая силой Ампера $d\vec{F}_A$ при малом перемещении $d\vec{r}$ в магнитном поле элемента тока $I d\vec{l}$

$$\delta A = d\vec{F}_A \cdot d\vec{r} = d\vec{r} [I d\vec{l} \vec{B}] = I \vec{B} [d\vec{r} d\vec{l}] = I (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = I d\Phi_m, \quad (2.13)$$

где $d\Phi_m$ – магнитный поток сквозь поверхность, которую прочерчивает элемент проводника при его перемещении.

Работа перемещения проводника с током в постоянном магнитном поле

$$A = I \cdot \Phi_m, \quad (2.14)$$

где Φ_m – магнитный поток сквозь поверхность, которую прочерчивает весь проводник при его полном перемещении.

Работа при перемещении в магнитном поле замкнутого контура с постоянным током I из положения 1 в положение 2

$$A_{12} = I (\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) = I \Delta \Phi_m, \quad (2.15)$$

где Φ_{m1} и Φ_{m2} – магнитные потоки через поверхность контура с током в начальном и конечном положениях.

Если в магнитном поле перемещается катушка, имеющая N витков, то работа может быть определена

$$A_{12} = I \Delta \Psi_{12} = IN \Delta \Phi_{m12},$$

где $\Delta \Psi_{12}$ – изменение **потокосцепления** контура при его перемещении.

Все приведенные соотношения справедливы, если значения сил токов в проводниках поддерживаются неизменными при любых перемещениях.

Примеры решения задач

Пример 1. Проводник в виде тонкого полукольца радиусом $0,1$ м находится в однородном магнитном поле с индукцией $0,05$ Тл. По проводнику течёт ток 10 А. Найти силу, действующую на проводник, если плоскость полукольца перпендикулярна линиям индукции.

Дано:
 $R = 0,1$ м
 $B = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл
 $I = 10$ А

$F = ?$

Решение

Разобьем проводник на элементы тока $I dl$ (рис. 2.4). Положение элемента тока на окружности будет определяться углом α , причем $dl = R \cdot d\alpha$. Со

стороны магнитного поля на элемент тока действует сила Ампера (2.1)

$$dF = Idl B \sin \beta, \quad (1)$$

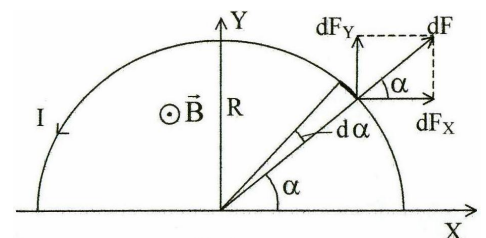


Рис. 2.4

где β – угол между элементом тока и магнитной индукцией, $\beta=90^\circ$.

Разложим силу dF на две составляющие силы dF_y и dF_x :

$$dF_x = dF \cos \alpha, \quad dF_y = dF \sin \alpha.$$

Заметим, что ввиду симметрии полукольца относительно оси Y проекция F_x будет равна нулю. Результирующая сила по оси Y будет отлична от нуля

$$F = F_y = \int dF_y = \int dF \sin \alpha. \quad (2)$$

Подставим (1) в (2) и после интегрирования получим

$$F = IBR \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = IBR (-\cos \alpha)_0^\pi = 2 \cdot IBR.$$

Подставим числовые значения:

$$F = 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,1 = 0,1 \text{ Н.}$$

Пример 2. Небольшая катушка с током, имеющая магнитный момент $2 \text{ А} \cdot \text{м}^2$, находится на оси кругового витка радиусом 20 см , по которому идёт ток 10 А . Найти модуль силы, действующей на катушку, если её расстояние от центра витка равно 10 см . Вектор магнитного момента параллелен оси витка.

Решение

Дано:

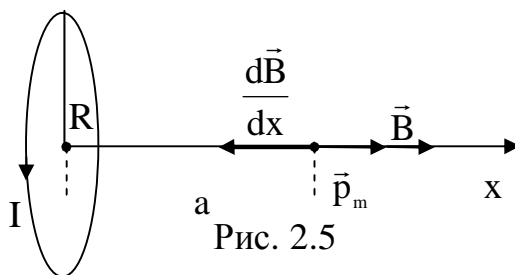
$$p_m = 2 \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

$$R = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$I = 10 \text{ А}$$

$$a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$F = ?$



Магнитное поле кругового витка является неоднородным. В таком поле на катушку будет действовать сила (2.7)

$$\vec{F} = p_m \cdot \frac{d\vec{B}}{dn}, \quad (1)$$

где $\frac{d\vec{B}}{dn}$ – производная магнитной индукции по направлению магнитного момента.

Направим ось X вдоль оси витка (рис. 2.5) и спроецируем выражение (1) на эту ось.

$$F_x = p_{mx} \cdot \frac{dB}{dx}. \quad (2)$$

Индукция магнитного поля на оси кругового тока (1.3)

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (3)$$

Возьмём производную от выражения (3) по переменной x :

$$\frac{dB}{dx} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot I \cdot R^2 \cdot x \cdot 2}{(R^2 + x^2)^{5/2}}.$$

Окончательно для силы F_x имеем при $x = a$

$$F_x = -\frac{3 \cdot \mu_0 \cdot I \cdot R^2 \cdot p_m \cdot a}{(R^2 + a^2)^{5/2}}.$$

Знак минус означает, что катушка будет втягиваться в область сильного поля.

Подставим числовые значения:

$$F = -\frac{3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 0,2^2 \cdot 2 \cdot 0,1}{(0,2^2 + 0,1^2)^{5/2}} = -5,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = -0,54 \text{ мН}.$$

Пример 3. Протон движется в магнитном поле с индукцией 10^{-2} Тл по винтовой линии радиусом 2 см и шагом 5 см (рис. 2.6). Определить величину скорости протона и угол её наклона к линиям индукции.

Дано:

$$R = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$B = 10^{-2} \text{ Тл}$$

$$q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$h = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$v - ? \quad \alpha - ?$$

Решение

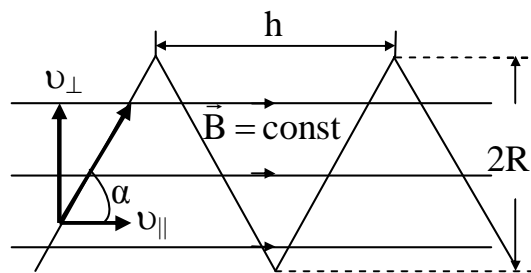


Рис. 2.6

Заряженная частица движется в магнитном поле по винтовой линии, если она в него влетает под углом α к линиям индукции.

Разложим скорость \vec{v} на две составляющие v_{\perp} и v_{\parallel}

$$v_{\parallel} = v \cdot \cos \alpha, \quad (1)$$

$$v_{\perp} = v \cdot \sin \alpha. \quad (2)$$

Радиус и шаг винтовой линии (2.11, 2.12) определяются величинами v_{\perp} и v_{\parallel} соответственно.

$$R = \frac{m v_{\perp}}{q B}, \quad h = v_{\parallel} T, \quad T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}.$$

Поделим (2) на (1) и из выражений для T и h найдем отношение составляющих скорости

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} = \frac{2\pi R}{h}.$$

Из последнего выражения определим угол наклона скорости v к оси X :

$$\operatorname{tg} \alpha = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-2} / 5 \cdot 10^{-2} = 2,512, \quad \alpha = 68^{\circ}.$$

Скорость найдем как $v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}$

$$v = \frac{qB}{m} \sqrt{R^2 + (h/2\pi)^2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2}}{1,67 \cdot 10^{-27}} \sqrt{4 \cdot 10^{-4} + (5 \cdot 10^{-2} / 6,28)^2} = 2,06 \cdot 10^4 \text{ м/с.}$$

Пример 4. Квадратная рамка с током $I = 1 \text{ А}$ расположена в одной плоскости с длинным прямым проводником, по которому течёт ток $I_0 = 5 \text{ А}$ (рис. 2.7). Сторона рамки $a = 10 \text{ см}$. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на расстоянии, которое в $\eta = 1,5$ раза больше стороны рамки. Найти силу, действующую на рамку, и работу, которую нужно совершить для поворота рамки вокруг её оси на 180° , если токи поддерживают неизменными.

Решение

Дано:

$$I = 1 \text{ А}$$

$$I_0 = 5 \text{ А}$$

$$a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$\eta = 1,5$$

$$F - ? \text{ А} - ?$$

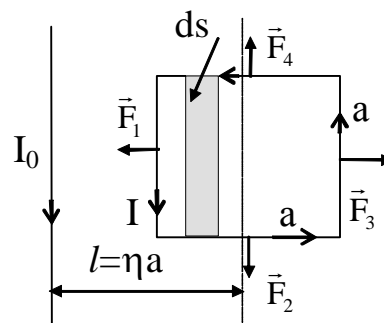


Рис. 2.7

1) Сила, действующая на рамку:

Прямой длинный проводник с током I_0 создаёт вокруг себя неоднородное магнитное поле с индукцией $B_0 = \mu_0 I_0 / 2\pi r$. На каждую сторону квадратной рамки с током I будет действовать сила Ампера, направление которой можно определить по правилу левой руки.

Как видно из рисунка (при указанных направлениях тока в проводниках), $l = a$, $\alpha = 90^\circ$ ($\sin \alpha = 1$), силы \vec{F}_2 и \vec{F}_4 противоположны по направлению и равны по величине

$$F_2 = F_4 = \int_a^{2a} I \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi} \ln 2.$$

Следовательно, результирующая этих двух сил равна нулю.

Силы \vec{F}_1 и \vec{F}_3 противоположны по направлению, но не равны по величине

$$F_1 = I \mu_0 I_0 a / (2\pi a) = \mu_0 I_0 I / (2\pi).$$

$$F_3 = I \mu_0 I a / (2\pi 2a) = \mu_0 I_0 I / (4\pi).$$

Так как сила F_1 в два раза больше силы F_3 , то результирующая этих сил будет совпадать по направлению с силой F_1 , а по величине равна:

$$F = F_1 - F_3 = \mu_0 I_0 I / (2\pi) - \mu_0 I_0 I / (4\pi) = \mu_0 I_0 I / (4\pi).$$

Подставим числовые значения

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 5}{4\pi} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Н} = 0,5 \text{ мкН.}$$

2) Работа, совершаемая силами магнитного поля при повороте рамки с током I на 180° :

$$A = I \cdot \Delta\Phi = I \cdot (\Phi_{m2} - \Phi_{m1}),$$

где Φ_{m1} и Φ_{m2} – магнитные потоки, пронизывающие рамку в начальном и конечном положениях. Так как магнитное поле проводника с током I_0 неоднородное, сначала определим магнитный поток через элементарную площадку $dS = a \cdot dr$, в пределах которой индукцию магнитного поля можно считать постоянной величиной

$$d\Phi_m = B dS \cos \alpha,$$

где α – угол между направлением положительной нормали к рамке и вектором индукции \vec{B} , причем направление положительной нормали совпадает с направлением магнитного момента контура \vec{p}_m .

Полный магнитный поток сквозь рамку в начальном и конечном состояниях будет равен

$$\Phi_{m1} = \int d\Phi_m = \int_S B_0 \cos \alpha_1 dS = \int_a^{2a} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \cos \alpha_1 a dr = \frac{\mu_0 I_0 a \cos \alpha_1}{2\pi} \int_a^{2a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} (\ln 2) \cos \alpha_1.$$

$$\Phi_{m2} = \int_{(S)} d\Phi = \int_{(S)} B_0 \cos \alpha_2 dS = \frac{\mu_0 a I_0}{2\pi} (\ln 2) \cos \alpha_2.$$

Так как в начальном положении $\alpha_1 = 0^\circ$, а в конечном $\alpha_2 = 180^\circ$, то:

$$\Delta\Phi_m = \Phi_{m2} - \Phi_{m1} = \mu_0 a I_0 (\ln 2) [-1 - 1] / (2\pi) = -\mu_0 a I_0 (\ln 2) / \pi,$$

и работа будет равна:

$$A = I \Delta\Phi = -\mu_0 a I_0 I (\ln 2) / \pi.$$

Подставим числовые значения:

$$A = -\frac{4\pi \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 0,69 \cdot 10^{-7}}{\pi} \approx -1,4 \cdot 10^{-7} \text{ Дж} = -0,14 \text{ мкДж.}$$

Знак ” – “ свидетельствует о том, что работа при повороте рамки совершается внешними силами.

Задачи для аудиторных занятий

1. По прямому горизонтальному проводнику пропускают ток 10 А. Под проводником на расстоянии 1,5 см находится параллельный ему алюминиевый провод с током 1,5 А. Определить, какова должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия 2700 кг/м^3 .

Ответ: $7,55 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$.

2. По тонкому проволочному кольцу радиусом 20 см течёт ток 100 А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено однородное магнитное поле с

индукцией $2 \cdot 10^{-2}$ Тл. Найти силу F , растягивающую кольцо.

Ответ: $F=0,4$ Н.

3. Короткий прямой магнит расположен перпендикулярно к плоскости магнитного меридиана. На оси магнита на расстоянии 50 см (много больше длины магнита) находится магнитная стрелка. Вычислить магнитный момент магнита, если стрелка отклонена на угол 6° от плоскости магнитного меридиана. Принять горизонтальную составляющую магнитного поля Земли равной $2 \cdot 10^{-5}$ Тл.

4. Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы по 2 м, отстоящие друг от друга на расстоянии 20 см. Определить силу взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течёт ток силой 10^4 А.

Ответ: 200 Н.

5. Заряженная частица, движущаяся с постоянной скоростью, влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции ($B=0,2$ Тл). Затем в направлении, параллельном магнитному полю, включается электрическое поле напряжённостью $E=0,5$ кВ/м, которое действует в течение 5 мкс. Определить шаг винтовой траектории заряженной частицы, после окончания действия электрического поля.

Ответ: 7,85 см.

6. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 0,5 кВ, движется параллельно прямому проводнику на расстоянии 1 см от него. Найти действующую на электрон силу, если через проводник пропустить ток 10 А.

Ответ: $4,24 \cdot 10^{-16}$ Н.

7. Протон с кинетической энергией 1 МэВ влетел в однородное магнитное поле с индукцией 1 Тл перпендикулярно линиям поля. Какова должна быть минимальная протяжённость поля, чтобы направление движения протона изменилось на противоположное?

Ответ: 14,5 см.

8. Круговой контур радиусом 2 см помещён в магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля с напряжённостью 160 кА/м. По контуру течёт ток 2 А. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

Ответ: 0,5 мДж.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти силу, действующую на единицу длины тонкого провода с током 8,0 А в точке О, если проводник изогнут:

а) рис. 2.8а, $R=10$ см; б) рис. 2.8б, $l=20$ см; в) рис. 2.8в, $a=10$ см.

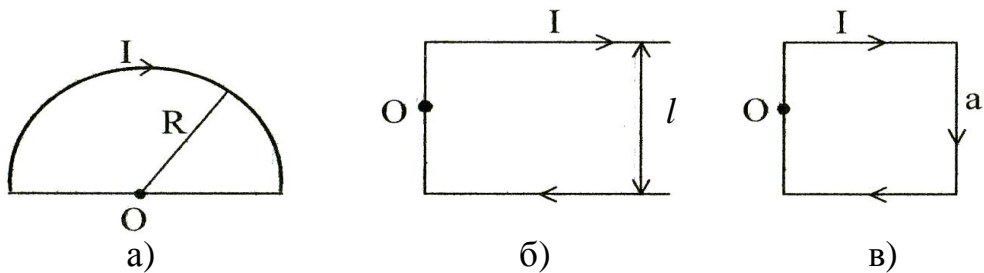


Рис. 2.8

2. Ток I течет по длинному проводу, имеющему форму желоба с поперечным сечением в виде тонкого полукольца радиусом R . Найти силу, приходящуюся на единицу длины проводника с током I , расположенного на оси желоба (рис. 2.9).

3. Два бесконечных прямых параллельных провода с токами 10 и 20 А находятся на расстоянии 50 см друг от друга. Найти силу их взаимодействия в расчете на единицу длины.

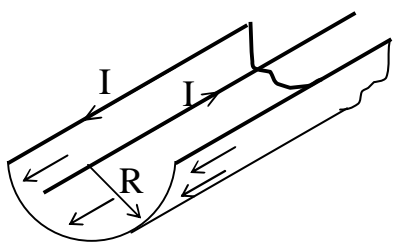


Рис. 2.9

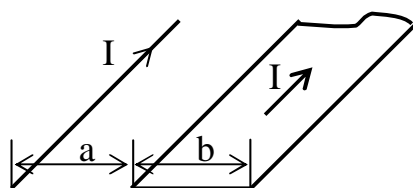


Рис. 2.10

4. Найти силу взаимодействия проводников с током в

расчёте на единицу длины (рис. 2.10). Сила тока в проводниках одинакова и равна 100 А. Расстояния: $a = b = 10$ см.

5. В вершинах равностороннего треугольника находятся параллельные длинные проводники с токами по 50 А каждый. Сторона треугольника равна 5 см (рис. 2.11). Найти силу, действующую на единицу длины каждого проводника.

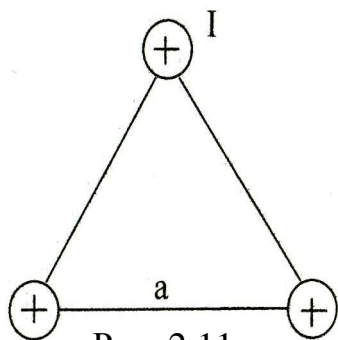


Рис. 2.11

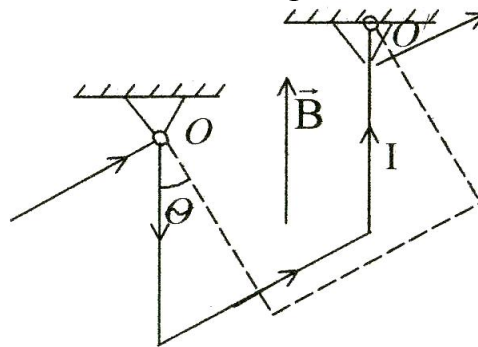


Рис. 2.12

6. Медный провод сечением $2,5 \text{ см}^2$, изогнутый в виде трёх сторон квадрата, может поворачиваться вокруг горизонтальной оси OO' (рис. 2.12). Провод находится в однородном вертикально направленном магнитном поле. Найти индукцию этого поля, если при пропускании по данному проводнику тока 10 А угол отклонения составил 20° .

7. По длинному прямому проводнику течет ток I . На расстояниях a и b расположены два параллельных ему оголённых провода, подключенных к источнику ЭДС (рис. 2.13). По проводам скользит замыкающий их стержень, с сопротивлением R . Определить:

а) силу F , необходимую, чтобы поддерживать постоянной скорость стержня;

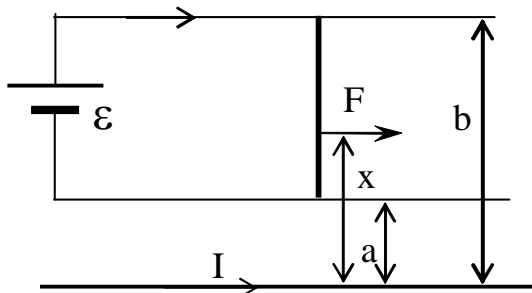


Рис. 2.13

б) расстояние x от тока I до точки, в которой нужно приложить силу F , чтобы стержень двигался поступательно.

Сопротивлением источника ЭДС, проводов и контактов, а также силами трения пренебречь. Явление электромагнитной индукции не учитывать.

8. В однородном магнитном поле с индукцией $0,7$ Тл находится прямой проводник, изготовленный из материала плотностью $2,8 \cdot 10^3$ кг/м³ и сечением $S=1 \cdot 10^3$ мм². Найти величину и направление тока в проводнике, при котором он будет двигаться вверх, перпендикулярно линиям поля, с ускорением $a = 0,2$ м/с².

9. Горизонтальные рельсы находятся на расстоянии 30 см друг от друга. На них перпендикулярно рельсам лежит проводящий стержень. Какой должна быть минимальная индукция магнитного поля, чтобы стержень стал двигаться равномерно, если по нему пропустить электрический ток? Коэффициент трения стержня о рельсы равен $k=0,2$, масса стержня $m=0,5$ кг, сила тока $I=50$ А.

10. По двум тонким проводам, согнутым в виде колец радиусом 10 см, текут одинаковые токи 10 А в каждом. Найти силу взаимодействия этих колец, если плоскости колец параллельны и расположены друг от друга на расстоянии 1 мм.

11. Укрепленную на конце коромысла весов небольшую катушку K с числом витков $N=200$ поместили в зазор между полюсами магнита, как показано на рис. 2.14 (ось катушки перпендикулярна линиям поля). Площадь сечения катушки $S=1,0$ см², длина плеча OA коромысла $l=30$ см. В отсутствии тока через катушку весы уравновешены. После того как через катушку пустили ток $I=22$ мА, для восстановления равновесия пришлось изменить груз на чашке весов на $\Delta m=60$ мг. Найти индукцию магнитного поля в месте нахождения катушки.

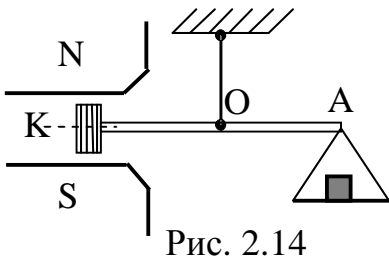


Рис. 2.14

12. В электромагнитном насосе для перекачивания расплавленного металла участок трубы с металлом находится в однородном магнитном поле с индукцией B (рис. 2.15). Через этот участок трубы в перпендикулярном к вектору B и оси трубы направлении пропускают ток I . Найти избыточное давление, создаваемое насосом при $B=0,1$ Тл, $I = 10$ А и $a = 2,0$ см.

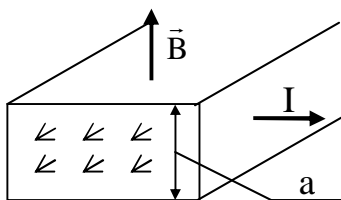


Рис. 2.15

13. Небольшой виток с током находится на расстоянии r от длинного прямого проводника с током I . Магнитный момент витка равен p_m . Найти модуль и направление вектора силы, действующей на виток, если вектор \vec{p}_m :

а) ориентирован параллельно прямому проводнику;

б) направлен по радиус-вектору r ;

в) совпадает по направлению с вектором индукции магнитного поля тока I в месте расположения витка.

14. Найти силу взаимодействия двух катушек с магнитными моментами $4 \text{ мА}\cdot\text{м}^2$ и $6 \text{ мА}\cdot\text{м}^2$, если их оси лежат на одной прямой и расстояние между катушками равно 20 см , что значительно превышает их линейные размеры.

15. По кольцу диаметром 10 см из свинцовой проволоки с поперечным сечением $0,7 \text{ мм}^2$ идёт ток 7 А . Температура проволоки повышается до температуры, близкой к температуре плавления. Прочность свинца на разрыв при этой температуре равна 2 Н/мм^2 . Разорвётся ли это кольцо, если его поместить в магнитное поле с индукцией 1 Тл , перпендикулярное плоскости кольца?

16. В магнитное поле помещена катушка, по которой течёт ток $0,1 \text{ А}$. Ось катушки совпадает с направлением поля. Обмотка катушки выполнена из серебряной проволоки диаметром 2 мм , радиус витков 50 мм . При каком значении магнитной индукции внешнего поля обмотка катушки будет разорвана? Прочность серебра на разрыв 190 МПа .

17. Две небольшие одинаковые катушки расположены так, что их оси лежат на одной прямой. Расстояние между катушками 20 см , и оно значительно превышает их размеры. Число витков в каждой катушке 100 , радиус витков 1 см . С какой силой будут взаимодействовать катушки, если по ним пропустить одинаковый ток $0,1 \text{ А}$?

18. В кольце радиусом $R=10 \text{ мм}$, сделанном из медного провода сечением $S=1 \text{ мм}^2$, течет ток силой $I=100 \text{ мА}$. Кольцо помещено в однородное магнитное поле так, что его ось совпадает с направлением поля. При каком максимальном значении индукции магнитного поля кольцо разорвется, если прочность меди на разрыв $\sigma=2,3\cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$?

19. Кольцо, сделанное из проволоки с удельным сопротивлением ρ , площадью сечения S , подключено к источнику тока с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r . Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярной плоскости кольца. Максимальная сила натяжения, которую выдерживает проволока, F_0 . Каков должен быть радиус R кольца, чтобы оно не разорвалось?

20. Определить степень неоднородности магнитного поля (dB/dx), если максимальная сила F_{max} , действующая на точечный магнитный диполь, равна 1 мН . Магнитный момент диполя $p_m=2 \text{ мА}\cdot\text{м}^2$.

21. Из проволоки длиной 20 см сделаны контуры: квадратный и круговой. Найти вращающий момент сил, действующий на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $B=1 \text{ Тл}$. По контурам течет ток $I=2 \text{ А}$. Плоскость каждого контура составляет угол 45° с направлением магнитного поля.

22. На оси контура с током, магнитный момент которого $10^{-4} \text{ А}\cdot\text{м}^2$, находится другой такой же контур. Магнитный момент второго контура перпендикулярен оси. Вычислить момент сил, действующий на второй контур. Расстояние между контурами 50 см , размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними.

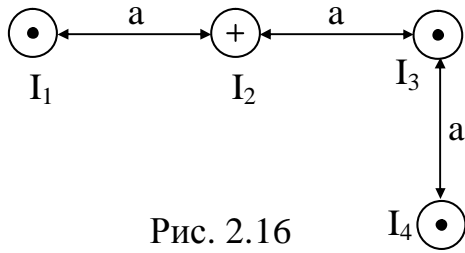


Рис. 2.16

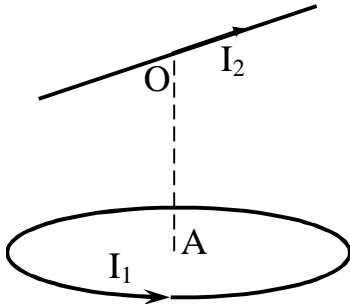


Рис. 2.17

23. Четыре параллельных длинных проводника с токами $I_1=10$ А, $I_2=12$ А, $I_3=18$ А, $I_4=20$ А расположены так, как указано на рисунке (рис. 2.16). Расстояние $a=20$ см. Найти силу, действующую на единицу длины проводника с током I_4 .

24. По контуру, имеющему форму равностороннего треугольника со стороной 10 см, течет ток 12 А. Найти силу, действующую на участок провода длиной 1 мм, расположенного точно посередине одной из сторон треугольника.

25. По круговому контуру радиусом 8 см течет ток 8 А. Параллельно плоскости контура проходит длинный провод, по которому течет ток 10 А. Расстояние от провода до центра контура 6 см (рис. 2.17). На сколько изменится сила, действующая на участок провода длиной 1 мм, расположенный точно над центром контура, если радиус круга увеличить в три раза, а силы токов увеличить в четыре раза?

26. Три бесконечно длинных параллельных проводника с током $I_1=4$ А, $I_2=5$ А, $I_3=9$ А взаимодействуют между собой (рис. 2.18). Расстояние между токами: $r_1=8$ см, $r_2=6$ см. Найти силу, действующую на единицу длины проводника I_2 .

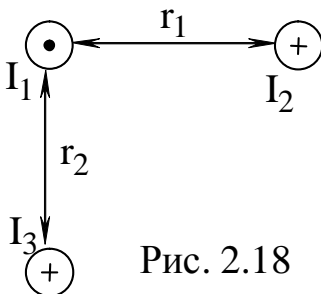


Рис. 2.18

27. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 1 кВ, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное его скорости. Индукция магнитного поля $1,19 \cdot 10^{-3}$ Тл. Найти:

- а) радиус кривизны траектории электрона;
- б) период обращения его по окружности;
- в) момент импульса.

28. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 300 В, движется параллельно прямолинейному длинному проводнику на расстоянии 4 мм от него. Какая сила подействует на электрон, если по проводнику пустить ток 5 А?

29. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона R_1 больше радиуса кривизны траектории электрона R_2 ?

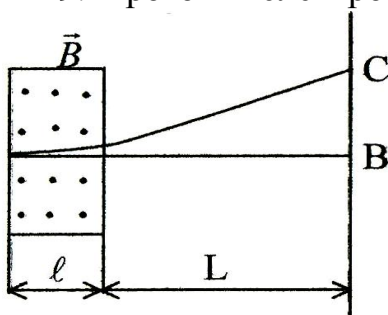


Рис. 2.19

30. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов 300 В, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $1,46 \cdot 10^{-5}$ Тл, направленное к нам, ширина поля $l=2,5$ см, $L=5$ см (рис. 2.19). Найти смещение пучка электронов BC.

31. По прямому медному проводнику круглого сечения

радиуса $R=5,0$ мм течет ток $I=50$ А. Найти разность потенциалов между осью проводника и его поверхностью. Концентрация электронов проводимости у меди $n=0,9 \cdot 10^{23}$ см⁻³.

32. Электрон в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,1$ Тл движется по окружности. Найти силу кругового тока I , создаваемого движущимся электроном.

33. Частица массой m влетает в однородное магнитное поле с индукцией B перпендикулярно силовым линиям. Заряд частицы q . Доказать, что период обращения частицы не зависит от ее скорости.

34. При измерении эффекта Холла в натриевом проводнике напряженность поперечного поля оказалась $E=5,0$ мкВ/см при плотности тока $j=200$ А/см² и индукции магнитного поля $B=1,00$ Тл. Найти концентрацию электронов проводимости и ее отношение к концентрации атомов в данном проводнике.

35. Заряженная частица с кинетической энергией $W_k=1$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R=1$ мм. Найти силу, действующую на частицу со стороны поля.

36. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью 10^7 м/с. Длина конденсатора 5 см; напряженность электрического поля конденсатора 100 В/см. При вылете из конденсатора электрон попадает в магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны силовым линиям электрического поля. Индукция магнитного поля 10^{-2} Тл. Найти:

а) радиус винтовой линии, по которой движется электрон;

б) шаг винтовой линии.

37. Однородное магнитное поле с индукцией B сосредоточено между двумя параллельными плоскостями, расстояние между которыми l . Электрон влетает в магнитное поле перпендикулярно плоскостям. Какую минимальную скорость должен иметь электрон, чтобы пройти эту область поля?

38. Из точки A , лежащей на оси прямого соленоида, вылетает нерелятивистский электрон со скоростью v под углом α к оси. Индукция магнитного поля B . Найти расстояние r от оси до точки попадания электрона на экран, расположенный перпендикулярно к оси на расстоянии l от точки A .

39. Частица массой $m=0,006$ мкг и зарядом $q=0,3$ нКл движется в однородном магнитном поле индукцией $B=10$ Тл. Кинетическая энергия частицы $W_k=1$ мкДж. Какой путь пройдет частица за время, в течение которого ее скорость изменит направление на противоположное? Магнитное поле перпендикулярно скорости частицы.

40. Электрон влетает в однородное магнитное поле со скоростью 10 Мм/с, направленной под углом 60° к линиям индукции магнитного поля. Найти величину индукции B , при которой электрон, сделав 20 оборотов, окажется на расстоянии 5 мм от начальной точки траектории.

41. Определить наименьшее значение радиуса дуантов циклотрона, предназначенного для ускорения протонов до энергии $E=0,8$ пДж, в котором индукция магнитного поля $B=0,5$ Тл. Зависимость массы протона от его скорости не учитывать.

42. Слабо расходящийся пучок нерелятивистских заряженных частиц, ускоренных разностью потенциалов U , выходит из точки A вдоль оси прямого соленоида. Пучок

фокусируется на расстоянии l от точки А при двух последовательных значениях индукции магнитного поля, B_1 и B_2 . Найти удельный заряд q/m частиц.

43. Электрон влетает перпендикулярно направлению магнитного поля с индукцией $B=2,85 \cdot 10^{-2}$ Тл со скоростью 10^6 м/с. Найти модуль приращения скорости электрона за промежуток времени 0,21 нс.

44. В магнитном поле, индукция которого 2 мТл, по винтовой линии радиусом 2 см и шагом 5 см движется электрон. Определить величину его скорости.

45. Электрон ускоряется постоянным электрическим полем напряженностью E . Через 0,01 с он влетает в область, где есть ещё и магнитное поле, перпендикулярное электрическому. Во сколько раз нормальное ускорение электрона больше его тангенциального ускорения, если $B=10^{-5}$ Тл? Начальная скорость электрона равна нулю.

46. Заряженная частица движется по окружности радиусом 1 см в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Параллельно магнитному полю возбуждено электрическое поле с напряженностью 100 В/м. Найти время действия электрического поля, в течение которого кинетическая энергия частицы удвоится.

47. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией 0,2 Тл, стал двигаться перпендикулярно его силовым линиям по окружности радиуса 5 см. Определить магнитный момент P_m эквивалентного кругового тока.

48. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B=10$ мТл по винтовой линии, радиус которой $R=1$ см, а шаг $h=6$ см. Определить:

а) период обращения электрона;

б) величину его скорости.

49. Альфа-частица движется в однородном магнитном поле с индукцией $B=20$ мТл по винтовой линии. Определить скорость v альфа-частицы, если радиус винтовой линии $R=3$ см, а шаг $h=9$ см.

50. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов 104 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое поле напряженностью $E=10$ кВ/м и магнитное поле с индукцией $B=0,1$ Тл. Найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

51. Электрон, обладая скоростью 10 Мм/с, влетел в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 мТл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить нормальное и тангенциальное ускорения электрона.

52. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл, стал двигаться перпендикулярно его силовым линиям по окружности. Определить угловую скорость вращения электрона.

53. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов U и влетел в скрещенные под прямым углом электрическое ($E=10$ кВ/м) и магнитное ($B=0,1$ Тл) поля. Определить величину ускоряющей разности потенциалов U , если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

54. Небольшое заряженное тело массой 1 г, прикреплённое к нити длиной 1 м, может двигаться по окружности в вертикальной плоскости. Однородное магнитное поле перпендикулярно этой плоскости. При какой наименьшей скорости тела в нижней точке окружности оно сможет совершить полный оборот, двигаясь по окружности? Заряд тела 1 мкКл.

55. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле со скоростью $v = 0,8c$ (c – скорость света в вакууме). Магнитная индукция поля равна 0,01 Тл. Определить радиус окружности в двух случаях:

- без учёта релятивистских эффектов,
- учитывая зависимость массы от скорости.

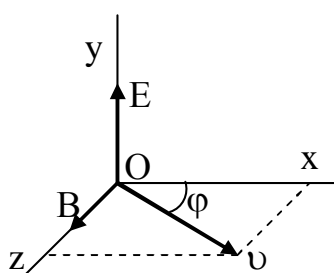


Рис. 2.20

56. Нерелятивистские протоны движутся прямолинейно в области, где созданы однородные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля с $E=4,0$ кВ/м и $B=50$ мТл. Траектория протонов лежит в плоскости xz (рис. 2.20) и составляет угол $\varphi=30^\circ$ с осью x . Найти шаг винтовой линии, по которой будут двигаться протоны после выключения электрического поля.

57. В однородном магнитном поле с индукцией $B=0,1$ Тл находится прямой провод длиной $l=20$ см, расположенный перпендикулярно линиям индукции. По проводу течёт ток $I=5$ А. Определить работу сил поля, под действием которых проводник переместится на 2 см.

58. Круговой контур помещён в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна силовым линиям поля. Напряжённость магнитного поля $1,5 \cdot 10^5$ А/м. По контуру течёт ток силой 2 А. Радиус контура 2 см. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

59. Найти работу по увеличению расстояния в два раза между катушками с равными магнитными моментами $p_{m1}=p_{m2}=4,0$ мА·м², если их оси лежат на одной прямой и расстояние между катушками, равное $l=20$ см, значительно превышает их линейные размеры.

60. Два прямолинейных длинных параллельных провода находятся на расстоянии 10 см друг от друга. По проводникам текут токи в одном направлении, соответственно 20 А и 30 А. Какую работу надо совершить (на единицу длины проводника), чтобы раздвинуть эти проводники на расстояние 20 см?

61. Два бесконечно длинных прямолинейных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении, находятся на расстоянии d друг от друга. Чтобы их раздвинуть до расстояния $2d$, при перемещении каждого сантиметра длины проводника была совершена работа 138 нДж. Определить силу тока в проводниках.

62. В однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл равномерно движется проводник длиной 0,1 м со скоростью 0,2 м/с (перпендикулярно линиям поля). По проводнику течёт ток 2 А. Найти работу перемещения проводника за 10 с.

63. Небольшой шарик объема V из парамагнетика с магнитной восприимчивостью

χ медленно переместили вдоль оси катушки с током из точки, где индукция магнитного поля равна B , в область, где магнитное поле практически отсутствует. Какая при этом будет совершена работа против сил магнитного поля?

64. В однородном магнитном поле с индукцией $B=0,2$ Тл находится квадратный проводящий контур со стороной $l=20$ см и током $I=10$ А. Плоскость контура составляет с направлением поля угол $\alpha=30^\circ$. Определить работу удаления контура за пределы поля.

65. Квадратный проводящий контур со стороной $l=20$ см и током $I=10$ А свободно подвешен в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,2$ Тл. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть контур на 180° вокруг оси, перпендикулярной направлению магнитного поля.

66. Круговой проводящий контур радиусом $r = 5$ см и током $I = 1$ А находится в магнитном поле, причём плоскость контура перпендикулярна направлению поля. Напряжённость магнитного поля равна $H=10$ кА/м. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть контур на 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром контура.

67. В однородное магнитное поле ($B=1$ Тл) помещена плоская катушка с током из 100 витков радиусом 10 см, плоскость которой с направлением поля составляет угол 60° . Работа удаления катушки за пределы поля равна $A=27,2$ Дж. Какой величины ток течёт по катушке?

68. Квадратная рамка со стороной $a=10$ см, по которой течёт ток $I=4$ А, свободно установилась в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции ($B=1$ Тл). Определить работу внешних сил при повороте рамки вокруг оси, проходящей через середины её противоположных сторон, на угол:

а) 90° ; б) 180° ; в) 360° .

69. На оси контура с током, магнитный момент которого 10^{-4} А·м², находится другой такой же контур. Магнитный момент второго контура перпендикулярен оси. Расстояние между контурами 50 см, размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними. Рассчитать работу, совершаемую силами магнитного поля по уменьшению расстояния между контурами в два раза.

70. Два длинных параллельных проводника с током $I_1=4$ А, $I_2=6$ А и прямоугольная рамка с током $I_3=2$ А расположены в одной плоскости (рис. 2.21). Стороны рамки: $a=4$ см, $b=8$ см. Расстояние от проводников до сторон рамки: $r_1=6$ см; $r_2=10$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть рамку на угол 180° вокруг оси O_1O_2 ?

71. Два бесконечно длинных проводника с током $I_1=8$ А, $I_2=10$ А и прямоугольная рамка с током $I_3=6$ А расположены так, как показано на рис. 2.22. Стороны рамки: $a=4$ см; $b=8$ см. Расстояние от проводников до сторон рамки: $r_1=10$ см, $r_2=12$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть рамку на угол 90° относительно оси O_1O_2 ?

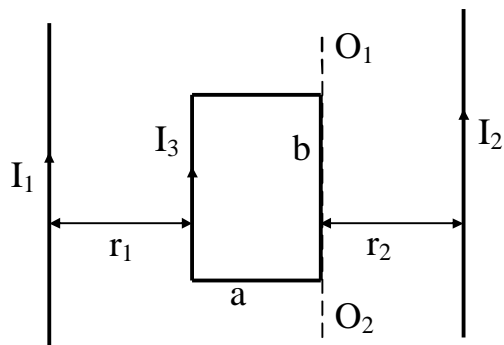


Рис. 2.21

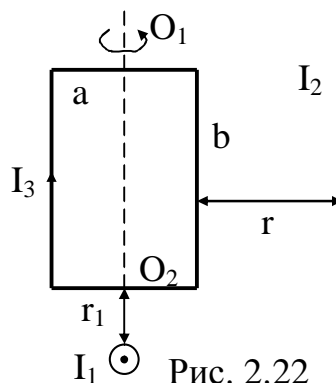


Рис. 2.22

72. Три параллельных проводника с током $I_1=3$ А, $I_2=5$ А, $I_3=6$ А расположены в одной плоскости (рис. 2.23). Расстояния между токами: $r_1=12$ см, $r_2=8$ см. Какую работу на единицу длины нужно совершить для того, чтобы, перемещая третий проводник с током в той же плоскости, увеличить в два раза расстояние между ним и вторым проводником?

73. По оси полюсного наконечника электромагнита перемещается парамагнитный шарик объема $V=41$ мм³ (рис. 1.24). Индукция магнитного поля на оси наконечника зависит от высоты x как $B=B_0 \exp(-ax^2)$, где $B_0=1,50$ Тл, $a=100$.м⁻². Какую работу нужно совершить, чтобы удалить шарик от поверхности наконечника в область, где магнитное поле практически отсутствует?

74. Три параллельных проводника с током $I_1=16$ А, $I_2=8$ А, $I_3=5$ А расположены в одной плоскости (рис. 2.24). Расстояния между токами: $r_1=4$ см, $r_2=16$ см. Какую работу на единицу длины нужно совершить для того, чтобы, перемещая третий проводник с током в той же плоскости, уменьшить в два раза расстояние между ним и первым проводником?

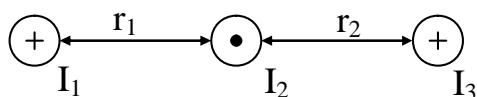


Рис. 2.23

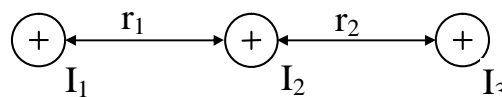


Рис. 2.24

75. Два бесконечно длинных проводника с током $I_1=10$ А, $I_2=15$ А и прямоугольная рамка с током $I_3=20$ А расположены так, как показано на рис. 2.25. Стороны рамки: $a=10$ см; $b=4$ см. Расстояние от проводников до сторон рамки: $r_1=8$ см, $r_2=18$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть рамку на угол 90° относительно оси O_1O_2 .

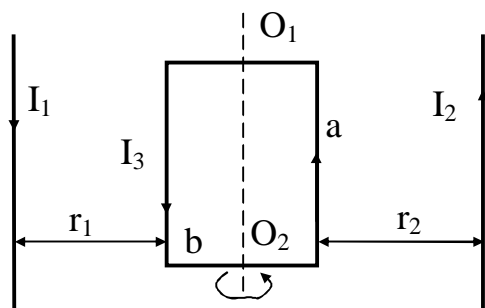


Рис. 2.25

76. Три бесконечно длинных параллельных проводника с током $I_1=7$ А, $I_2=12$ А, $I_3=9$ А расположены в одной плоскости (рис. 2.26). Расстояния между токами: $r_1=6$ см, $r_2=10$ см. Какую работу на единицу длины нужно совершить для того, чтобы,

перемещая первый проводник с током в той же плоскости, увеличить в два раза расстояние между ним и вторым проводником?

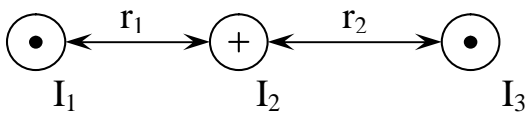


Рис. 2.26

77. Квадратная рамка из алюминиевой проволоки сечением $12,56 \text{ мм}^2$ и сопротивлением $1,78 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$ находится в однородном магнитном поле индукцией $0,5 \text{ Тл}$. Плоскость рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции. По рамке течет ток 10 А . Какую работу нужно совершить, чтобы, не меняя тока в рамке, придать ей форму равностороннего треугольника?

шить, чтобы, не меняя тока в рамке, придать ей форму равностороннего треугольника?

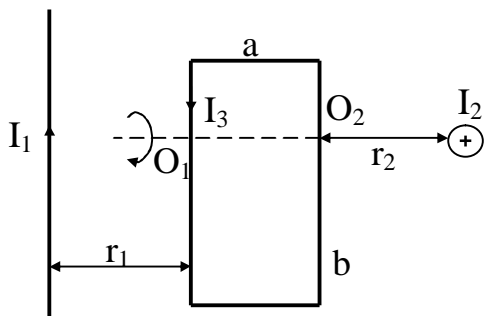


Рис. 2.27

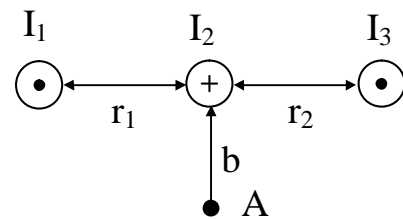


Рис. 2.28

78. Два бесконечно длинных проводника с током $I_1=8 \text{ А}$, $I_2=6 \text{ А}$ и прямоугольная рамка с током $I_3=10 \text{ А}$ расположены так, как показано на рис. 2.27. Стороны рамки: $a=6 \text{ см}$, $b=12 \text{ см}$. Расстояние от проводников до сторон рамки: $r_1=1 \text{ см}$, $r_2=12 \text{ см}$. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть рамку на угол 90° относительно оси O_1O_2 .

79. Три бесконечно длинных параллельных проводника с током $I_1=2 \text{ А}$, $I_2=5 \text{ А}$, $I_3=8 \text{ А}$ расположены в одной плоскости (рис. 2.28). Расстояния между токами: $r_1=12 \text{ см}$, $r_2=16 \text{ см}$. Какую работу на единицу длины нужно совершить, чтобы переместить второй проводник в точку А на расстояние 20 см ?

80. В соленоиде длиной 40 см , содержащем 400 витков, расположена квадратная рамка. Плоскость рамки перпендикулярна линии магнитной индукции, сторона рамки 4 см . По рамке течет ток $I_1=5 \text{ А}$, по соленоиду $I=10 \text{ А}$. Какую работу нужно совершить, чтобы, не изменяя тока в рамке, деформировать ее в круг? Соленоид считать бесконечно длинным.

81. Из провода длиной $1,256 \text{ м}$ сделан круглый контур. По проводу течет ток $I=10 \text{ А}$. На оси контура на расстоянии, в три раза большем его радиуса, находится катушка, состоящая из 10 витков провода. Диаметр катушки в двадцать раз меньше диаметра контура. Плоскость катушки перпендикулярна оси контура. По катушке течет ток $I_2=6 \text{ А}$. Какую работу надо совершить, чтобы, не меняя силу тока в катушке, увеличить расстояние до контура в два раза? Направление токов в катушке и контуре совпадает.

82. Два длинных проводника с током $I_1=10 \text{ А}$, $I_2=20 \text{ А}$ и прямоугольная рамка с током $I_3=16 \text{ А}$ расположены так, как показано на рис. 2.29. Стороны рамки: $a=30 \text{ см}$;

$b=40$ см. Расстояние от проводников до сторон рамки: $r_1=10$ см, $r_2=20$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть рамку на угол 60° относительно оси O_1O_2 ?

83. Два длинных проводника с током $I_1=16$ А, $I_2=32$ А лежат во взаимно перпендикулярных плоскостях. В одной плоскости со вторым проводником расположена прямоугольная рамка с током $I_3=30$ А, как показано на рис. 2.30. Стороны рамки: $a=24$ см; $b=18$ см. Расстояние от проводников до сторон рамки: $r_1=16$ см, $r_2=22$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть рамку на угол 45° относительно оси O_1O_2 ?

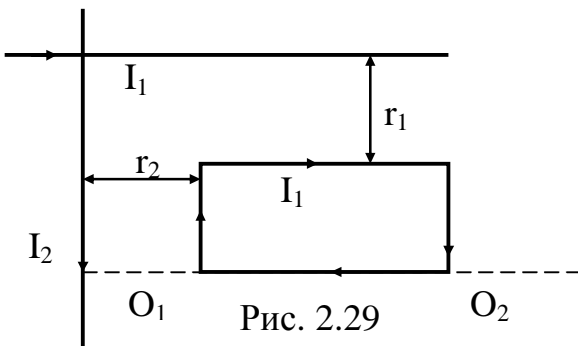


Рис. 2.29

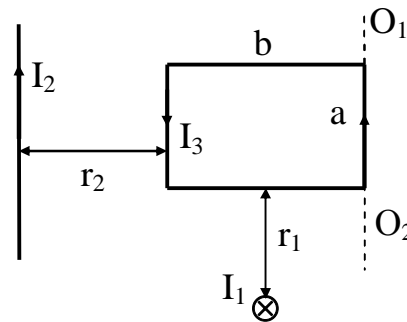


Рис. 2.30

84. Три длинных параллельных проводника с токами взаимодействуют между собой. Величины токов в них соответственно равны $I_1 = 10$ А, $I_2 = 8$ А, $I_3 = 6$ А (рис. 2.31). Первые два проводника лежат в одной плоскости, а третий проводник с током I_3 лежит в плоскости, перпендикулярной данной, $r_1=r_2=r$. Какую работу в расчете на единицу длины проводника нужно совершить, чтобы, перемещая проводник с током I_2 параллельно самому себе в первой плоскости, увеличить его расстояние до первого проводника вдвое?

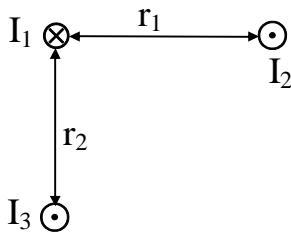


Рис. 2.31

85. В длинном соленоиде находится рамка, имеющая форму равностороннего треугольника. Плоскость рамки перпендикулярна направлению магнитного поля. Соленоид навит из провода диаметром 3 мм. Витки соленоида плотно прилегают друг к другу. Рамка сделана из никелинового провода площадью сечения 12 мм^2 и сопротивлением $0,01$ Ом. По соленоиду течет ток $I_1=20$ А, по рамке – $I_2=30$ А. Направление токов в рамке и соленоиде противоположны. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть рамку на угол 60° ?

86. По длинному проводу течет ток $I_1=12$ А. В одной плоскости с ним находится прямоугольная рамка с током $I_2=16$ А. Стороны рамки: $a=18$ см, $b=6$ см. Расстояние от провода до ближайшей стороны рамки $r=20$ см (рис. 2.32). Какую работу нужно совершить, чтобы, не меняя расстояния до провода, рамку превратить в квадрат?

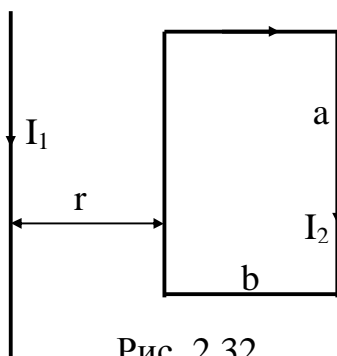


Рис. 2.32

превратить в квадрат?

Тема № 3. Электромагнитная индукция (ЭМИ)

Краткие теоретические сведения для решения задач

3.1. Электродвижущая сила (ЭДС) электромагнитной индукции.

Закон Фарадея

Явление электромагнитной индукции заключается в том, что при всяком изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную проводящим замкнутым контуром, в контуре возникает индукционный ток, что свидетельствует о появлении в нём ЭДС индукции.

Закон Фарадея – основной закон ЭМИ имеет вид

$$\varepsilon_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi_m}{dt}. \quad (3.1)$$

Эта формула определяет мгновенное значение ЭДС индукции. Её среднее значение определяется соотношением

$$\langle \varepsilon_{\text{инд}} \rangle = - \frac{\Delta\Phi_m}{\Delta t}, \quad (3.2)$$

где $\Delta\Phi_m = \Phi_{m2} - \Phi_{m1}$ – изменение магнитного потока за время Δt .

Знак «минус» в формулах объясняется **правилом Ленца**:

«Индукционный ток имеет такое направление, что своим магнитным полем препятствует всякому изменению того магнитного потока, который создал этот ток».

Явление электромагнитной индукции может наблюдаться и в том случае, когда магнитное поле не меняется, а проводник движется в этом поле и пересекает магнитные силовые линии. ЭДС индукции, возникающая в этом случае в проводнике, равна магнитному потоку через поверхность, очерчиваемую в пространстве проводником за одну секунду.

При кратковременном изменении магнитного потока через поверхность проводящего контура по последнему переносится количество электричества, определяемое изменением магнитного потока.

$$q = - \frac{\Delta\Phi_m}{R}, \quad (3.3)$$

где $\Delta\Phi_m$ – приращение магнитного потока, R – полное сопротивление контура.

3.2. Явление самоиндукции и взаимной индукции. Индуктивность

Полный магнитный поток через плоскости всех витков катушки, созданный током в этой же катушке, называется **потокосцеплением самоиндукции** Ψ_m . Возникновение ЭДС при всяком изменении потокосцепления самоиндукции в катушке называется **явлением самоиндукции**.

Потокосцепление самоиндукции катушки прямо пропорционально силе тока в ней

$$\Psi_m = \Phi_m \cdot N = L \cdot I, \quad (3.4)$$

где N – число витков катушки, L – индуктивность катушки.

Индуктивностью называется физическая величина, численно равная потокосцеплению самоиндукции контура при силе тока в нём, равном 1 А.

Индуктивность зависит от размеров и формы контура, а также от магнитных свойств окружающей среды.

Единицей измерения индуктивности (СИ) является 1 Генри (Гн).

Индуктивность длинного соленоида (длина соленоида l много больше его диаметра D) (рис. 3.1) определяется по формуле:

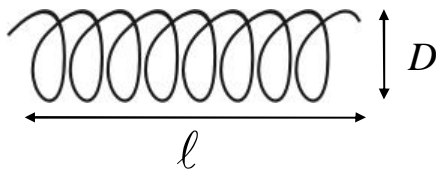


Рис. 3.1

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} \cdot S, \quad (3.5)$$

где N – общее число витков соленоида,

$$S = \frac{\pi D^2}{4} \text{ – площадь поперечного сечения соленоида,}$$

μ – относительная магнитная проницаемость

сердечника соленоида.

Если сердечник ферромагнитный, то μ зависит от напряжённости H магнитного поля, а, следовательно, от силы тока в соленоиде.

В случае, когда витки соленоида плотно прилегают друг к другу, длину соленоида можно найти через диаметр проволоки d и общее число витков N :

$$l = d \cdot N. \quad (3.6)$$

Число витков, приходящихся на единицу длины соленоида:

$$n = \frac{N}{l} = \frac{1}{d}. \quad (3.7)$$

Длину провода, из которого навит соленоид, можно найти через длину одного витка и общее число витков:

$$l_{\text{пр}} = \pi D \cdot N. \quad (3.8)$$

Величина ЭДС самоиндукции определяется скоростью изменения потокосцепления самоиндукции и в общем случае равна:

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -\left(L \frac{\partial I}{\partial t} + I \frac{\partial L}{\partial t} \right). \quad (3.9)$$

В частном случае, при $L = \text{const}$:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (3.10)$$

Явление самоиндукции в электрических цепях аналогично инерции в механике. При замыкании и размыкании электрической цепи возникающие токи самоиндукции (экстратоки), согласно правилу Ленца, направлены так, чтобы препятствовать изменению тока в цепи. Это приводит к тому, что установление и исчезновение тока в цепи происходит не мгновенно, а постепенно.

Закон изменения тока при замыкании цепи можно представить как:

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \right), \quad (3.11)$$

где R – сопротивление цепи, I_0 – установившееся значение силы тока в цепи.

При отключении источника тока закон изменения тока выглядит так:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L} \cdot t}. \quad (3.12)$$

Если имеются два контура с токами, то может наблюдаться явление взаимной ЭМИ. Каждый из контуров создает своё магнитное поле. Часть силовых линий поля, создаваемого первым контуром, будет пересекать второй и наоборот.

Потокоцепление второго контура, созданное током I_1 первого контура, называется **потокоцеплением взаимной индукции** и пропорционально силе тока I_1 :

$$\Psi_{21} = L_{21} \cdot I_1. \quad (3.13)$$

Аналогично

$$\Psi_{12} = L_{12} \cdot I_2.$$

При изменении в первом контуре тока I_1 во втором возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon_2 = -L_{21} \cdot \frac{dI_1}{dt}. \quad (3.14)$$

При изменении во втором контуре тока I_2 в первом возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon_1 = -L_{12} \cdot \frac{dI_2}{dt}.$$

Контур 1 и 2 называются **связанными**, а явление возникновения ЭДС индукции в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется **явлением взаимной ЭМИ**. Коэффициенты пропорциональности $L_{12} = L_{21}$ называются **взаимной индуктивностью** контуров. Она зависит от размеров и формы контуров, их взаимного расположения, а также от магнитных свойств окружающей среды. Взаимная индуктивность численно равна потокоцеплению взаимной индукции одного из контуров при единичной силе тока в другом.

3.3. Магнитная энергия токов и энергия магнитного поля

Электрический ток обладает запасом энергии, которая называется собственной энергией тока. Она равна той работе, которую при создании тока в цепи совершают внешние источники по преодолению ЭДС самоиндукции, препятствующей нарастанию этого тока.

Энергия контура с током равна:

$$W_m = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\Psi \cdot I}{2} = \frac{\Psi^2}{2 \cdot L}. \quad (3.15)$$

Собственная энергия тока представляет собой энергию магнитного поля тока. В случае системы контуров с токами магнитная энергия определяется по формуле:

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n I_i \cdot L_{ik} \cdot I_k. \quad (3.16)$$

Энергия однородного магнитного поля определяется выражением:

$$W_m = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot H^2}{2} \cdot V = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \cdot V, \quad (3.17)$$

где V – объем, занятый магнитным полем, H и B – напряженность и индукция магнитного поля соответственно.

Энергия, заключенная в единице объема, называется **объемной плотностью энергии** и равна:

$$w_m = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot H^2}{2} = \frac{B \cdot H}{2} = \frac{B^2}{2\mu \cdot \mu_0}. \quad (3.18)$$

Энергия неоднородного магнитного поля:

$$W_m = \int_{(V)} w_m \cdot dV. \quad (3.19)$$

Примеры решения задач

Пример 1. В однородном магнитном поле с индукцией $B=0,5$ Тл равномерно вращается квадратная рамка из алюминиевой проволоки диаметром $0,8$ мм. Ось вращения совпадает с диаметром рамки и перпендикулярна линиям вектора магнитной индукции. Рамка вращается с частотой 2 об/с. В начальный момент времени плоскость рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции. Найти силу тока в рамке спустя четверть периода от начала вращения. Сторона квадрата 10 см.

Решение

Дано:

$$B=0,5 \text{ Тл}$$

$$a=10 \text{ см}=0,1 \text{ м}$$

$$d=0,8 \text{ мм}=8 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$\rho=2,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$t=T/4$$

$$I - ?$$

Магнитный поток (1.8) через плоскость S , ограниченную рамкой (рис. 3.2), равен:

$$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha,$$

где $\alpha = \omega \cdot t = 2\pi \cdot \nu \cdot t$ – угол между направлением нормали к плоскости рамки и направлением магнитного поля.

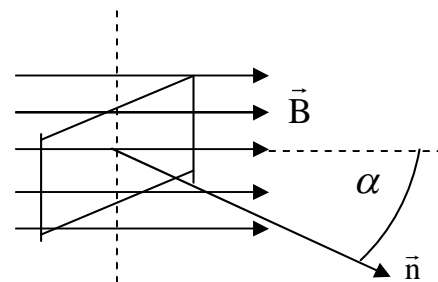


Рис. 3.2

Учитывая площадь рамки $S=a^2$, получим:

$$\Phi_m = B \cdot a^2 \cdot \cos 2\pi \nu t.$$

При вращении рамки меняется магнитный поток через плоскость рамки, и в ней возникает ЭДС индукции (3.1)

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(B \cdot a^2 \cdot \cos 2\pi \nu t) = 2\pi \nu \cdot B \cdot a^2 \cdot \sin 2\pi \nu t.$$

По рамке потечет индукционный ток, величину которого найдем по закону Ома для полной цепи:

$$I = \varepsilon / R = 2\pi \nu B a^2 \sin(2\pi \nu t) / R. \quad (1)$$

Для момента времени $t=T/4$:

$$\alpha = 2\pi \nu = 2\pi T / 4T = \pi / 2. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1) получим:

$$I = 2\pi \nu B a^2 / R. \quad (3)$$

Найдем сопротивление рамки:

$$R = \rho l_{\text{пр}} / S_{\text{пр}},$$

где $l_{\text{пр}}$ – длина проволоки, $S_{\text{пр}}$ – площадь поперечного сечения проволоки.

Учтем, что $l_{\text{пр}} = 4 \cdot a^2$ и $S_{\text{пр}} = \frac{\pi d^2}{4}$, получим:

$$R = \rho 4a^2 \cdot 4 / \pi d^2. \quad (4)$$

Подставим (4) в (3)

$$I = \pi^2 \cdot v \cdot B \cdot a \cdot d^2 / 8\rho,$$

$$I = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 0,1 \cdot 64 \cdot 10^{-8}}{8 \cdot 2,7 \cdot 10^{-8}} = 3 \text{ А}.$$

Ответ: $I = 3 \text{ А}$.

Пример 2. На немагнитный цилиндрический каркас диаметром $D=5 \text{ см}$ навита обмотка, состоящая из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода диаметром $d=0,2 \text{ мм}$. По обмотке течет ток $I_0=5 \text{ А}$. Определить, какое количество электричества протечет по обмотке за время $t=50 \text{ мкс}$ с того момента, как концы обмотки будут замкнуты накоротко.

Дано:

$$d=0,2 \text{ мм}=2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$D=5 \text{ см}=5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$I_0=5 \text{ А}$$

$$t=50 \text{ мкс}=5 \cdot 10^{-5} \text{ с}$$

$$q - ?$$

Решение

При замыкании накоротко концов обмотки сила тока в ней убывает по закону (3.11)

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (1)$$

При изменении тока в обмотке изменяется создаваемый им магнитный поток, и в обмотке возникает ЭДС самоиндукции (3.9):

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Psi_m}{dt}.$$

Сила тока самоиндукции в обмотке определяется по закону Ома:

$$I_{\text{инд}} = \frac{\varepsilon_s}{R} = -\frac{d\Psi_m}{dt \cdot R}.$$

Индукционный ток перенесет количество электричества, равное:

$$q = \int_0^t I_{\text{инд}} \cdot dt = \int_0^t -\frac{d\Psi_m}{dt \cdot R} \cdot dt = -\frac{\Delta\Psi_m}{R} = \frac{\Psi_{m1} - \Psi_{m2}}{R}, \quad (2)$$

где $\Psi_{m1}=L \cdot I_0$ – потокосцепление катушки в начальный момент времени,

$\Psi_{m2} = LI = LI_0 e^{-\frac{R}{L}t}$ – потокосцепление катушки в момент времени t .

Подставляя выражения для потокосцеплений в (2) получаем:

$$q = \frac{L}{R} \cdot I_0 (1 - e^{-\frac{R}{L}t}). \quad (3)$$

Индуктивность обмотки определяем по формуле (3.5):

$$L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot l_k \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4},$$

где l_k – длина катушки, n – число витков на единицу длины катушки.

Витки обмотки плотно прилегают друг к другу, поэтому n можно найти через диаметр провода (3.7).

Длину катушки l_k находим через диаметр провода и число витков обмотки N , $l_k = d \cdot N$. Тогда

$$L = \mu_0 \cdot \frac{1}{d^2} \cdot N \cdot d \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}. \quad (4)$$

Сопротивление обмотки: $R = \rho \frac{l_{\text{вб}}}{S_{\text{вб}}}.$

Длину провода найдем через длину одного витка и число витков обмотки:

$$l_{\text{вб}} = \pi \cdot D \cdot N, \quad S_{\text{вб}} = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Подставляя длину и сечение провода в выражение для сопротивления, получаем:

$$R = \rho \frac{\pi D \cdot N \cdot 4}{\pi d^2}. \quad (5)$$

Из (4) и (5) найдем отношение

$$\frac{L}{R} = \frac{\mu_0 d \cdot \pi \cdot D}{16\rho}. \quad (6)$$

Подставив (6) в (3), получим

$$q = \frac{\mu_0 \pi \cdot d \cdot D}{16\rho} I_0 (1 - e^{-\frac{16\rho \cdot t}{\mu_0 \pi \cdot d D}}).$$

Подставим данные задачи:

$$q = \frac{4\pi^2 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{16 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}} \cdot 5 \cdot (1 - e^{-0,344}) = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ Ёё}.$$

Ответ: $q = 2,1 \cdot 10^{-4}$ Кл.

Пример 3. На цилиндрический деревянный каркас длиной 60 см навита обмотка из медного провода, масса которого 50 г, а сопротивление 30 Ом. Считая длину обмотки во много раз большей её диаметра, найти индуктивность катушки.

Дано

$$l_k = 60 \text{ см} = 0,6 \text{ м}$$

$$m = 50 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

$$R = 30 \text{ Ом}$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$\rho_{\text{Cu}} = 8900 \text{ кг/м}^3$$

$L = ?$

Решение

Будем считать катушку длинной. В этом случае её индуктивность определяется по формуле (3.5):

$$L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot l_k \cdot S, \quad (1)$$

где n – число витков на единицу длины катушки, l_k и S – длина и площадь поперечного сечения катушки.

Если общее число витков обмотки N , то

$$n = \frac{N}{l_k}. \quad (2)$$

Площадь поперечного сечения: $S = \frac{\pi \cdot D^2}{4},$ (3)

где D – диаметр обмотки.

Подставим (2) и (3) в (1)

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l_k} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}. \quad (4)$$

Масса провода:

$$m = \rho_{Cu} \cdot l_{пр} \cdot S_{пр}, \quad (5)$$

где ρ_{Cu} – плотность меди (прил. 2), $l_{пр}$ – длина провода, $S_{пр}$ – площадь поперечного сечения провода.

Сопротивление провода:

$$R = \rho \cdot \frac{l_{i\delta}}{S_{i\delta}}, \quad (6)$$

где ρ – удельное сопротивление провода (прил. 3).

Решим систему уравнений (5) и (6) и найдем длину провода $l_{пр}$:

$$l_{i\delta} = \sqrt{\frac{R \cdot m}{\rho_{Cu} \cdot \rho}} \quad (7)$$

Длину провода можно выразить через длину одного витка и число витков обмотки (3.8):

$$l_{пр} = \pi D \cdot N. \quad (8)$$

Выразим из (7) и (8) произведение $D \cdot N$:

$$DN = \frac{l_{пр}}{\pi} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{R \cdot m}{\rho_{Cu} \cdot \rho}}. \quad (9)$$

Подставим (9) в (4):

$$L = \frac{\mu_0 \cdot R \cdot m}{4 \cdot \pi \cdot \rho_{Cu} \cdot \rho \cdot l_k}.$$

Вычислим индуктивность:

$$L = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot \pi \cdot 8900 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,6} = 16,6 \text{ мГн}$$

Ответ: $L = 16,6 \text{ мГн}$.

Пример 4. Два металлических стержня расположены вертикально и замкнуты сверху проводником. По этим стержням без трения и нарушения контакта скользит перемычка длиной $l=50$ см и массой $m=10$ г. Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B=1$ Тл, перпендикулярной плоскости рамки. Установившаяся скорость движения перемычки $v=1$ м/с. Найти сопротивление перемычки. Сопротивлением стержня и провода пренебречь.

Решение

Дано: $l=50 \text{ см}=0,5 \text{ м}$ $v=1 \text{ м/с}$ $B=1 \text{ Тл}$ $m=10 \text{ г}=10^{-2} \text{ кг}$
$R - ?$

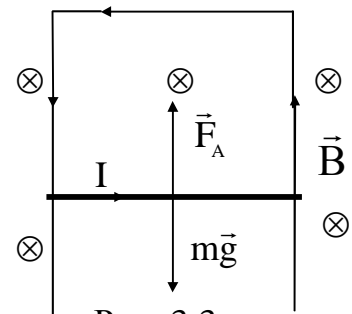


Рис. 3.3

При движении перемычка пересекает магнитные силовые линии, и в ней возникает ЭДС индукции, величина которой определяется по закону Фарадея (3.1):

$$|\varepsilon_{\text{эф}}| = \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right|.$$

Магнитный поток через поверхность, описываемую перемычкой за время dt :

$$d\Phi_m = B \cdot dS \cdot \cos\alpha = B \cdot l \cdot v \cdot dt.$$

$$\varepsilon_{\text{инд}} = B \cdot l \cdot v.$$

Причиной возникновения ЭДС в движущемся проводнике является сила Лоренца, которая действует со стороны магнитного поля на свободные электроны, движущиеся вместе с перемычкой. Под действием этой силы свободные электроны станут смещаться влево и заряжать левый конец перемычки отрицательно, а правый конец положительно. По контуру потечет ток I . Силу этого тока найдем из закона Ома для полной цепи:

$$I = \varepsilon_{\text{инд}} / R,$$

где R – сопротивление цепи, которое по условию задачи равно сопротивлению перемычки.

На перемычку с током I в магнитном поле действует сила Ампера:

$$F_A = I \cdot B \cdot l = B^2 l^2 v / R.$$

Чем больше скорость движения перемычки, тем больше сила Ампера. При равенстве силы Ампера силе тяжести, действующей на перемычку, движение её станет равномерным, а скорость установившейся (рис. 3.3):

$$mg = B^2 l^2 v / R,$$

отсюда

$$R = B^2 l^2 v / mg.$$

Подставим данные задачи

$$R = \frac{0,25}{10^{-2} \cdot 10} = 2,5 \hat{\text{н}}.$$

Ответ: $R=2,5 \text{ Ом}$.

Пример 5. Найти взаимную индуктивность двух связанных многовитковых контура радиусами $R_1 = 15$ см и $R_2 = 3$ мм, если расстояние между их центрами равно $r = 3$ см, а угол между плоскостями контуров $\alpha = 60^\circ$. Первый контур содержит число витков $N_1 = 200$, второй $N_2 = 40$.

Решение

Дано:

$$R_1 = 15 \text{ см} = 15 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$R_2 = 3 \text{ мм} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$r = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$N_1 = 200$$

$$N_2 = 40$$

$$L = ?$$

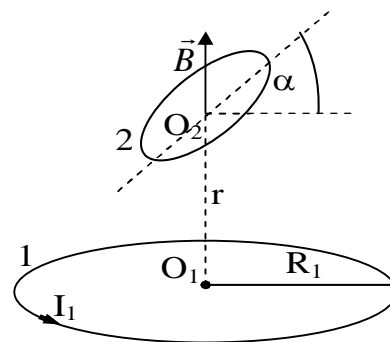


Рис. 3.4

Ток I_1 , протекающий по виткам первого контура, создает магнитное поле. Индукция этого поля в точке O_2 определяется соотношением

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot R_1^2}{2(R_1^2 + r^2)^{3/2}} \cdot N_1. \quad (1)$$

Размеры второго контура малы, поэтому магнитную индукцию в пределах этого контура можно считать постоянной, равной магнитной индукции в точке O_2 (рис. 3.4).

Магнитный поток, создаваемый током первого контура и сцепленный с витками второго:

$$\Psi_{21} = L_{21} \cdot I_1, \quad (2)$$

где L_{21} – взаимная индуктивность контуров.

В то же время

$$\Psi_{21} = B_1 \cdot S_2 \cdot N_2 \cdot \cos \alpha,$$

где $S_2 = \pi R_2^2$ – площадь второго контура.

С учетом равенства (1)

$$\Psi_{21} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot R_1^2}{2(R_1^2 + r^2)^{3/2}} \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \pi \cdot R_2^2 \cdot \cos \alpha. \quad (3)$$

Из (2) и (3) взаимная индуктивность контуров равна:

$$L_{21} = \frac{\mu_0 \cdot R_1^2 \cdot \pi \cdot R_2^2 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \cos \alpha}{2(R_1^2 + r^2)^{3/2}}$$

Подставим данные задачи:

$$L_{21} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-7} \cdot 255 \cdot 10^{-4} \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \cdot 40 \cdot 0,5}{2 \cdot (225 + 0,09)^{3/2} \cdot 10^{-3}} = 4,73 \cdot 10^{-10} \text{ Гн}.$$

Ответ: $L_{21} = 4,73 \cdot 10^{-10}$ Гн.

Пример 6. На тороидальный стальной сердечник, имеющий квадратное поперечное сечение площадью 25 см^2 (рис. 3.5), намотано 600 витков провода. Внутренний радиус тороида 10 см. По обмотке тороида протекает электрический ток силой 1,5 А. Определить энергию магнитного поля в сердечнике.

Дано:
 $N=600$
 $S=25 \text{ см}^2$
 $b=10 \text{ см}=0,1 \text{ м}$
 $I=1,5 \text{ А}$

$W_m=?$

Решение

Напряженность магнитного поля в разных точках сердечника зависит от расстояния r до центра тороида и определяется по формуле:

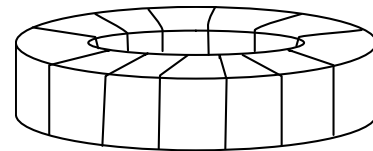


Рис. 3.5

$$H = \frac{I \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (1)$$

Следовательно, магнитное поле в сердечнике является неоднородным.

Энергия неоднородного магнитного поля (3.19):

$$W_m = \int_{(V)} w_m \cdot dV, \quad (2)$$

где w_m – объёмная плотность энергии магнитного поля:

$$w_m = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot H^2}{2} \quad (3)$$

В качестве элементарного объёма dV выберем объём тонкого цилиндрического слоя высотой $h = a$, радиусом r и толщиной dr .

$$dV = a \cdot 2\pi r \cdot dr, \quad (4)$$

где $a = \sqrt{S}$ – сторона сечения тороида.

В пределах этого слоя напряженность поля можно считать постоянной.

Подставим выражения (1), (3), (4) в формулу (2):

$$W_m = \int_b^{b+a} \frac{\mu \cdot \mu_0}{2} \cdot \frac{I^2 \cdot N^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot a \cdot dr = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot I^2 \cdot N^2 \cdot a \cdot \ln\left(1 + \frac{a}{b}\right) \quad (5)$$

Сердечник тороида изготовлен из стали, т.е. является ферромагнетиком. Относительная магнитная проницаемость ферромагнетиков μ зависит от напряженности магнитного поля и может быть найдена с помощью графика зависимости $B=f(H)$ (прил. 1):

$$\mu = B / \mu_0 H.$$

В качестве величины H будем принимать значение H вдоль средней линии тороида, которая находится от центра тороида на расстоянии

$$r = b + a/2.$$

Тогда

$$H = \frac{I \cdot N \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot (a + 2b)}.$$

Подставим числовые значения:

$$H = \frac{1,5 \cdot 600}{3,14 \cdot (\sqrt{25} \cdot 10^{-2} + 0,2)} = 1146 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

По графику $B=f(H)$ для стали находим значение B , соответствующее $H=1146 \text{ А/м}$. $B=1,15 \text{ Тл}$. Теперь можно определить магнитную проницаемость:

$$\mu = \frac{1,15}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1146} = 800.$$

Подставим в (5) данные задачи и подсчитаем энергию магнитного поля:

$$W_m = 800 \cdot 10^{-7} \cdot 1,5^2 \cdot 600^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \ln 1,5 = 1,3 \text{ Дж}.$$

Ответ: $W_m=1,3 \text{ Дж}$.

Задачи, рекомендуемые для аудиторных занятий

Задача 1. Круглая рамка из 200 витков алюминиевой проволоки сечением $S_{\text{пр}}=2,7 \text{ мм}^2$ равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,5 \text{ Тл}$. Площадь рамки $S_p=12,56 \text{ см}^2$. Ось вращения совпадает с диаметром рамки и перпендикулярна магнитному полю. Частота вращения $\nu=2 \text{ Гц}$.

Определить максимальную ЭДС во вращающейся рамке и силу тока в ней в момент времени, когда магнитный поток через поверхность рамки равен нулю.

Ответ: $\varepsilon_{\text{max}} = 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot B \cdot S_p \cdot N$, $\varepsilon_{\text{max}}=1,58 \text{ В}$.

$$I = \frac{\varepsilon_{\text{max}} \cdot S_c \cdot \sin(\pi/2)}{\rho \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot S_p}{\pi} \cdot N}}, \quad I=6,32 \text{ А}.$$

Задача 2. В магнитном поле, индукция которого меняется по закону $B=\alpha+\beta t^2$, где $\beta=10^{-2} \text{ Тл/с}^2$, расположена квадратная рамка со стороной $a=20 \text{ см}$. Плоскость рамки составляет угол $\gamma = 60^\circ$ с направлением магнитного поля. Определить ЭДС индукции в рамке в момент времени $t = 5 \text{ с}$.

Ответ: $\varepsilon=2\beta a^2 t \cos(90-\gamma)$, $\varepsilon=3,46 \text{ мВ}$.

Задача 3. По двум вертикальным проводам, соединенным сверху батареей с ЭДС $\varepsilon = 5 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1 \text{ Ом}$, без трения скользит перемычка, длина которой $l=10 \text{ см}$ и сопротивление $R=2 \text{ Ом}$. Система находится в однородном магнитном поле индукцией $B = 1 \text{ Тл}$, направленной перпендикулярно плоскости чертежа вверх (рис. 3.6). Найти массу перемычки, если установившаяся скорость ее движения $v=6 \text{ м/с}$. Пренебречь силами трения и сопротивлением проводов.

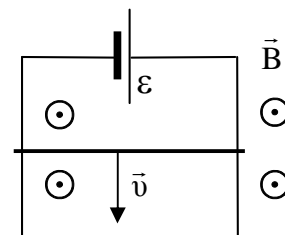


Рис. 3.6

Ответ: $m = \frac{(\varepsilon + B \cdot l \cdot v) \cdot B \cdot l}{(R + r) \cdot g}$, $m=18,7 \text{ г}$.

Задача 4. Цепь состоит из катушки индуктивности $L=1 \text{ Гн}$ и источника тока. Определить сопротивление катушки, если после размыкания цепи сила тока уменьшится до 0,001 первоначального значения через $\Delta t=0,69 \text{ с}$.

$$\text{Ответ: } R = - \frac{L \cdot \ln \frac{I}{I_0}}{\Delta t}, \quad R=10 \text{ Ом.}$$

Задача 5. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R=20$ Ом и индуктивностью $L=0,4$ Гн. Через какой промежуток времени сила тока в цепи достигнет 95% максимального значения?

$$\text{Ответ: } t = - \frac{L}{R} \cdot \ln \left(1 - \frac{I}{I_0} \right), \quad t=0,06 \text{ с.}$$

Задача 6. Найти взаимную индуктивность двух квадратных проводящих контуров, лежащих в одной плоскости и имеющих общий центр. Сторона внешнего контура $a=40$ см, внутреннего $b=5$ мм (рис. 3.7).

$$\text{Ответ: } L_{12} = \frac{10^{-7} \cdot 8\sqrt{2}}{a} \cdot \hat{a}^2, \quad L_{12}=7 \cdot 10^{-11} \text{ Гн.}$$

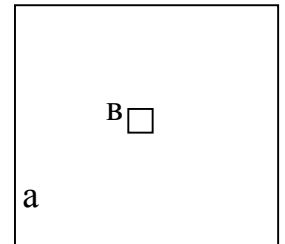


Рис. 3.7

Задача 7. На поверхность тора прямоугольного поперечного сечения высотой $h=5$ см навита обмотка тонкой проволоки, содержащая $N=1000$ витков. Внутренний радиус тора $a=10$ см, наружный $b=28$ см. На тор навита вторичная обмотка с числом витков $n=100$, по которой течет ток $I=1$ А. Определить потокосцепление взаимной индукции обмоток тора.

$$\text{Ответ: } \Psi_{12} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot N \cdot n \cdot h \cdot I \cdot \ln \frac{b}{a}, \quad \Psi_{12}=10^{-3} \text{ Вб.}$$

Задача 8. На деревянный цилиндрический каркас длиной $l=40$ см одна на другой навиты две одинаковые обмотки из медного провода диаметром $d=0,2$ мм. Первая обмотка подключена к источнику тока, а вторая замкнута накоротко. Считая длину обмотки во много раз больше ее диаметра, найти ЭДС источника тока, если при его отключении от первой обмотки по второй пройдет заряд $q=4,26 \cdot 10^{-6}$ Кл. Сопротивлением источника тока пренебречь.

$$\text{Ответ: } \varepsilon = \frac{q \cdot l \cdot 64 \cdot \rho^2}{\mu_0 \cdot \pi \cdot d^4}, \quad \varepsilon=5 \text{ В.}$$

Задача 9. На чугунный цилиндрический каркас диаметром $D=6$ см навита в один слой обмотка из нихромового провода длиной $l_{\text{пр}}=80$ м и сопротивлением $R=40$ Ом. Витки провода плотно прилегают друг к другу. По обмотке течет ток $I=2,4$ А.

Найти: 1) относительную магнитную проницаемость сердечника;
2) энергию магнитного поля в нем, считая его однородным.

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{B}{\mu_0 \cdot H} = 280, \quad H = I \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot R}{4 \cdot \rho \cdot l_{\text{пр}}}} = 1433 \text{ А/м},$$

$$W_m = \frac{B \cdot H}{4} \cdot D \cdot l_{\text{пр}}^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{R \cdot \pi}}, \quad W_m=0,14 \text{ Дж.}$$

Задача 10. При некоторой силе тока плотность энергии магнитного поля соленоида (без сердечника) $w_m=0,2$ Дж/м³. Во сколько раз увеличится плотность энергии магнитного поля при той же силе тока, если соленоид будет иметь железный сердечник?

Ответ: $\frac{w_{m2}}{w_{m1}} = \mu = \frac{B}{\mu_0 \cdot H} = 1580$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Рамка площадью $S=200$ см² равномерно вращается с частотой $n=10$ об/с относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям индукции однородного магнитного поля ($B=0,2$ Тл). Какое среднее значение ЭДС индукции возникает в рамке за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения?

2. Рамка площадью $S=100$ см² содержит $N=10^3$ витков провода сопротивлением $R_1=12$ Ом. К концам обмотки подключено внешнее сопротивление $R_2=20$ Ом. Рамка равномерно вращается в однородном магнитном поле $B=0,1$ Тл, делая $n=8$ об/с. Чему равно максимальное значение мощности переменного тока в цепи?

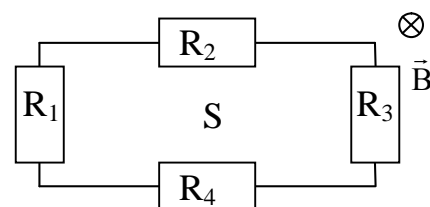
3. Квадратная рамка из нихромовой проволоки диаметром $d=1$ мм лежит в одной плоскости с прямым длинным проводником. По проводнику течет ток $I=5$ А. Сторона рамки $a=40$ см. Рамку повернули на 180° вокруг дальней от провода стороны рамки, находящейся от провода на расстоянии $b=120$ см и параллельной ему. Найти количество электричества, прошедшее по рамке.

4. По длинному прямому проводнику течет ток, вблизи проводника расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R=0,02$ Ом. Проводник лежит в плоскости рамки и параллелен двум её сторонам, расстояния до которых от провода соответственно $a_1=10$ см, $a_2=20$ см. Найти силу тока в проводнике, если при его включении через рамку протекло количество электричества $q=6,93 \cdot 10^{-4}$ Кл.

5. Контур площадью $S=10^{-2}$ м² расположен перпендикулярно к линиям магнитной индукции. Магнитная индукция однородного магнитного поля изменяется по закону $B=(2+5t^2) \cdot 10^{-2}$ Тл. Определить зависимость магнитного потока и ЭДС индукции от времени. Определить мгновенное значение магнитного потока и ЭДС индукции в конце пятой секунды.

6. Кольцевой виток находится в переменном магнитном поле, индукция которого изменяется по закону $B=B_m \cdot \sin \omega t$ и перпендикулярна плоскости витка. Виток, не перекрещивая, превратили в восьмерку, составленную из двух равных колец. Во сколько раз при этом изменилась амплитуда силы тока в витке? Индуктивностью витка пренебречь.

7. Магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, составленного из четырех сопротивлений $R_1=1$ Ом, $R_2=2R_1$, $R_3=3R_1$, $R_4=4R_1$ (рис. 3.8), изменяется по закону $B=2t$. Определить силу тока во всех сопротивлениях. Площадь контура $S=0,5$ м².



8. Однородное магнитное поле перпендикулярно плоскости медного проволочного кольца. Диаметр кольца $D=2$ см, диаметр проволоки $d=2$ мм. С какой скоростью должно изменяться во времени магнитное поле, чтобы сила индукционного тока в кольце была $I=10$ А?

9. В замкнутую накоротко катушку из медной проволоки вводят магнит, создающий внутри катушки однородное магнитное поле с индукцией $B=10$ мТл. Какой электрический заряд пройдет при этом по катушке? Радиус витка катушки $r=10$ см, площадь сечения проволоки $S=0,1$ мм².

10. Тонкий медный провод массой $m=1$ г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле ($B=0,1$ Тл) так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции поля. Определить электрический заряд, который пройдет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

11. Проводящая рамка в форме равностороннего треугольника со стороной $a=10$ см может вращаться вокруг одной из сторон. Рамка помещена в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны оси вращения рамки и параллельны её плоскости. При повороте рамки на некоторый угол по ней прошел заряд $q=10$ мкКл. Определить угол, на который была повернута рамка, если индукция магнитного поля $B=8$ мТл, сопротивление рамки $R=3$ Ом.

12. Катушка, содержащая $N=1000$ витков изолированного провода, находится в однородном магнитном поле, индукция которого равномерно меняется со скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t}=0,8$ Тл/с. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости витков катушки. Концы катушки присоединяют к сопротивлению $R=12$ Ом, значительно превосходящему сопротивление катушки. Определить мощность P тепловых потерь на сопротивлении R . Радиус витка катушки $r=6$ см.

13. Из никелиновой проволоки длиной $1,2$ м и диаметром $0,6$ мм сделали кольцо и поместили его в однородное магнитное поле, индукция которого с течением времени меняется по закону $B=\beta t^2$, где $\beta=0,1$ Тл/с². Плоскость кольца перпендикулярна линиям индукции магнитного поля. Какое количество тепла выделится в кольце через 10 с после внесения его в магнитное поле?

14. Из нихромового провода диаметром 2 мм сделана квадратная рамка площадью 100 см². Рамка помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону: $B=\alpha t^3-\beta t^2$, где $\alpha=3$ Тл/с³; $\beta=1$ Тл/с². Плоскость рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции.

Найти зависимость силы индукционного тока от времени. В какой момент времени сила индукционного тока экстремальна и чему она равна?

15. Проволочное кольцо диаметром $d=0,1$ м расположено перпендикулярно линиям магнитной индукции $B=2$ Тл однородного магнитного поля (рис 3.9а). Какая средняя ЭДС индукции возникает в контуре, если за время $\Delta t=0,1$ с форма контура станет такой, как показано на рис. 3.9б? Диаметр левого кольца $d_1=d/4$. Какой электрический заряд пройдет по кольцу при изменении формы контура, если сопротив-

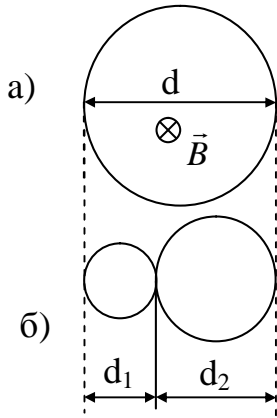


Рис. 3.9

строить график зависимости от времени ЭДС индукции, возникающей в рамке при её движении. Какое количество тепла выделится в рамке?

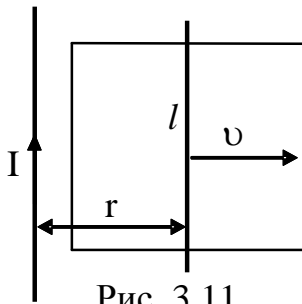


Рис. 3.11

ление проводника $R=0,2$ Ом? Рассмотреть случай, когда форму контура изменяют, перекручивая большее кольцо.

16. Из вольфрамовой проволоки диаметром 3 мм сделано кольцо радиусом 20 см. Кольцо помещено в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости кольца. Магнитная индукция линейно нарастает от нуля до $B=0,8$ Тл за время $t_1=10$ с, а затем линейно убывает от B до $B/2$ за время $t_2=2$ с. Какое количество тепла выделится в кольце за всё это время?

17. Квадратную рамку со стороной $a=2$ мм проносят с постоянной скоростью $v=10$ см/с через область однородного магнитного поля с индукцией $B=1$ Тл шириной $l=1$ см (рис. 3.10). Сопротивление рамки $R=0,02$ Ом. Построить график зависимости от времени ЭДС индукции, возникающей в рамке при её движении. Какое количество тепла выделится в рамке?

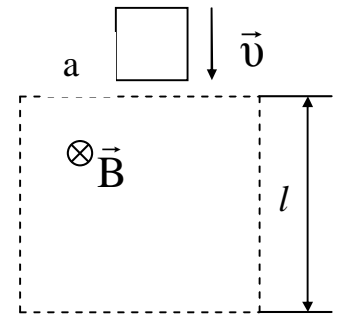


Рис. 3.10

18. Длинный прямой проводник с током I и П-образный проводник расположены в одной плоскости (рис. 3.11). Перемычку, длина которой l и сопротивление R , перемещают вправо с постоянной скоростью v . Найти ток, индуцируемый в контуре, как функцию расстояния r между перемычкой и прямым проводником. Сопротивлением П-образного проводника и самоиндукцией пренебречь.

19. Проводящий стержень OA вращается вокруг точки O в плоскости, перпендикулярной индукции магнитного поля $B=1$ Тл, с угловой скоростью $\omega=300$ рад/с. Свободный конец стержня скользит по дуге окружности радиусом $R=0,1$ м. Между точкой дуги C и точкой крепления стержня включена батарея с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r . Направление вращения стержня и направление магнитной индукции показаны на рис. 3.12. Сопротивление стержня, дуги и контакта не учитывать. Определить разность потенциалов на зажимах батареи.

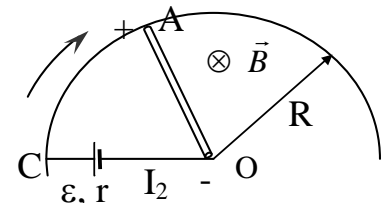


Рис. 3.12

20. Плоская рамка в форме равностороннего треугольника со стороной $a=0,6$ м помещена в однородное поле с индукцией $B=0,2$ мТл так, что линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости рамки. Определить количество теплоты, выделяющееся в рамке, если её преобразовать в квадрат. Рамка выполнена из медной проволоки сечением $S=1$ мм². Считать, что за время преобразования рамки $\Delta t=5$ с тепло выделялось равномерно.

21. Между двумя параллельными проводящими шинами включена лампочка сопротивлением $R=100$ Ом. По шинам без трения может скользить проводящая пере-

мычка. Расстояние между шинами $l=10$ см. Вся система находится в однородном магнитном поле, индукция которого перпендикулярна плоскости, в которой лежат шины (рис. 3.13). Индукция магнитного поля $B=0,2$ Тл. Если переключку тянуть с силой $F=10$ мкН, то она движется с постоянной скоростью. Определить эту скорость. Определить мощность лампочки. Сопротивлением всех элементов цепи, кроме лампочки, пренебречь.

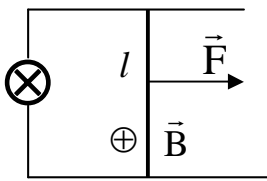


Рис. 3.13

22. П-образный проводник расположен в горизонтальной плоскости и помещен в вертикальное однородное магнитное поле с индукцией $B=0,2$ Тл, как показано на рис. 3.14. По проводнику может скользить переключка длиной $l=0,2$ м и массой $m=0,03$ кг. Коэффициент трения между переключкой и проводником $\mu=0,05$. Переключке сообщают горизонтальную скорость $v=4$ м/с. Какую горизонтальную силу надо приложить к переключке, чтобы она двигалась равномерно? Сопротивление переключки $R=8$ Ом, сопротивлением П-образного проводника пренебречь.

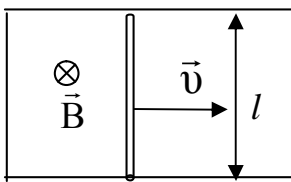


Рис. 3.14

23. По металлическому П-образному стержню перемещают проводящую переключку с постоянной скоростью $v=2$ м/с. Образованный переключкой и стержнем контур (рис. 3.15) находится в однородном магнитном поле, перпендикулярном плоскости контура. Индукция магнитного поля $B=0,1$ Тл, длина переключки $h=0,5$ м. В начальный момент времени расстояние $l_0=1$ м. Определить силу индукционного тока в контуре через $t=0,5$ с после начала движения, если сопротивление единицы длины контура $R_1=1$ Ом/м.

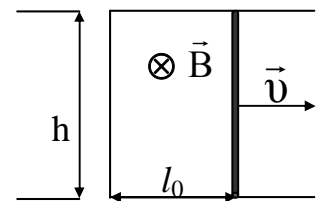


Рис. 3.15

24. Два параллельных проводящих стержня расположены в горизонтальной плоскости на расстоянии $l=0,1$ м друг от друга. Стержни помещены в вертикальное магнитное поле с индукцией $B=0,1$ Тл и замкнуты лежащей на них переключкой массой $m=0,1$ кг. При подключении к стержням источника тока с внутренним сопротивлением $r=0,1$ Ом переключка начинает скользить вдоль них, трогаясь с места с ускорением $a=0,1$ м/с². Какой максимальной скорости может достичь переключка? Сопротивлением стержней, переключки и контактов пренебречь.

25. Горизонтальный проводник массой m и длиной l может скользить по двум вертикальным проводящим стержням без нарушения электрического контакта. Стержни разведены на расстояние l друг от друга и соединены внизу источником тока, ЭДС которого равна \mathcal{E} (рис. 3.16). Перпендикулярно плоскости создано постоянное однородное магнитное поле с индукцией B . Найти установившуюся скорость, с которой будет подниматься проводник. Сопротивление проводника R . Сопротивлением стержней и источника тока, а также трением пренебречь.

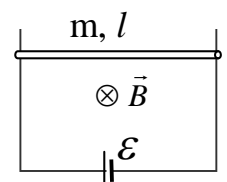


Рис. 3.16

26. В однородном магнитном поле с магнитной индукцией B перпендикулярно силовым линиям со скоростью v перемещают металлический стержень длиной l .

Концы этого стержня присоединены к источнику ЭДС \mathcal{E} , с внутренним сопротивлением r . Сопротивление стержня R . Определить количество теплоты Q , выделившееся за время t в этом стержне. С какой скоростью и в каком направлении нужно перемещать стержень, чтобы тепло в нем не выделялось? Сопротивление подводящих проводов не учитывать.

27. Металлический стержень согнут в виде угла $2\alpha=60^\circ$ (рис. 3.17). Проводящая перемычка, расположенная перпендикулярно биссектрисе угла, перемещается поступательно с постоянной скоростью $v=5$ м/с вдоль биссектрисы, образуя треугольный контур. Система помещена в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, с индукцией $B=0,1$ Тл. Определить силу тока, индуцируемого в контуре, если сопротивление единицы длины контура $\lambda=1$ Ом/м.

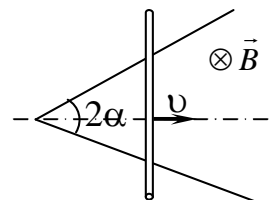


Рис. 3.17

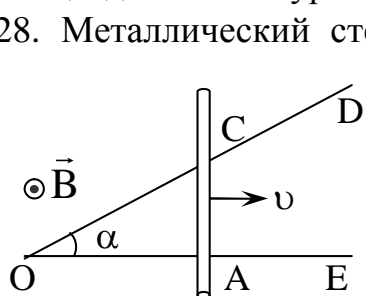


Рис.3.18

28. Металлический стержень AC , сопротивление единицы длины которого λ , движется с постоянной скоростью v , перпендикулярной AC , замыкая два проводника OD и OE , образующих друг с другом угол α (рис. 3.18). Длина OE равна l , и стержень AC перпендикулярен OE . Вся система находится в однородном постоянном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярном плоскости системы. Найти количество теплоты, которое выделится в цепи при движении стержня AC от точки O до точки E . Со-

противлением проводников OD и OE пренебречь.

29. По двум металлическим стержням, замкнутым проводником и расположенным параллельно друг другу (рис. 3.19) на расстоянии $l=0,5$ м под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту, движется стержень массой $m=1$ кг. Система расположена в однородном вертикальном магнитном поле индукцией $B=1$ Тл. Определить установившуюся скорость движения стержня, если коэффициент трения $\mu=0,5$. Сопротивление контура постоянно и $R=1$ Ом.

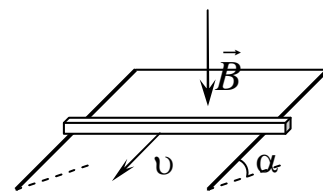


Рис. 3.19

30. Кольцо радиусом $r=6$ см из провода сопротивлением $R=0,2$ Ом расположено перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией $B=20$ мТл. Кольцо складывают не перекручивая так, что получают два одинаковых кольца в виде восьмерки, лежащей в той же плоскости, что и кольцо. Какой заряд пройдет при этом по проводу?

31. На сердечник из немагнитного материала площадью сечения 8 см² намотана катушка, содержащая 600 витков провода, плотно прилегающих друг к другу. Диаметр провода $d=0,5$ мм. По катушке течёт ток, создающий поле с индукцией $B=5$ мТл. Найти индуктивность катушки и ЭДС самоиндукции, если ток уменьшается практически до нуля за время $\Delta t=0,6$ мс.

32. Сколько витков проволоки диаметром 0,4 мм с изоляцией ничтожной толщины нужно намотать на картонный каркас диаметром 2 см, чтобы получить однослойную катушку с индуктивностью 1 мГн? Витки вплотную прилегают друг к другу. Какой магнитный поток и какое потокоцепление создаст соленоид при силе тока 1 А? Найти время, в течение которого сила тока уменьшится практически до нуля, если среднее значение ЭДС индукции, которая при этом возникает в соленоиде, равно 2 В.

33. Обмотка соленоида длиной 30 см состоит из одного слоя плотно прилегающих витков медного провода. Диаметр провода $d=0,12$ мм, диаметр соленоида $D=2$ см. По соленоиду течёт ток. Найти индуктивность соленоида и силу тока в нём, если при замыкании концов катушки накоплено по нему количество электричества 42 мкКл.

34. Катушка сопротивлением $R_1=0,5$ Ом с индуктивностью $L=4$ мГн соединена параллельно с проводником сопротивлением $R_2=2,5$ Ом, по которому течёт ток $I_2=1$ А (рис. 3.20). Определить количество электричества, которое будет индуцироваться в катушке при отключении источника тока.

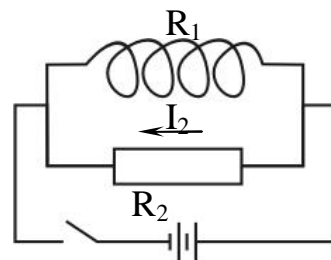


Рис. 3.20

35. На длинный немагнитный каркас, длина которого равна 58 см, навита катушка из медного провода диаметром 0,3 мм. Витки плотно прилегают друг к другу. Масса провода 60 г. По катушке течёт переменный ток, меняющийся по синусоидальному закону с частотой 50 Гц. Чему равно среднее значение ЭДС индукции, возникающей за промежуток времени, в течение которого сила тока в катушке изменится от максимального значения $I_{\max}=10$ А до половины максимального.

36. Обмотка соленоида состоит из 800 витков медного провода, навитого на немагнитный каркас диаметром 4 см. Витки плотно прилегают друг к другу. Сопротивление провода $R=8$ Ом. Найти: 1) индуктивность соленоида; 2) заряд, индуцированный в соленоиде, при равномерном убывании силы тока в нём от 10 А до 2 А.

37. На деревянный цилиндрический каркас диаметром $D=4$ см и длиной 60 см навита катушка из вольфрамового провода. Витки катушки плотно прилегают друг к другу. Индуктивность катушки $L=2 \cdot 10^{-3}$ Гн. Найти: 1) сопротивление катушки; 2) магнитный поток, пронизывающий каждый виток катушки при подключении ее к источнику тока с ЭДС, равной 40 В.

38. Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии равно $R_1=10$ Ом, подключается через катушку индуктивности к двенадцативольтовому аккумулятору. Индуктивность катушки 2 Гн, сопротивление $R=1$ Ом. Через сколько времени после включения лампочка загорится, если она начинает светиться при напряжении на ней 6В?

39. Соленоид изготовлен из провода диаметром 0,3 мм и длиной 200 м, намотанного на немагнитный каркас длиной 40 см. По соленоиду течёт ток 2 А. Найти индуктивность соленоида и потокоцепление соленоида.

40. Имеется катушка длиной 20 см и диаметром 2 см. Обмотка катушки состоит из 200 витков медной проволоки. Витки плотно прилегают друг к другу. Катушка включена в цепь с некоторой ЭДС. При помощи переключателя ЭДС отключается и

катушка замыкается накоротко. Через сколько времени после выключения ЭДС сила тока уменьшится в 2 раза?

41. На круглом деревянном каркасе имеется обмотка из алюминиевой проволоки, масса которой равна 200 г. Витки проволоки плотно прилегают друг к другу. Длина каркаса равна 70 см и много больше диаметра каркаса. Найти постоянную времени обмотки ($\tau=L/R$).

42. Катушка, изготовленная из медного провода диаметром 0,2 мм и длиной 100 м, намотана на немагнитный цилиндрический каркас так, что витки провода плотно прилегают друг к другу. Длина каркаса 60 см, много больше диаметра каркаса. Найти силу тока в катушке спустя время $t=21$ мкс после подключения её к источнику с ЭДС=30 В.

43. На немагнитный цилиндрический каркас диаметром 2,5 см навит длинный прямой соленоид из медного провода. Витки плотно прилегают друг к другу. Индукция магнитного поля внутри соленоида при токе 2 А равна 0,01 Тл. Определить время, по истечении которого сила тока в соленоиде уменьшится до 0,001 первоначального значения, если его замкнули накоротко.

44. К источнику тока с ЭДС=15 В подключены последовательно катушка индуктивности и проводник сопротивлением 2 Ом. Катушка изготовлена из алюминиевого провода массой 200 г и длиной 20 м. Она навита на немагнитный цилиндрический каркас длиной 30 см так, что витки плотно прилегают друг к другу. Определить: 1) индуктивность катушки; 2) силу тока в ней до размыкания цепи; 3) силу тока в проводнике спустя 2 мс после размыкания цепи.

45. К источнику тока подключают катушку, состоящую из 1000 витков медного провода, навитого на немагнитный цилиндрический каркас. Диаметр провода 1 мм, витки плотно прилегают друг к другу. Сопротивление провода $R=20$ Ом. Найти время, в течение которого ток в катушке, нарастая, достигнет значения, отличающегося от максимального на 10%.

46. Обмотка длинного соленоида состоит из 600 витков медного провода, навитого на немагнитный цилиндрический каркас площадью сечения 7 см^2 и длиной 20 см. Витки провода плотно прилегают друг к другу. По соленоиду течёт ток, создающий внутри него магнитный поток 16 мкВб. Найти: 1) индуктивность соленоида; 2) количество электричества, которое протечёт по соленоиду при замыкании его концов накоротко.

47. На длинный деревянный цилиндрический каркас диаметром 4 см навит катушка, содержащая 500 витков медного провода, плотно прилегающих друг к другу. Сопротивление катушки 8 Ом. Катушка соединена параллельно с проводником сопротивлением 2 Ом, по которому течёт ток 12 А. Найти: 1) индуктивность катушки; 2) силу тока в катушке спустя время 0,2 мс после размыкания цепи.

48. Катушка индуктивности, состоящая из 600 витков алюминиевого провода, навитых на деревянный цилиндрический каркас, подключена к источнику ЭДС=10 В. Площадь сечения каркаса 6 см^2 , диаметр провода 1 мм. Витки провода плотно прилегают друг к другу. Найти: 1) силу тока в катушке до отключения источника; 2) потокосцепление катушки.

49. Катушка индуктивности состоит из 1800 витков медного провода длиной 120 м и диаметром 0,3 мм. Катушка намотана на длинный цилиндрический каркас так, что витки плотно прилегают друг к другу, и подключена к источнику ЭДС=30 В. Найти: 1) постоянную времени катушки $\tau=L/R$; 2) спустя какое время после замыкания катушки накоротко, сила тока в катушке станет равна 0,85А.

50. На цилиндрический немагнитный каркас диаметром 5 см намотана обмотка из 400 витков алюминиевого провода диаметром 0,8 мм. Катушку подключают к источнику ЭДС=12 В. Найти индукцию магнитного поля в катушке спустя время 0,3 мс от момента подключения источника.

51. На длинный цилиндрический немагнитный каркас диаметром 3 см намотано две катушки. Первая из медного провода диаметром 0,2 мм, вторая содержит 500 витков алюминиевого провода диаметром 0,6 мм. Витки провода плотно прилегают друг к другу. Найти взаимную индуктивность катушек. Какой ток потечёт по второй катушке, если ток в 1 А, текущий по первой катушке, выключить в течение времени 0,0001 с?

52. По бесконечно длинному соленоиду с площадью поперечного сечения $S=5 \text{ см}^2$ течёт ток $I_1 = 2 \text{ А}$, создающий в соленоиде магнитное поле индукцией $B=5 \text{ мТл}$. На соленоид намотана катушка из алюминиевого провода диаметром 1 мм, содержащая 1000 витков, плотно прилегающих друг к другу. Найти взаимную индуктивность катушки и соленоида. Какой силы ток индуцируется в катушке, если ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t=0,2 \text{ мс}$?

53. По соседству расположены два витка провода. По первому течёт ток 10 А, в цепь второго включён баллистический гальванометр. Полное сопротивление второй цепи 5 Ом. Чему равна взаимная индуктивность витков, если при включении тока в первом витке через гальванометр проходит заряд 0,1 мКл?

54. Вычислить взаимную индуктивность длинного прямого провода и прямоугольной рамки со сторонами a и b . Рамка и провод лежат в одной плоскости, причём ближайшая сторона рамки длиной a параллельна проводу и отстоит от него на расстояние l .

55. Определить взаимную индуктивность тороида и проходящего по его оси прямого бесконечно длинного провода. Тороид имеет квадратное сечение со стороной $a=20 \text{ см}$ и состоит из 400 витков медного провода длиной 200 м и сечением $1,4 \text{ мм}^2$. Внутренний радиус тороида $b = 8 \text{ см}$. Какой заряд пройдёт по тороиду, если ток в 15 А, текущий по проводу, выключить?

56. Вблизи друг друга расположены две квадратные рамки из алюминиевого провода сечением 3 мм^2 и стороной квадрата 10 см. По первой рамке течёт ток 12 А. Какой заряд протечёт по второй рамке при выключении тока в первой, если их взаимная индуктивность 3 мкГн ?

57. Длинный прямой провод и прямоугольная рамка лежат в одной плоскости. По проводу течёт ток 8 А. Рамка изготовлена из медного провода диаметром 1,2 мм. Ближайшая к проводу сторона рамки $a=20 \text{ см}$ и отстоит от провода на расстоянии 12 см, вторая сторона $b=10 \text{ см}$. Какой заряд протечёт по рамке при исчезновении тока в проводе?

58. По оси тороида проходит длинный прямой провод, по которому течёт ток 12 А. Сечение тороида имеет форму квадрата со сторонами $a=30$ см. Внутренний радиус тороида $b=10$ см. Тороид состоит из 200 витков медного провода длиной 300 м и диаметром 1 мм. Тороид намотан на немагнитном каркасе. Какой ток протечёт по тороиду, если ток в проводе уменьшится до нуля в течение времени $\Delta t=20$ мкс?

59. Бесконечно длинный соленоид навит на цилиндрический каркас диаметром 2,25 см. По соленоиду течёт ток. На соленоид навита катушка из медного провода диаметром 0,2 мм. Витки катушки плотно прилегают друг к другу. Какой магнитный поток создаёт в соленоиде текущий по нему ток, если при его исчезновении в катушке индуцируется заряд 62,2 мкКл?

60. На длинный цилиндрический немагнитный каркас навита катушка из провода длиной 300 м. На неё навита вторая катушка такой же длины из алюминиевого провода диаметром 0,8 мм, содержащая 400 витков. Витки катушек плотно прилегают друг к другу. Какой ток нужно пропустить по первой катушке, чтобы при его исчезновении в течение 2 мс во второй катушке индуцировался ток, средняя сила которого равна 8,7 А?

61. На цилиндрический немагнитный каркас диаметром 3 см намотана обмотка, состоящая из 500 витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь сечения провода $1,13$ мм². При какой силе тока в соленоиде энергия магнитного поля в нём будет равна 3 мДж?

62. На немагнитный цилиндрический каркас сечением 20 см² навита катушка из провода диаметром 1 мм и длиной 140 м. Витки провода плотно прилегают друг к другу. При некоторой силе тока, протекающей по катушке, в ней создаётся потокосцепление $\Psi_m=6$ мВб. Найти энергию магнитного поля катушки. Магнитное поле во всём объёме считать однородным.

63. Соленоид, навитый на немагнитный каркас, содержит $N=800$ витков провода. При силе тока 1 А в соленоиде создаётся магнитный поток $\Phi=0,1$ мВб. Определить энергию магнитного поля соленоида, считая его однородным.

64. На немагнитный цилиндрический каркас с диаметром 4 см навита катушка из медного провода длиной 120 м и сопротивлением 2,4 Ом. Витки плотно прилегают друг к другу. Найти энергию магнитного поля катушки, считая его однородным, если индукция магнитного поля в катушке равна 6 мТл.

65. На железном сердечнике диаметром 5 см и длиной 1 м навита катушка из алюминиевого провода. Витки плотно прилегают друг к другу. На катушку подано напряжение 21 В, и по ней течёт ток 0,7 А. Найти энергию магнитного поля в сердечнике, считая поле однородным.

66. По обмотке тороида, навитого на железный сердечник диаметром 6 см, течёт ток 2,2 А. Тороид состоит из 1000 витков медного провода, плотно прилегающих друг к другу. Масса провода 890 г. Найти энергию магнитного поля в сердечнике. Поле считать однородным.

67. На деревянный цилиндрический каркас диаметром 4 см навита катушка, состоящая из 600 витков медного провода диаметром 0,6 мм. Витки плотно прилегают

друг к другу. По катушке течёт ток, при котором энергия магнитного поля в ней равна 12,64 мДж. Найти объёмную плотность энергии поля в катушке и силу тока в ней. Магнитное поле считать однородным.

68. К источнику тока с ЭДС 40 В подключен соленоид, состоящий из 700 витков медного провода сопротивлением 10 Ом. Диаметр провода 0,4 мм, витки плотно прилегают друг к другу. Найти приращение энергии в соленоиде за время 0,3 мс после отключения соленоида от источника тока. Поле в соленоиде считать однородным.

69. К источнику тока с ЭДС 5,6 В подключены последовательно катушка индуктивности и проводник сопротивлением 1,4 Ом. Катушка изготовлена из алюминиевого провода диаметром 2,9 мм и длиной 48 м. Она намотана на железный цилиндрический сердечник длиной 87 см так, что витки плотно прилегают друг к другу. Найти энергию магнитного поля в сердечнике, считая поле однородным.

70. По прямому длинному проводу диаметром 1 см течёт ток силой 10 А. Найти энергию магнитного поля в объёме цилиндра, по оси которого проходит провод. Высота цилиндра 1 м, радиус 2 м. Энергией, заключённой в проводе, пренебречь.

71. На железный сердечник диаметром 3 см намотана катушка из медного провода диаметром 0,2 мм, содержащая 700 витков, плотно прилегающих друг к другу. Катушка соединена параллельно с проводником сопротивлением 6 Ом, по которому течёт ток 2 А. Определить энергию магнитного поля в сердечнике, считая поле однородным.

72. На железный сердечник, имеющий форму тора с квадратным сечением, намотана обмотка из провода длиной 100 м. Внутренний радиус тора $r_1 = 0,2$ м, внешний $r_2 = 0,25$ м. По обмотке течёт ток 4,8 А. Определить энергию магнитного поля в сердечнике, полагая напряжённость поля по всему сечению тора одинаковой и равной напряжённости на средней линии тора.

73. На стальной цилиндрический сердечник длиной 48 см намотана катушка из медного провода длиной 200 м и диаметром 0,6 мм. На катушку подано напряжение 18 В. Витки провода плотно прилегают друг к другу. Найти энергию магнитного поля в сердечнике, считая поле однородным.

74. К источнику тока с напряжением 72 В подключены последовательно катушка индуктивности и проводник сопротивлением 4,7 Ом. Катушка из нихромового провода длиной 60 м и площадью сечения $0,2 \text{ см}^2$ намотана на стальной сердечник. Витки провода плотно прилегают друг к другу. Найти объёмную плотность энергии в сердечнике, считая магнитное поле в нём однородным.

75. На железный сердечник диаметром 6 см намотана катушка из медного провода длиной 100 м и диаметром 1 мм. Катушка подключена к источнику напряжением 5 В. На сколько изменится энергия магнитного поля в сердечнике, если его заменить таким же по размеру стальным сердечником, а медный провод заменить вольфрамовым такой же длины и сечения, как медный? Поле в сердечнике считать однородным. Витки катушек плотно прилегают друг к другу.

76. На чугунном сердечнике диаметром 5 см намотана катушка из провода диаметром 1,2 мм, содержащая 800 витков, плотно прилегающих друг к другу. Найти из-

менение энергии магнитного поля в сердечнике при изменении силы тока в катушке от $I_1=0,6$ А до $I_2=3$ А.

77. Катушка индуктивности, навитая на немагнитный цилиндрический каркас, содержит 300 витков нихромового провода длиной 40 м и диаметром 1,5 мм. Витки провода плотно прилегают друг к другу. Катушка подключена к источнику ЭДС с внутренним сопротивлением 3 Ом. Последовательно с катушкой включено сопротивление 15 Ом. Найти ЭДС источника, если энергия магнитного поля в катушке равна 0,72 мДж.

78. Обмотка соленоида состоит из 400 витков стального провода, плотно прилегающих друг к другу. Диаметр провода 0,8 мм. Если концы обмотки замкнуты накоротко, то по ней пройдет заряд 0,9 мКл. Найти энергию, которой обладал соленоид до его замыкания накоротко. Поле в катушке считать однородным.

79. На стальной сердечник диаметром 5 см навита катушка из провода диаметром 1,2 мм и длиной 100 м. Витки катушки плотно прилегают друг к другу. По катушке течёт ток, создающий в ней магнитное поле напряжённостью 600 А/м. Ток в катушке увеличивается так, что напряжённость становится равной 2600 А/м. Найти: 1) на сколько изменяется индуктивность катушки; 2) во сколько раз увеличивается энергия магнитного поля в сердечнике. Магнитное поле считать однородным.

80. На железный сердечник диаметром 5 см навита катушка из провода диаметром 0,75 мм и длиной 100 м. Витки провода плотно прилегают друг к другу. По катушке течёт ток 2,25 А. Ток в катушке уменьшают в пять раз. Найти: 1) во сколько раз меняется потокосцепление; 2) на сколько изменится энергия магнитного поля. Поле в катушке считать однородным.

81. На железный сердечник диаметром 2 см навита катушка из медного провода длиной 60 м и диаметром 0,4 мм. На чугунный сердечник такого же диаметра навита катушка из стального провода таких же размеров, как и медный. Витки провода плотно прилегают друг к другу. Катушки подключены к одинаковым источникам тока с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 2 Ом. На сколько отличаются энергии магнитного поля в катушках? Поле считать однородным.

82. На стальной цилиндрический сердечник длиной 40 см навита катушка из провода диаметром 0,8 мм. Витки катушки плотно прилегают друг к другу. По катушке течёт ток 2 А. Энергия магнитного поля в катушке равна 1,9 Дж. Считая магнитное поле однородным, найти диаметр сердечника и относительную магнитную проницаемость стали при заданных условиях. Поле считать однородным.

83. На чугунный цилиндрический каркас длиной 40 см навита катушка из вольфрамовой проволоки диаметром 0,9 мм и длиной 60 м. Витки проволоки плотно прилегают друг к другу. Катушка подключена к источнику ЭДС 14 В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Найти: 1) индуктивность катушки; 2) объёмную плотность энергии в ней.

84. На железный цилиндрический сердечник навита катушка из стальной проволоки длиной 25 м и диаметром 0,4 мм. Витки проволоки плотно прилегают друг к другу. Катушка подсоединена к источнику ЭДС=24 В и внутренним сопротивлением 2 Ом. Последовательно с катушкой включено сопротивление 12,1 Ом. При этом в

катушке создаётся магнитный поток 3,9 мВб. Считая магнитное поле в катушке однородным, найти энергию этого поля.

85. На стальной сердечник диаметром 6 см навита катушка, содержащая 700 витков, плотно прилегающих друг к другу. По катушке течёт ток, создающий в сердечнике магнитное поле напряжённостью 300 А/м. Ток в катушке увеличивают, и напряжённость поля становится равной 2600 А/м. Найти: 1) на сколько при этом увеличивается потокосцепление; 2) во сколько раз меняется энергия магнитного поля. Магнитное поле считать однородным.

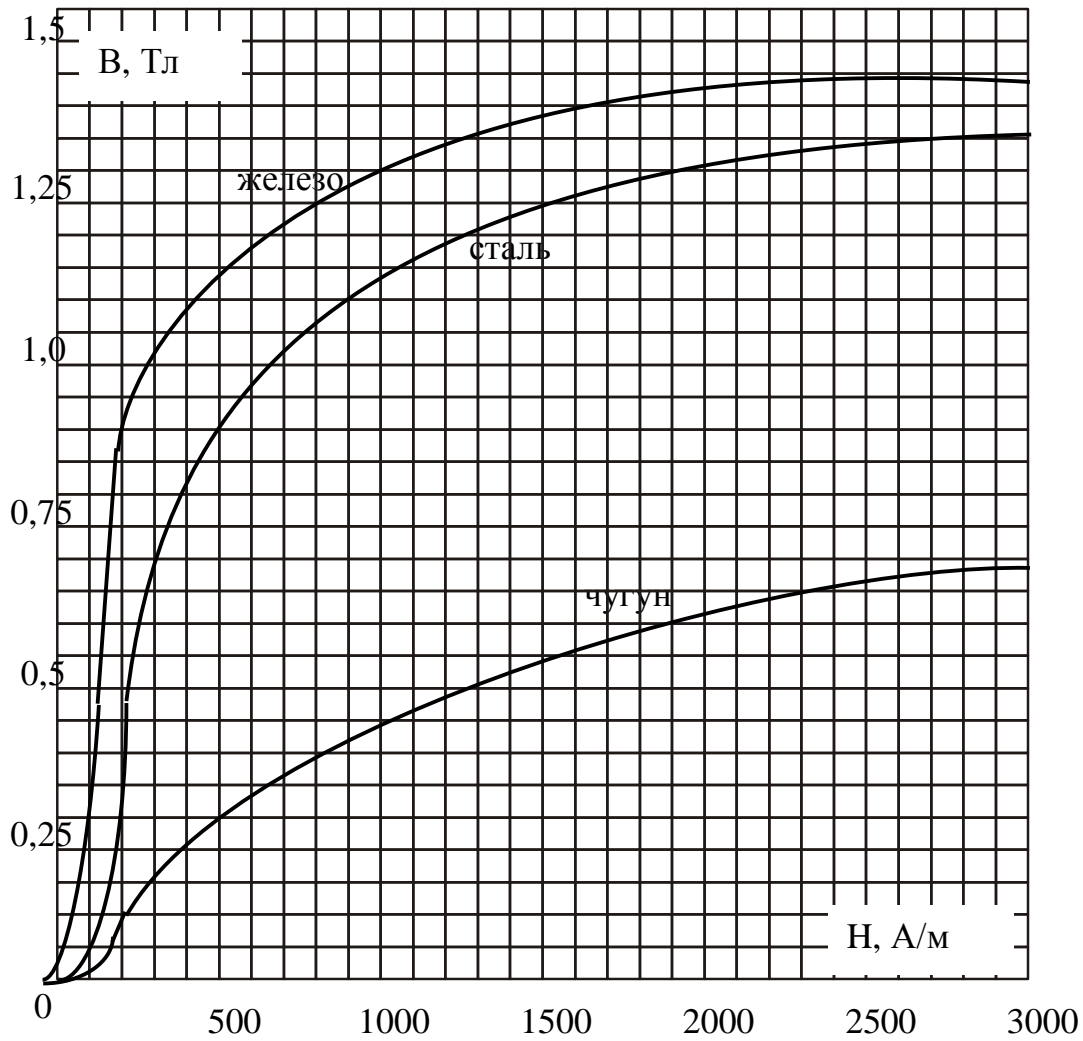
86. На чугунный цилиндрический сердечник длиной 36 см навита катушка из никелинового провода, содержащая 600 витков, плотно прилегающих друг к другу. По катушке идёт ток 1,3 А. Энергия магнитного поля в сердечнике 0,49 Дж. Найти: 1) сопротивление провода; 2) индуктивность катушки.

87. На магнитный цилиндрический стержень длиной 38 см навита катушка из стального провода длиной 60 м. Витки провода плотно прилегают друг к другу. Масса провода 500 г. По катушке течёт ток 2,5 А. Считая магнитное поле в сердечнике однородным, найти индуктивность катушки, если объёмная плотность энергии магнитного поля в сердечнике равна 1710 Дж/м³.

88. На магнитный цилиндрический каркас длиной 42 см навита катушка из вольфрамового провода, содержащая 600 витков, плотно прилегающих друг к другу. Сопротивление провода 10,4 Ом. Найти силу тока в катушке, если энергия магнитного поля в сердечнике равна 4,76 Дж, а относительная магнитная проницаемость сердечника равна 1600.

89. На магнитный цилиндрический сердечник навита катушка из стального провода. Витки провода плотно прилегают друг к другу. Длина катушки 40 см, её индуктивность 2,8 Гн. По катушке течёт ток силой 1,2 А. Найти: 1) диаметр сердечника, если объёмная плотность энергии в нём равна 3400 Дж/м³; 2) массу провода, если его диаметр в 25 раз меньше диаметра сердечника.

90. На магнитный сердечник диаметром 6 см навита катушка из вольфрамового провода диаметром 1 мм. Катушка содержит 400 витков, плотно прилегающих друг к другу. Катушка подсоединена к источнику ЭДС=11,6 В. После отключения катушки от источника тока спустя время 0,6 с сила тока в катушке становится равной 0,4 А. Найти энергию магнитного поля в катушке в этот момент времени. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.



Приложение 2

Плотность веществ

	10^{-3} кг/м^3		10^{-3} кг/м^3
Алюминий	2,7	Никель	8,9
Медь	8,9	Сталь (железо)	7,8

Приложение 3

Удельное сопротивление ρ (при 20°C)

Вещество	$\rho, \times 10^8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$	Вещество	$\rho, \times 10^8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$
Алюминий	2,8	Никелин	42
Вольфрам	5,0	Нихром	110
Железо	9,8	Сталь	12
Медь	1,7	-----	-----

Варианты индивидуального задания

№ вар.	Тема № 1			Тема № 2			Тема № 3		
1	1	15	36	1a	27	57	1	31	61
2	2	16a	37	2	28	58	2	32	62
3	3	17a	38	3	29	59	3	33	63
4	4a	18a	39	4	30	60	4	34	64
5	5a	19a	40	5	31	61	5	35	65
6	6	20	41	6	32	62	6	36	66
7	7	21	42	7	33	63	7	37	67
8	8a	22	43	16	34	64	8	38	68
9	9a	23	44a	8	35	65	9	39	69
10	10a	24	45	9	36	66	10	40	70
11	11a	25	46	10	37	67	11	41	71
12	12a	26a	47	11	38	68	12	42	72
13	13a	27	48	12	39	69	13	43	73
14	14a	28	48	13a	40	70	14	44	74
15	46	29	50	14	41	71	15	45	75
16	56	30	446	15	42	72	16	46	76
17	86	31	51	16	43	73	17	47	77
18	96	32	52	17	44	74	18	48	78
19	106	33	53	136	45	75	19	49	79
20	116	34a	54	18	46	76	20	50	80
21	126	35a	55	19	47	77	21	51	81
22	136	166	44B	20	48	78	22	52	82
23	146	176	56	21	49	79	23	53	83
24	4B	186	57	22	50	80	24	54	84
25	5B	196	58	23	51	81	25	55	85
26	8B	266	59	1B	52	82	26	56	86
27	9B	346	60	24	53	83	27	57	87
28	11B	356	61	25	54	84	28	58	88
29	12B	17B	62	13B	55	85	29	59	89
30	13B	34B	63	26	56	86	30	60	90

Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в журнале группы.

Библиографический список

1. Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособ. для инж.-техн. специальностей вузов.–4-е изд., испр.–М.: Высш. школа, 1997.–542 с.
2. Савельев И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике: для втузов.–2-е изд., перераб.–М.: Наука, 1988.–288 с.
3. Иродов И. Е. Задачи по общей физике: Учеб. пособ.–СПб.:–Издательство «Лань», 2001.–416 с.
4. Трофимова Т. И., Павлова З. Г. Сборник задач по курсу физики с решениями: для студентов техн. вузов.–М.: Высш. шк., 1999.–591 с.
5. Трофимова Т. И. Физика в таблицах и формулах: Учеб. пособие для студентов вузов.–2-е изд., испр.–М.: Дрофа, 2004.–432 с.: ил.

Редактор Е.Е. Дорошенко

Компьютерная верстка А.О. Тетерина

ИД № 06039 от 12.10.01.

Свод. темплан 2006.

Подписано в печать 28.04.06. Формат 60x84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.

Отпечатано на дупликаторе. Усл. печ. л. 4. Уч.-изд. л. 4.

Тираж 200. Заказ 379.

Издательство ОмГТУ, 644050, Омск, пр-т Мира, 11. Т. 23-02-12

Типография ОмГТУ