Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Омский государственный технический университет»

С.В. Данилов

ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Конспект лекций

Омск
Издательство ОмГТУ
2009

УДК 537(075)
ББК 22.3я7
Д 18

Рецензенты:
Т.А. Аронова, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики и химии ОмГУПС;
В.А. Федорук, канд. техн. наук, доцент кафедры физики СИБАДИ.

Данилов, С.В.
Д 18 **Электростатика и постоянный ток**: конспект лекций /С.В. Данилов. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2009. – 56 с.

Приведено краткое изложение разделов «Электростатика» и «Постоянный ток», являющихся частью изучаемого во втором семестре курса физики.
Предназначено для студентов всех форм обучения.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Омского государственного технического университета.

УДК 537(075)
ББК 22.3я7

ПРЕДИСЛОВИЕ

Конспект лекций по разделам курса физики «Электростатика» и «Постоянный ток» представляет собой часть традиционного курса, читаемого на кафедре физики ОмГТУ для студентов всех форм обучения. Он состоит из следующих разделов:

Глава 1. Электрическое поле в вакууме.

Глава 2 Электрическое поле в диэлектриках.

Глава 3 Проводники в электрическом поле. Энергия электрического поля.

Глава 4 Законы постоянного тока.

В первой главе рассматриваются наиболее общие вопросы, связанные с описанием электрического поля как составляющей электромагнитного поля, вводятся определения величин, характеризующих электрическое поле, и исследуется их взаимосвязь, а также формулируются основные законы электростатики. Во второй главе излагаются вопросы, касающиеся особенностей описания электрического поля в диэлектриках, рассматриваются различные механизмы поляризации диэлектриков, изучаются способы расчета характеристик электрического поля при наличии диэлектриков. Третья глава посвящена рассмотрению поведения проводников, помещенных в электрическое поле, а также вопросам, связанным с распределением зарядов на проводниках, электроемкостью проводников и конденсаторов. Также в данной главе рассматриваются методы расчета энергии электрического поля. В четвертой главе сформулированы понятия, характеризующие процесс протекания тока в проводниках. Приведены основные законы постоянного тока и определены области их применения.

Данный конспект является частью методического комплекса, включающего конспекты лекций по всем разделам курса физики, читаемого в ОмГТУ. В конспекте в сжатой форме приводятся основные теоретические и экспериментальные сведения с учетом существующего государственного образовательного стандарта (ГОС) для различных направлений подготовки и специальностей. Кроме того, наличие конспекта лекций позволяет в большем объеме применять при обучении студентов современные мультимедийные технологии.

Методика изложения материала, включенного в конспект лекций, используется автором при чтении лекций по курсу физики в течение многих лет.

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.1. Электромагнитное поле – материальный носитель электромагнитного взаимодействия.

В основе учения об электричестве и магнетизме лежит представление об электромагнитном поле.

Полем называется особый вид материи, передающий взаимодействие материальных объектов.

Электромагнитное поле – это поле, посредством которого осуществляется электромагнитное взаимодействие частиц и тел, обладающих электрическим зарядом.

Электромагнитное поле обладает всеми признаками и свойствами материи – массой, энергией, импульсом и т.д.

При исследовании электромагнитного поля обнаруживаются два его проявления, две неразрывно связанные стороны – электрическое и магнитное поле.

Электрическое поле создается электрическими зарядами и изменяющимся магнитным полем и передает действие электрических сил.

Магнитное поле создается движущимися электрическими зарядами и изменяющимся электрическим полем и передает действие магнитных сил.

Электрическая и магнитная силы – две составляющие электромагнитной силы.

Электрические и магнитные явления обычно рассматривают раздельно, хотя в действительности они неразрывны. Предприняв специальные меры, можно выделить либо «чисто» электрические, либо «чисто» магнитные явления.

1.2. Электрические заряды.

Электрический заряд – скалярная физическая величина, характеризующая способность материальных объектов вступать в электромагнитное взаимодействие и определяющая интенсивность этого взаимодействия.

Электрическим зарядом обладают элементарные частицы материи – электроны, протоны, позитроны и т.д.

Известны два рода электрических зарядов, условно называемых положительными и отрицательными. Исторически сложилось так, что заряд, присущий элементарной частице – электрону, считается отрицательным, а заряд, которым обладает протон, считается положительным.

Как известно, одноименные заряды отталкиваются друг от друга, а разноименные заряды притягиваются. Экспериментально установлено, что абсолютная величина электрического заряда всех заряженных элементарных частиц одинакова и равна

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл.$$

Этот минимальный электрический заряд называется элементарным.

Заряд любого заряженного тела состоит из множества элементарных зарядов и называется макроскопическим. Такой заряд можно считать изменяющимся непрерывно, поскольку он велик по сравнению с элементарными.

Электрический заряд – неотъемлемое свойство заряженных частиц. Заряженная частица не может «потерять» заряд, так же, как она не может «лишиться» массы. Неуничтожимость электрического заряда проявляется в законе сохранения электрического заряда:

Полный электрический заряд замкнутой системы сохраняется

$$q_1+q_2+\ldots+q_n=const.$$

Раздел электричества, который изучает взаимодействие покоящихся макроскопических зарядов, а также свойства электрических полей, связанных с такими зарядами, называется электростатикой. Электрические поля созданные неподвижными зарядами, называются электростатическим, а электрические силы, характеризующие взаимодействие таких зарядов, электростатическими или кулоновскими.

1.3. Закон Кулона.

Заряженное тело оказывает (через посредство электрического поля) силовое воздействие на другие заряженные тела. Кулон в 1785 г. установил закон взаимодействия неподвижных точечных электрических зарядов. Заряд называется точечным, если он сосредоточен на теле, размерами которого в данных условиях можно пренебречь.

Согласно закону Кулона:

Сила, с которой точечный заряд q_1 действует в вакууме на другой точечный заряд q_2, прямо пропорциональна произведению величин зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена по прямой, соединяющей заряды.

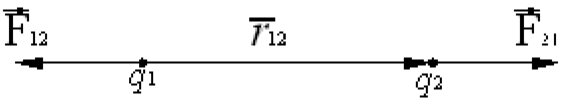

Рис. 1

$$\vec{F}_{21}=k\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}.$$

где $\vec{r}_{12}$ – радиус вектор, проведённый от q_1 к q_2,

k - положительный коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Сила $\vec{F}_{12}$, с которой заряд q_2 действует на заряд q_1, равна по модулю и противоположна по направлению силе $\vec{F}_{21}$ (рис. 1):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Модули сил $\vec{F}_{21}$ и $\vec{F}_{12}$ равны:

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где r- расстояние между зарядами.

В системе СИ коэффициент k принято представлять в следующем виде:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$$

Величина $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{Кл^2}{Н \cdot м^2}$ называется электрической постоянной.

1.4. Напряженность электрического поля.

Электрическое взаимодействие зарядов осуществляется через посредство электрического поля. Каждый заряд создаёт в окружающем пространстве электрическое поле и через него действует на другие заряды. Исследовать электрическое поле можно с помощью малого по модулю точечного заряда, который называют пробным зарядом.

Как показывает опыт, сила, действующая на пробный заряд, помещенный в данную точку поля, зависит как от свойств поля в этой точке, так и от величины заряда. Сила же, отнесённая к единице пробного заряда (отношение $\frac{F}{q}$), зависит только от свойств поля в рассматриваемой точке и, следовательно, может служить его характеристикой. Эта векторная характеристика поля называется напряжённостью.

Напряженность электрического поля в данной точке - *векторная физическая величина, характеризующая силовое действие поля на находящиеся в нем электрические заряды и равная силе, с которой поле действовало бы на единичный положительный точечный заряд, помещенный в эту точку:*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Отсюда следует, что, если известна напряжённость поля, то можно найти силу, с которой поле действует на заряд в данной точке:

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Чтобы найти напряженность поля точечного заряда q в вакууме, нужно в определение напряженности подставить выражение для силы, с которой q действует на пробный заряд q'.

По закону Кулона

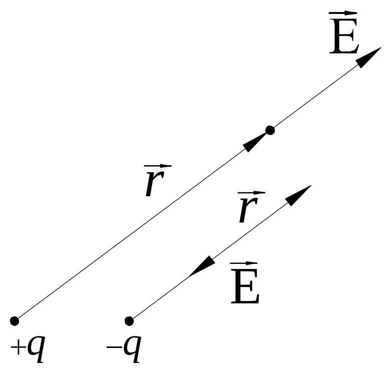

Рис. 2

$$\vec{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от q в точку, где находится пробный заряд q'.

Следовательно: $$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}.$$

Покажем на рис. 2 направление вектора $\vec{E}$. Если $q > 0$, то вектор $\vec{E}$ направлен радиально от заряда q, создающего поле, если $q<0$, то вектор $\vec{E}$ направлен к заряду q, создающему поле.

Модуль вектора напряженности поля точечного заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Единица измерения Е, как следует из определения, $1\frac{Н}{Кл}$.

1.5. Принцип суперпозиции полей.

Электростатическое поле создается неподвижными электрическими зарядами и неразрывно с ними связано. Электрические заряды могут быть точечными и протяженными.

Пусть поле создано в вакууме системой точечных зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_n$. Заряд q_1, взятый в отдельности, действует на пробный заряд q, помещенный в данную точку с силой $\vec{F}_1$, заряд q_2 с силой $\vec{F}_2$ и т.д.

Опыт показывает, что результирующая сила $\vec{F}$, действующая на пробный заряд, равна сумме сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, … $\vec{F}_n$.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n$$

Разделив это на q', получим выражение для результирующей напряженности

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_n$$

или $$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i$$

Таким образом, *напряженность поля, созданного системой зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности – принцип суперпозиции полей.*

При непрерывном распределении зарядов суммирование заменяется интегрированием элементарных напряженностей $d\vec{E}$, создаваемых отдельными элементарными порциями заряда dq.

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \, .$$

1.6. Расчет электрических полей на основе принципа суперпозиции.

Важной прикладной задачей электростатики является расчет электрических полей, имеющихся в различных приборах и аппаратах – конденсаторах, электронных лампах, кабелях и т.д. Рассчитать поле – значит определить в любой его точке модуль и направление вектора напряженности. Эта задача, в общем случае, решается на основе принципа суперпозиции.

Рассмотрим в качестве примера поле электрического диполя.

Электрический диполь – это система двух равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов q_+ и q_-, смещенных на некоторое расстояние l друг относительно друга (рис. 3).

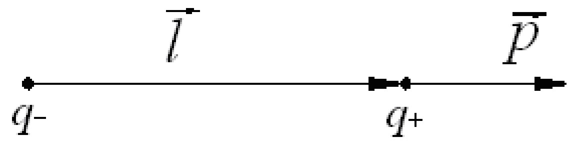

Рис.3

Ориентацию диполя в пространстве указывает плечо диполя $\vec{l}$ – вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному и равный по модулю расстоянию между зарядами.

Вектор $\vec{p}$, равный произведению модуля одного из зарядов диполя на плечо диполя называется электрическим дипольным моментом:

$$\vec{p} = q\,\vec{l} \, .$$

В соответствии с принципом суперпозиции, напряженность $\vec{E}$, создаваемая диполем в произвольной точке равна сумме напряженностей $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$, создаваемых зарядами q_+ и q_- диполя.

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

Найдем напряженность в точке M, лежащей на оси диполя и отстоящей от его центра на расстояние $r >> l$ (рис. 4).

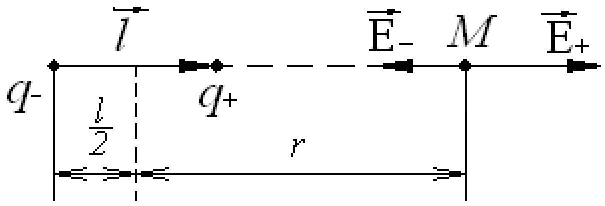

Рис.4

Так как в этой точке $\vec{E}_+ \uparrow\downarrow \vec{E}_-$, то модуль результирующий напряженности равен разности модулей E_+ и E_-

$$E_{\parallel} = E_+ - E_-$$

Из формулы для напряженности поля точечного заряда:

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r - \frac{l}{2}\right)^2},$$

$$E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r + \frac{l}{2}\right)^2},$$

$$E_{\parallel} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}\right] = \frac{2qlr}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2}$$

Пренебрегая $\frac{l^2}{4}$ по сравнению с r^2 и учитывая, что $p = ql$ – модуль дипольного момента – можно записать:

$$E_{\parallel} = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}.$$

Найдем теперь напряженность в точке N, отстоящей от центра диполя на расстоянии $r \gg l$ и лежащей на перпендикуляре и оси диполя (рис. 5).

Так как расстояние от q_+ и q_- до N одинаковы, то $E_+ = E_-$ и равнобедренные треугольники, основаниями, которых служат $\vec{E}_\perp$ и $\vec{l}$, подобны. Из подобия треугольников следует, что

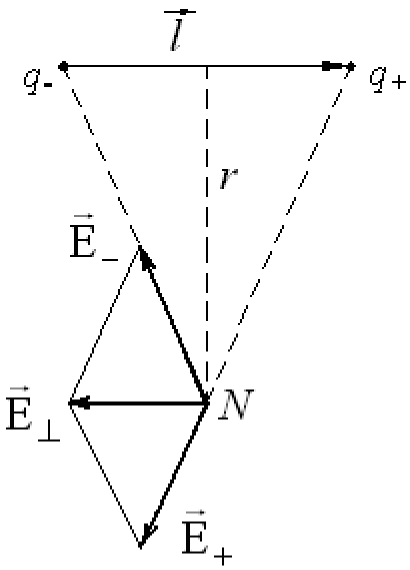

Рис. 5

$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$

или, учитывая, что $r>>l$,

$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{r} \rightarrow E_\perp = E_+ \frac{l}{r}.$$

Подставляя сюда, $E_+ = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2 + \dfrac{l^2}{4}\right)} \approx \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$,

получим $\quad E_\perp = \dfrac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \dfrac{P}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$.

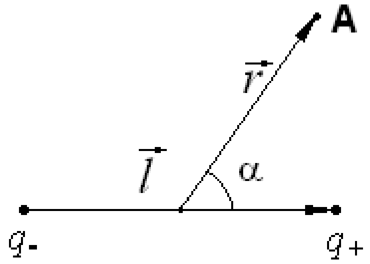

Рис. 6

Можно показать, что в произвольной точке А, отстоящей от центра диполя на расстояние $r>>l$ (рис. 6) модуль напряженности поля равен

$$E = \frac{P}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\alpha}$$

где α – угол между $\vec{l}$ и $\vec{r}$.

1.7. Линии вектора напряженности.

Электрическое поле можно изобразить графически с помощью линий вектора напряженности (силовых линий).

Линия вектора напряженности – воображаемая линия, проведенная в электрическом поле так, что вектор напряженности в каждой её точке направлен по касательной к этой линии. Линиям $\vec{E}$ *приписываются направления, совпадающие с направлениями* $\vec{E}$ *в каждой точке поля (рис. 7).*

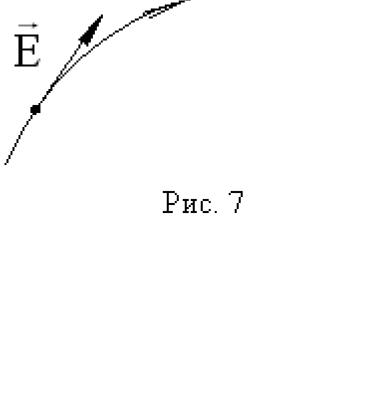

Рис. 7

С помощью силовых линий можно охарактеризовать не только направление, но и модуль $\vec{E}$. Принято проводить силовые линии с такой густотой, чтобы их число через единичное сечение, перпендикулярное к линиям, было равно или пропорционально модулю напряженности в этом месте.

Отметим некоторые особенности силовых линий электростатического поля.

1) Линии $\vec{E}$ электростатического поля всегда разомкнуты: они начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных. Линии также могут уходить в бесконечность или приходить из бесконечности.
2) Линии $\vec{E}$ нигде не пересекаются. Это является следствием того, что напряжённость – однозначная характеристика поля, в каждой точке вектор $\vec{E}$ имеет единственное направление.
3) Линии $\vec{E}$ однородного поля (с постоянной $\vec{E}$) параллельны друг другу и проходят с одинаковой густотой; линии неоднородного поля не параллельны.
4) Линии $\vec{E}$ нельзя отождествлять с траекториями движения положительно заряженных частиц. Касательные к траекториям указывают направление скорости, касательные к линиям $\vec{E}$ – направление силы, а значит и ускорения. В случае криволинейного движения направление скорости и ускорения не совпадают.

На рис. 8 показаны примеры изображения электрического поля с помощью линий напряженности.

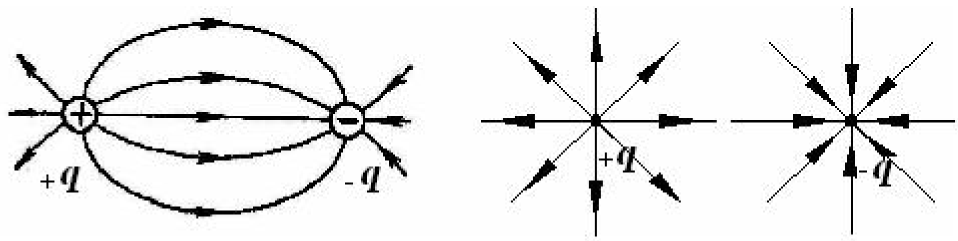

Рис. 8

1.8. Поток вектора напряжённости.

Расчёт электрического поля, основанный на применении принципа суперпозиции – задача несложная принципиально, но, как правило, громоздкая математически. Для облегчения расчетов был разработан ряд вспомогательных методов и приёмов. Один из таких приёмов основан на теореме Гаусса.

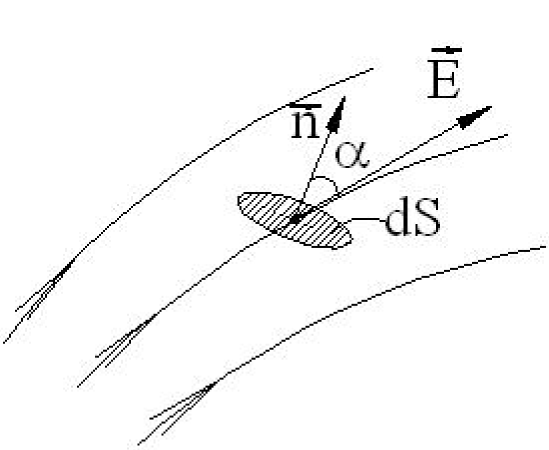

Рис. 9

Прежде, чем сформулировать эту теорему, введём понятие потока вектора напряжённости.

Элементарным *потоком вектора напряжённости* через элементарную площадку dS, ориентированную в электрическом поле произвольно, называется скалярная величина

$$dN = \vec{E} \cdot d\vec{S},$$

где $\vec{E}$ – вектор напряжённости в том месте, где находится площадка dS. $d\vec{S} = dS\,\vec{n}$ – вектор, равный по модулю площади поверхности dS и совпадающий по направлению с нормалью к площадке $\vec{n}$ (рис. 9).

Площадка dS настолько мала, что её можно считать плоской, а напряжённость

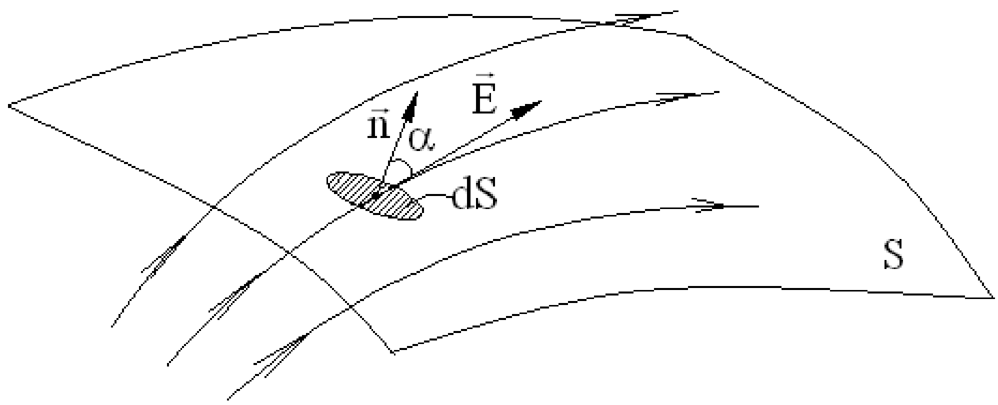

Рис. 10

поля $\vec{E}$ одинаковой во всех её точках.

Чтобы найти поток вектора $\vec{E}$ через произвольную поверхность S (рис. 10), нужно проинтегрировать:

$$N = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}\ .$$

Если поверхность S – замкнутая, знак интеграла снабжается кружком:

$$N = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS}\ .$$

Если использовать графическую интерпретацию электрического поля с помощью силовых линий, то поскольку число линий $\vec{E}$, пронизывающих единичную площадку, перпендикулярную к линиям, равно модулю вектора $\vec{E}$ в этом месте, то поток $\vec{E}$ можно определить, как число линий вектора напряженности, пронизывающих всю поверхность S.

Поток вектора $\vec{E}$ – величина алгебраическая. Знак потока зависит от выбора направления нормалей к элементарным площадкам dS, на которые разбивается поверхность S. Условимся в случае замкнутых поверхностей под нормалью к площадке dS понимать внешнюю нормаль.

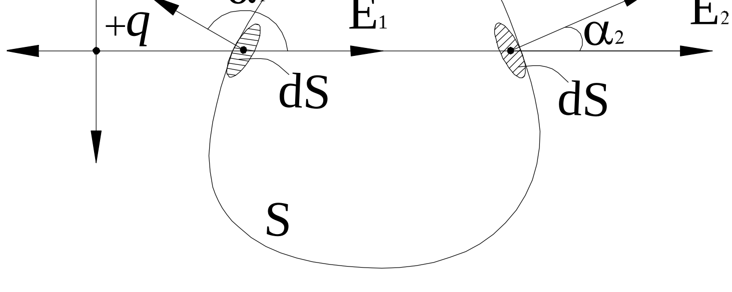

Рис. 11

Тогда поток через площадку dS будет положительным, если угол α - острый $(\cos\alpha > 0)$ и линии напряженности выходят из объема ограниченного поверхностью. Если же угол α – тупой $(\cos\alpha < 0)$, то поток через площадку dS отрицателен, а линии $\vec{E}$

входят в объем, ограниченный поверхностью S (рис. 11).

1.9. Теорема Гаусса.

Теорема Гаусса устанавливает связь между потоком вектора напряженности через произвольную замкнутую поверхность и суммарным электрическим зарядом, находящимся в объеме, ограниченном этой поверхностью.

Поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность, равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на электрическую постоянную ε_0*:*

$$N = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{или} \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Если поле создано системой зарядов, то под q следует понимать алгебраическую сумму зарядов, охватываемых поверхностью S:

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i .$$

В случае, когда заряды, охватываемые поверхностью S, распределены непрерывно, q вычисляется:

$$q = \int_V \rho \, dV ,$$

$$q = \int_S \sigma \, dS ,$$

$$q = \int_L \tau \, dl ,$$

где ρ, σ, τ – соответственно объёмная, поверхностная, линейная плотности зарядов. V, S, l – объём, поверхность, линия, по которым распределены заряды, охватываемые поверхностью S.

1.10. Применение теоремы Гаусса к расчёту электрических полей.

Теорема Гаусса облегчает расчёт электрического поля только в том случае, если электрическое поле обладает симметрией и если вспомогательная замкнутая поверхность (гауссова) выбрана правильно: форма этой поверхности должна быть такой, чтобы её элементы dS были либо параллельны, либо перпендикулярны к линиям поля. Модули напряжённости на всех площадках, перпендикулярных к полю, должны быть одинаковы. Последнее достигается выбором поверхности, симметричной относительно заряда, попадающего внутрь поверхности. Схема расчёта полей на основе теоремы Гаусса такова:

1) Исходя из общих принципов симметрии проводим силовые линии электрического поля.

2) В зависимости от «формы» поля выбираем симметричную гауссову поверхность, так, чтобы точка в которой рассчитывают $\vec{E}$ лежала на этой поверхности.

3) Вычисляем N через эту поверхность по определению потока.

4) Находим заряд, охватываемый гауссовой поверхностью.

5) Приравниваем $N = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$. Последнее равенство решаем относительно E.

1. Поле равномерно заряженной по поверхности сферы.

Обозначим R– радиус сферы, q– её заряд.

Электрическое поле равномерно заряженной сферы симметрично относительно её центра; значит геометрическое место точек, в которых модули напряженности одинаковы, представляет собой тоже сферу, центр которой совпадает с центром заряженной сферы. Следовательно, в качестве гауссовой поверхности следует выбрать сферу радиуса r (рис. 12).

Рассмотрим два случая:

а) $r \geq R$. Так как $\vec{E} \parallel \vec{n}$ во всех точках гауссовой поверхности, то

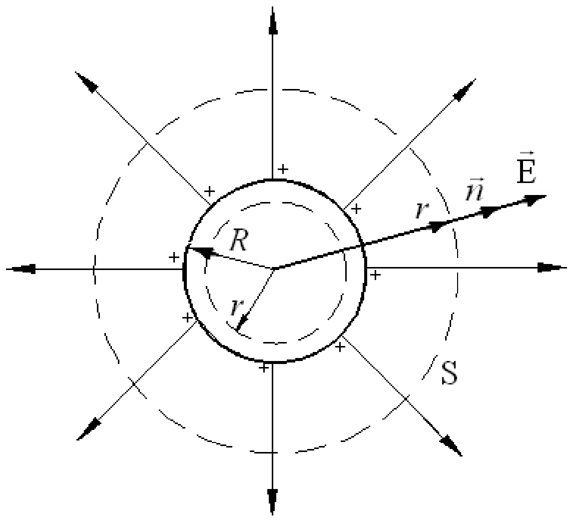

Рис. 12

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S EdS = E\oint_S dS = ES = E4\pi r^2 .$$

Внутрь этой гауссовой поверхности попадает весь заряд, создающий поле.

По теореме Гаусса $N = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$.

Приравняем правые части равенств и получим

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

а в точках, лежащих на поверхности заряженной сферы (r = R),

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

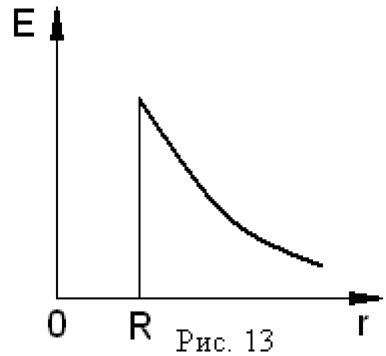

Рис. 13

б) r < R. Т.к. внутри гауссовой сферы теперь нет зарядов, все они, по условию, распределены по поверхности радиуса R, то $N=ES=0$. Отсюда E=0.

Построим график зависимости E от r (рис. 13). Как следует из полученных расчетов, внутри сферы поле отсутствует, при переходе через заряженную поверхность напряженность скачком возрастает до максимального значения и затем убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра сферы.

2. <u>Поле сферы, равномерно заряженной по объему.</u>

Рассмотрим сферу радиуса R, внутри которой равномерно распределен некоторый заряд q. Так как распределение заряда является сферически симметричным, то и поле этого заряда будет симметричным относительно центра сферы. Следовательно, и в этом случае гауссова поверхность должна представлять собой сферу радиуса r (рис.). Рассмотрим два случая:

а) $r \geq R$. Так как $\vec{E} \parallel \vec{n}$ во всех точках гауссовой поверхности, то

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S EdS = E\oint_S dS = ES = E4\pi r^2 .$$

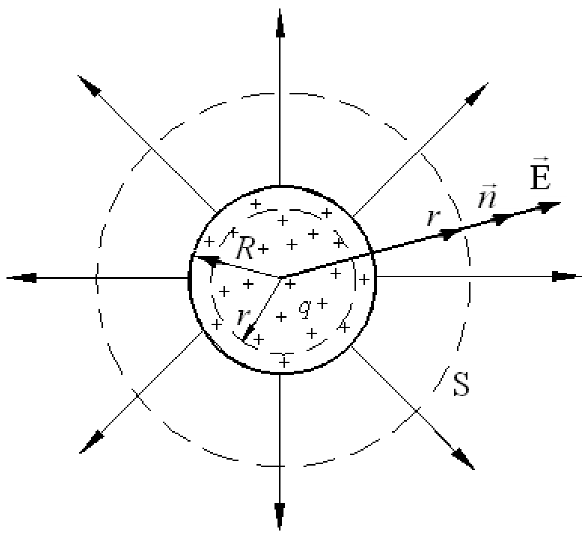

Рис. 14

Внутрь этой гауссовой поверхности попадает весь заряд, создающий поле.

По теореме Гаусса

$$N = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Приравняем правые части равенств и получим

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} .$$

б) r< R. В этом случае поток вектора напряженности через поверхность гауссовой сферы также равен $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E4\pi r^2$, а заряд, попавший внутрь этой сферы равен теперь

$$\sum q_i = q\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = q\frac{r^3}{R^3} .$$

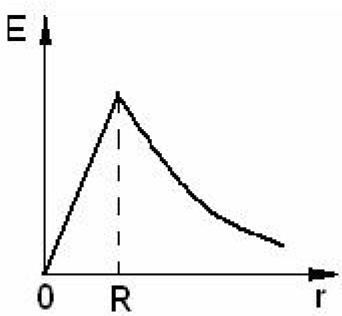

Рис.15

Приравнивая правые части равенств, получим $E4\pi r^2 = \dfrac{qr^3}{\varepsilon_0 R^3}$, отсюда

$$E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} .$$

Таким образом, напряженность поля внутри сферы линейно возрастает от нуля до максимального значения $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$ на поверхности сферы, а затем вне сферы убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от ее центра (рис. 15).

3. Поле бесконечной заряженной плоскости.

Пусть $\sigma = \dfrac{dq}{dS}$ – поверхностная плотность заряда плоскости. Для определенности заряд плоскости будем считать положительным. Найдём поле на расстоянии r от плоскости.

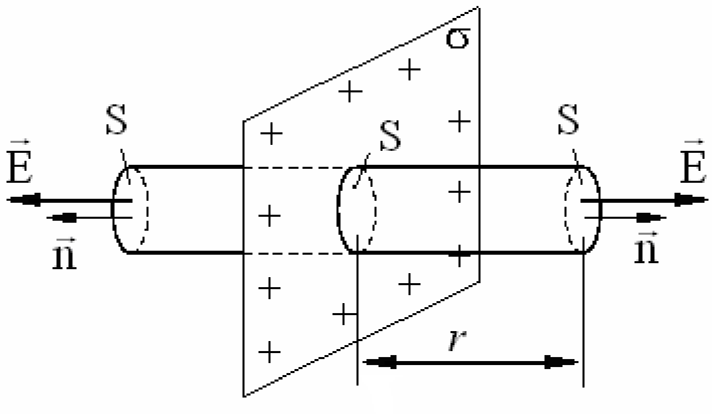

Рис.16

Электрическое поле бесконечной равномерно заряженной плоскости симметрично относительно её поверхности. Вследствие симметрии линии $\vec{E}$ идут в обе стороны от плоскости перпендикулярно к ней. В точках, расположенных по обе стороны от плоскости на одинаковых расстояниях, векторы напряженности поля должны, иметь одинаковые модули, но противоположные направления. Следовательно, гауссовой поверхностью может служить поверхность цилиндра, образующие которого параллельны линиям поля, а основания S расположены на одинаковых расстояниях r от плоскости (рис. 16). Полный поток $\vec{E}$ через эту поверхность складывается из потоков через основания цилиндра и его боковую поверхность:

$$N = \int\limits_{S_{лев.осн.}} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int\limits_{S_{прав.осн}} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int\limits_{S_{бок.}} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

Поток через боковую поверхность равен нулю, так как вектор $\vec{E}$ параллелен этой поверхности. Потоки через оба основания одинаковы, тогда

$$N = 2\int\limits_{S} \vec{E}\cdot d\vec{S} = 2ES$$

Внутрь цилиндра попадает заряд $q = \sigma S$. По теореме Гаусса:

$$N = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

Приравняв правые части, получим

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Видно, что E не зависит от r, то есть поле плоскости – однородное.

4. Поле двух параллельных бесконечных равномерно заряженных плоскостей.

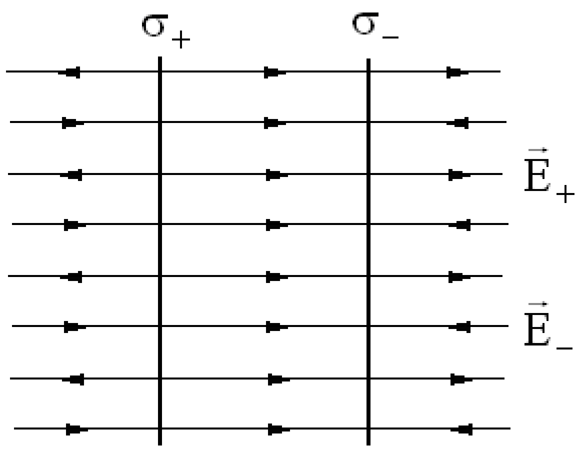

Рис. 17

Пусть поверхностные плотности зарядов плоскостей 1 и 2 равны по модулю и противоположны по знаку $|\sigma_+| = |\sigma_-| = \sigma$.

Результирующее поле, создаваемое обеими плоскостями, найдём, основываясь на принципе суперпозиции. Как положительно, так и отрицательно заряженная плоскость создают поля с напряжённостью, модуль которой равен

$$E_+ = \frac{|\sigma_+|}{2\varepsilon_0} = E_- = \frac{|\sigma_-|}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} .$$

В пространстве между плоскостями поля $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ имеют одинаковые направления, поэтому модуль результирующей напряжённости здесь равен сумме модулей $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$: $$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

В пространстве за плоскостями поля $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ имеют противоположные направления, поэтому при наложении они взаимно компенсируют друг друга. Модуль результирующей напряжённости здесь равен нулю (рис. 17).

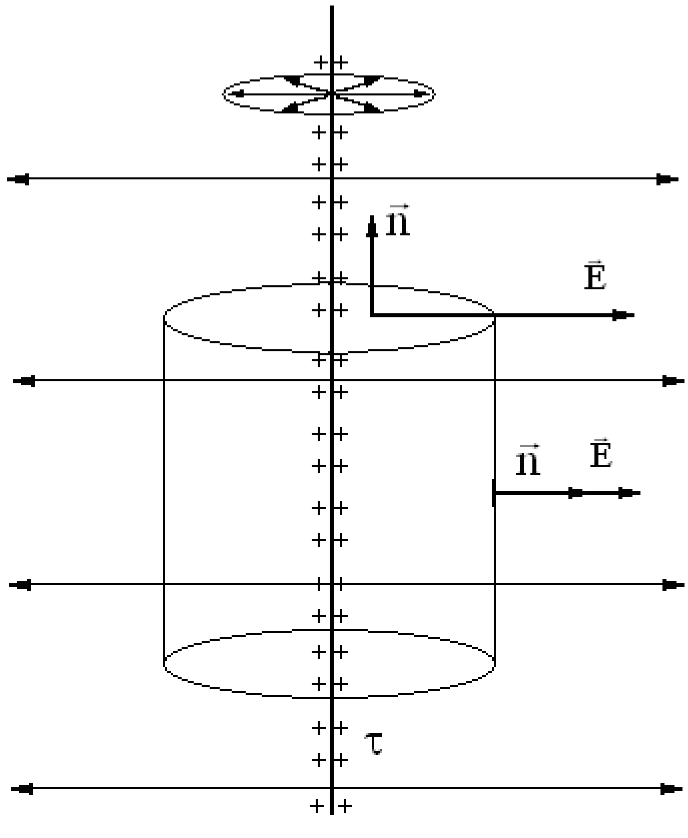

Рис. 18

5. Поле бесконечной, равномерно заряженной, прямой нити.

Пусть $\tau = \dfrac{dq}{dl}$ – линейная плотность заряда нити. Будем считать заряд нити положительным. Найдём напряженность поля на расстоянии r от нити.

Рассматриваемое поле симметрично относительно нити. Из симметрии следует, что линии $\vec{E}$ – радиальные прямые, перпендикулярные к нити. Геометрическим местом точек, в которые модули E одинаковы, является цилиндрическая поверхность. Следовательно, в качестве гауссовой поверхности следует выбирать замкнутую цилиндрическую поверхность радиусом r и высотой h, коаксиальную с нитью (рис. 18). Поток $\vec{E}$ через эту поверхность складывается из потока через боковую поверхность и потоков через два основания цилиндра:

$$N = \oint\limits_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int\limits_{S_{бок.}} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int\limits_{S_{верх.осн}} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int\limits_{S_{ниж.осн.}} \vec{E}\cdot d\vec{S}.$$

Но потоки через основания цилиндра равны нулю, так как эти основания параллельны линиям $\vec{E}$. На боковой же поверхности цилиндра $\vec{E} \parallel d\vec{S}$.

Тогда $N = \int\limits_{S_{бок.}} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int\limits_{S_{бок.}} E\cdot dS = E\int\limits_{S_{бок.}} dS = E\,S_{бок.} = E\,2\pi rh$

Гауссова поверхность заключает в себе заряд $q = \tau\,h$.

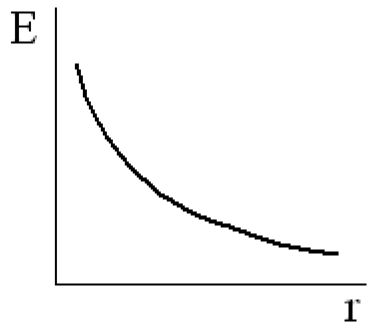

Рис. 19

По теореме Гаусса $N = \dfrac{q}{\varepsilon_0} = \dfrac{\tau\,h}{\varepsilon_0}$, тогда получим

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

Таким образом, напряженность поля, созданного заряженной нитью, убывает обратно пропорционально расстоянию от нити (рис. 19).

1.11. Работа сил электростатического поля.

Пусть точечный заряд q' перемещается по произвольному пути S_{12} из положения $\vec{r}_1$, в положение $\vec{r}_2$ в поле, созданном зарядом q (рис. 20). Элементарная работа, совершаемая при перемещении q на $d\vec{l}$ вдоль траектории равна $\delta A = \vec{F}\cdot d\vec{l}$ или $\delta A = F\,dl\,cos\alpha$.

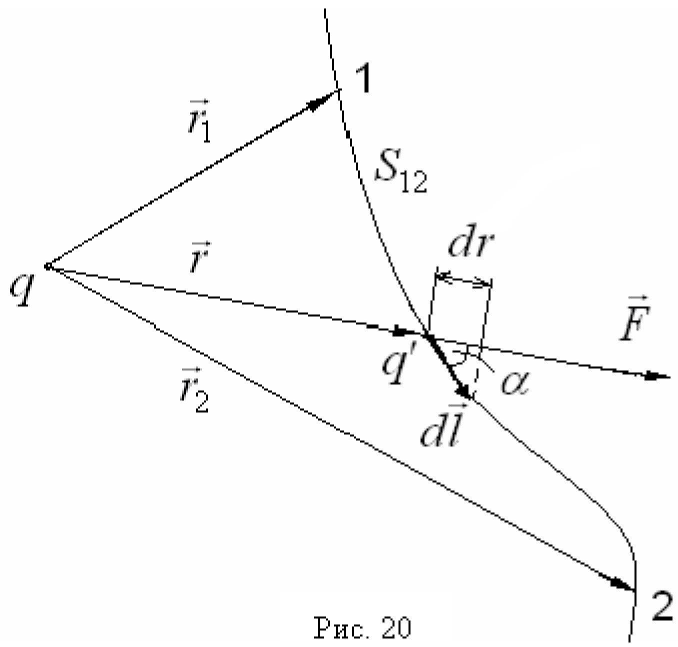

Рис. 20

Видно, что $dl\,cos\alpha = dr$, где dr – приращение модуля радиуса вектора, определяющего положение заряда q', то есть $\delta A = F\,d\,r$.

Подставим модуль силы F из закона Кулона:

$$\delta A = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr.$$

Проинтегрировав последнее выражение по r от r_1 до r_2 , получим работу на участке 1,2.

$$A_{12}=\int_{r_1}^{r_2}\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2}=\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r_1}-\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r_2}.$$

Самое важное в полученном результате то, что работа сил электрического поля не зависит от формы пути, по которому происходит перемещение заряда, а зависит только от координат начальной и конечной точки пути. Следовательно, электростатические, кулоновские, силы консервативны, а их материальный носитель – электростатическое поле – потенциально, значит заряд в электростатическом поле должен обладать потенциальной энергией.

1.12. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.

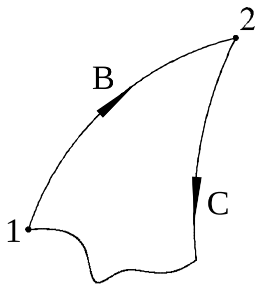

Рис. 21

Независимость работы сил электростатического поля от формы пути является признаком потенциальности этого поля. Это условие можно сформулировать несколько иначе, введя понятие о циркуляции вектора напряженности. Из предыдущего параграфа следует, что работа сил электростатического поля при перемещении заряда по некоторому замкнутому пути равна нулю. В самом деле, если точечный заряд q' перемещается из точки 1 в точку 2 по одному пути, например 1B2, а затем снова возвращается, но уже по другому пути 2C1 (рис. 21), то работы, совершаемые на этих участках равны по абсолютной величине, но противоположены по знаку.

$$A_{1B2}=-A_{2C1}$$

Отсюда, полная работа А при перемещении заряда q' по замкнутому пути 1B2C1 равна нулю: $A_{1B2}+A_{2C1}=0$.

Эту работу можно выразить обычным образом, через интеграл элементарных работ: $A=\oint_L \delta A$, но $\delta A=\vec{F}\cdot d\vec{l}=q'\vec{E}\cdot d\vec{l}$, т.к. $\vec{F}=q'\vec{E}$ и таким образом $\oint_L q'\vec{E}\cdot d\vec{l}=0$ или после сокращения на q' $(q'\neq 0)$:

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$$

Этот интеграл называется циркуляцией вектора напряжённости.

Таким образом, *циркуляция вектора напряжённости электростатического поля равна нулю*.

В теории физических полей существует общий принцип: если циркуляция вектора, служащего силовой характеристикой поля, равна нулю, то такое поле относится к классу потенциальных полей, а если эта циркуляция не равна нулю, то такое поле относится к классу вихревых полей. Таким образом, равенство нулю циркуляции вектора напряженности электростатического поля является признаком потенциальности этого поля.

1.13. Потенциал электростатического поля.

Будем исследовать с помощью пробного заряда q энергетическое состояние электростатического поля. Потенциальная энергия W пробного заряда, внесённого в данную точку поля, зависит как от величины пробного заряда, так от свойств поля в этой точке. Энергия же, отнесенная к единице пробного заряда $\frac{W}{q}$, зависит только от того, в какую точку помещён заряд. Следовательно, величина $\frac{W}{q}$ может служить характеристикой поля. Эта величина называется потенциалом.

Потенциалом электростатического поля называется скалярная физическая величина, характеризующая энергетическое состояние поля в данной точке и равная потенциальной энергии, которой обладал бы единичный, точечный, положительный заряд, помещённый в эту точку:

$$\varphi = \frac{W}{q} .$$

Отсюда следует, что потенциальная энергия точечного заряда q, помещённого в точку поля с потенциалом φ равна

$$W = q\varphi .$$

Из механики известно, что если сила консервативна, то работа этой силы равна убыли потенциальной энергии тела, к которому эта сила приложена. Как мы показали, электростатические силы консервативны. Следовательно, их работа равна убыли энергии перемещённого заряда.

$$A_{12} = W_1 - W_2$$

Но, $W_1 = q\varphi_1$; $W_2 = q\varphi_2$.

Следовательно, $$A_{12} = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right).$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда, равна произведению величины этого заряда на разность потенциалов начальной и конечной точек пути.

Как и потенциальная энергия, потенциал определяется не однозначно, а с точностью до произвольной постоянной, зависящей от выбора нулевого уровня потенциала. Нулевой уровень потенциала, начало отчёта φ, может быть выбран в бесконечности, на поверхности Земли и, вообще говоря, где угодно, это определяется удобством расчетов.

Потенциал – величина алгебраическая, может быть положительным и отрицательным.

Если поле создано системой зарядов, то потенциал результирующего поля в данной точке равен алгебраической сумме потенциалов, созданных в этой точке каждым зарядом системы в отдельности (принцип суперпозиции).

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i \text{ – для точечных зарядов}$$

$\varphi = \int d\varphi$ – для непрерывно распределённых зарядов, где $d\varphi -$ потенциал, созданный элементарным зарядом dq.

Эквипотенциальная поверхность – геометрическое место точек равного потенциала.

Свойства эквипотенциальных поверхностей:

1. Работа при перемещении заряда между любыми двумя точками одной и той же эквипотенциальной поверхности равна нулю:

$$A_{12} = q\,(\varphi_1 - \varphi_2) = 0, \text{ т.к. } \varphi_1 = \varphi_2.$$

2. Вектор $\vec{E}$ и его линии перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям. Действительно, при перемещении заряда вдоль эквипотенциальной поверхности:

$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{l} = Fdl\cos\alpha = qEdl\cos\alpha$, где α – угол между $\vec{E}$ и $d\vec{l}$

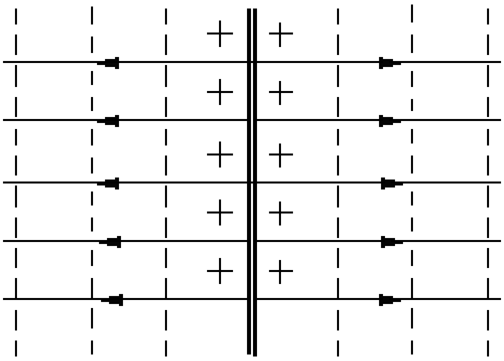

Рис. 22

Так как q ≠ 0, E ≠ 0, dl ≠ 0, то значит $\cos\alpha = 0$, $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$.

На рис. 22 изображены линии напряжённости и сечения эквипотенциальных поверхностей плоскостью чертежа поля бесконечной равномерно заряженной плоскости.

1.14. Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля.

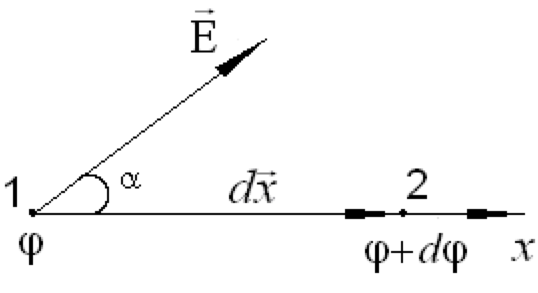

Рис. 23

Рассмотрим в электростатическом поле две бесконечно близкие точки 1 и 2, лежащие на оси X (рис.). Потенциал точки 1 равен φ, точки 2 – φ + *d*φ. При перемещении заряда из точки 1 в точку 2 силы поля совершают работу.

С одной стороны

$$\delta A = Fdx\cos\alpha = qEdx\cos\alpha = qE_x dx.$$

С другой стороны

$$\delta A = q[\varphi - (\varphi + d\varphi)] = -qd\varphi.$$

Приравняв правые части равенств $qE_x dx = -qd\varphi$ и сократив на q, получим

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}.$$

$\frac{d\varphi}{dx}$ характеризует быстроту изменения потенциала вдоль оси X.

Так как потенциал может изменяться не только вдоль оси X, то следует писать частную производную $E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}$.

Проекции вектора $\vec{E}$ на оси y и z равны соответственно:

$$E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y},$$

$$E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

Как известно, вектор может быть записан в декартовых координатах через его проекции на оси:

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

Тогда получим

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right)$$

Векторная величина в правой части последнего равенства называется *градиентом потенциала* и обозначается $grad\,\varphi$ или $\nabla\varphi$.

$$qrad\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$$

Направление $grad\,\varphi$ – это направление, по которому вектор $grad\,\varphi$ имеет наибольшую, положительную проекцию. Таким образом, *градиент потенциала – это вектор, направленный в сторону быстрейшего возрастания потенциала и численно равный приращению потенциала на единицу длины этого направления.*

Используя обозначение градиента φ, запишем

$$\vec{E} = -qrad\varphi.$$

Напряжённость в каждой точке электростатического поля равна по абсолютной величине и противоположна по направлению градиенту потенциала в этой же точке (рис. 24).

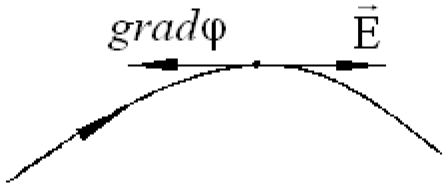

Рис.24

Если r – направление быстрейшего изменения потенциала, то проекция вектора напряженности на это направление равна $E_r = -\frac{d\varphi}{dr}$.

При этом модуль градиента потенциала равен $\left|\frac{d\varphi}{dr}\right|$. Таким же будет и модуль вектора напряжённости: $E = \left|\frac{d\varphi}{dr}\right|$

Если поле однородно, то $E = \frac{|\varphi_1 - \varphi_2|}{\Delta r} = \frac{U_{12}}{d}$,

где $|\Delta r| = d$ – расстояние между эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2, отсчитанное вдоль линии поля,
$|\varphi_1 - \varphi_2| = |U_{12}|$ – абсолютная величина разности потенциалов между этими поверхностями.

1.15. Расчёт потенциала и разности потенциалов в электростатическом поле.

1. Расчёт потенциала поля точечного заряда .

Напряженность поля точечного заряда равна $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}$, значит проекция вектора напряженности на направление радиус-вектора, проведенного от точечного заряда в точку, в которой рассчитываются напряженность и потенциал поля, равна модулю вектора напряженности, то есть $E_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.

Используем связь напряженности и потенциала:

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr}, \text{ отсюда } -d\varphi = E_r\, dr .$$

Проинтегрируем $-\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = \int_{r_1}^{r_2} E_r\, dr$, получим $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E_r\, dr$.

Зададим нулевой уровень потенциала в бесконечности, то есть при $r_2 = \infty \quad \varphi_2 = 0.$

Тогда $r_1 = r, \quad \varphi_1 = \varphi.$ Проведем интегрирование

$$\varphi = \int_r^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} .$$

Таким образом, потенциал поля точечного заряда на расстоянии r от него равен

$$\varphi_{Т.З} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

2. Расчет разности потенциалов между двумя разноимённо заряженными бесконечными плоскостями.

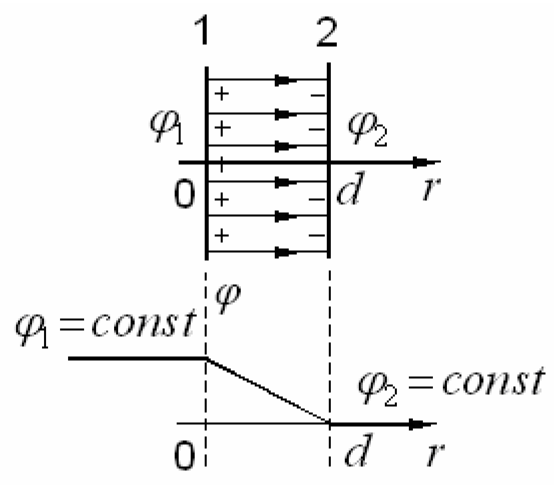

Рис.25

Используем связь потенциала с напряженностью электростатического поля $d\varphi = -E_r\, dr$.

Тогда получим $\varphi_1 - \varphi_2 = \int\limits_{r_1}^{r_2} E_r\, dr$.

По условию $|\sigma_+| = |\sigma_-| = \sigma$.

Расстояние между плоскостями равно d. Напряженность поля в пространстве между плоскостями направлена вдоль оси r и по модулю равна $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Тогда и проекция вектора напряженности на направление r равна

$$E_r = E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Проинтегрируем $\varphi_1 - \varphi_2 = \int\limits_0^d \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} dr = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} d$.

Отметим, что в областях $r \le 0$ и $r \ge d$, где напряженность поля равна нулю, потенциалы имеют постоянные значения. На рис. 25 показано изменение потенциала в зависимости от координаты $\vec{r}$.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

2.1. Проводники, диэлектрики, полупроводники.

Проводники – вещества, хорошо проводящие электрический ток. В этих веществах имеются свободные носители заряда, концентрация которых достигает $10^{29}\,м^{-3}$. проводниками являются металлы, электролиты, расплавы, ионизованные газы, плазма и т. д.

Диэлектрики – вещества, плохо проводящие электрический ток. При не очень высоких температурах и не очень сильных полях диэлектрики проводят ток в $10^{15} - 10^{20}$ раз хуже, чем проводники. Свободных носителей зарядов в диэлектриках почти нет. Диэлектриками являются газы при обычных условиях, многие чистые жидкости, слюда, фарфор, мрамор и т. д.

Полупроводники – вещества, которые по способности проводить электрический ток занимают промежуточное место между проводниками и диэлектриками. Полупроводниками являются некоторые химически чистые элементы (Ge, Si, Se) и многие химические соединения.

2.2. Поляризация диэлектриков.

Во внешнем электрическом поле диэлектрики поляризуются, то есть сами становятся источниками электрического поля. Поляризация сопровождается появлением на внешних границах диэлектрика поверхностного электрического заряда, называемого связанным или поляризационным.

Связанные – заряды, входящие в состав молекул диэлектрика, а не сообщенные извне. Избыточный заряд, сообщенный диэлектрику извне, называют свободным (это не значит, что свободный заряд может свободно перемещаться по объему диэлектрика).

Явление поляризации объясняется тем, что во внешнем электрическом поле молекулы диэлектрика представляют собой электрические диполи, ориентированные так, что их дипольные моменты направлены преимущественно вдоль вектора напряженности электрического поля. В результате поляризации диэлектрик в целом приобретает определенный дипольный момент.

Количественно результат поляризации диэлектрика принято характеризовать двумя величинами:

Во-первых, распределение поверхностного связанного заряда на диэлектрике характеризуется его *поверхностной плотностью* σ'

$$\sigma' = \frac{dq'}{dS} \ .$$

Во-вторых, количественной характеристикой интенсивности поляризации служит *поляризованность* $\vec{P}$ – величина, равная дипольному моменту единицы объема поляризованного диэлектрика.

В случае однородной поляризации $\vec{P} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} \vec{p}_i}{\Delta V}$,

где $\vec{p}_i$ - дипольный момент i-ой молекулы.

Опыт показывает, что в изотропном диэлектрике при не очень высоких частотах изменения поля $\vec{E}$

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E} \ ,$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость вещества, величина, показывающая, как сильно поляризуется данное вещество во внешнем электрическом поле и численно равная модулю вектора поляризованности, приобретаемого диэлектриком в поле с напряженностью $E = \left| \dfrac{1}{\varepsilon_0} \right| \dfrac{Н}{Кл}$.

2.3. Виды поляризации.

Различают несколько основных видов поляризации:

1. *Электронная деформационная* поляризация. Она наблюдается в диэлектриках с так называемыми неполярными молекулами. Известно, что молекулы построены из атомов. Атом состоит из положительно заряженного ядра и отрицательно заряженных электронов, обращающихся вокруг ядра.

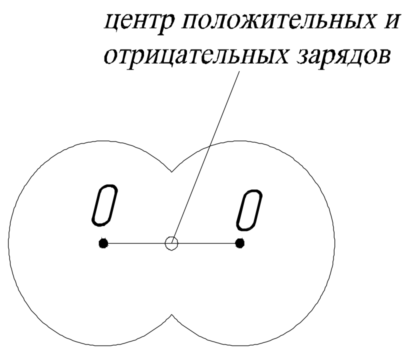

Рис. 26

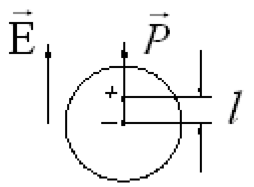

Рис. 27

Молекула, у которой центры распределения положительных и отрицательных зарядов совпадают в отсутствии внешнего поля (электрический дипольный момент молекулы равен нулю) называется неполярной. На рис. 26 схематически показана такая неполярная молекула. Диэлектрики с неполярными молекулами – H_2, O_2, N_2, He, Ne, Ar, CH_4, полиэтилен, полистирол и др. Внешнее электрическое поле деформирует электронные оболочки молекул, смещает их центры в направлении, противоположном $\vec{E}$, в результате чего молекулы приобретают дипольные моменты. При этом созданный дипольный момент $\vec{P}$ каждой молекулы направлен вдоль поля (рис. 27) В умеренных полях $\vec{p} \sim \vec{E}$, или $\vec{p} = \alpha\varepsilon_0\vec{E}$

где α – поляризуемость молекулы.

Поляризуемость – мера того, насколько легко индуцируется у молекулы дипольный момент под действием внешнего поля. Смещение зарядов происходит подобно упругой деформации, то есть, как если бы между зарядами действовали упругие силы. Смещение исчезает вместе с исчезновением поля. Поэтому неполярные молекулы называются «квазиупругими» диполями.

На рис. 28 показаны зависимости диэлектрической восприимчивости неполярных диэлектриков от напряженности электрического поля и температуры (видно, что χ остается постоянной), а также зависимость модуля вектора поляризованности от напряженности электрического поля. Видно, что эта зависимость – линейная.

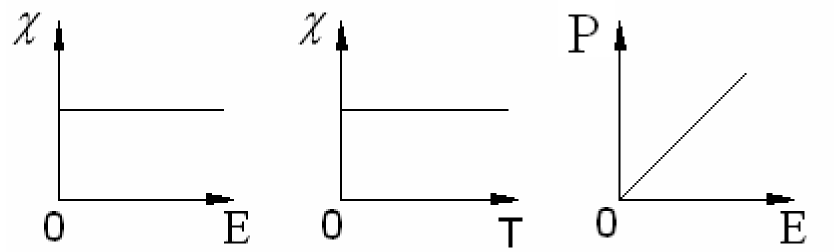

Рис.28

2. *Ионная деформационная* поляризация: внешнее электрическое поле смещает друг относительно друга подрешетки (положительную и отрицательную) ионных кристаллов.

Время установления электронной поляризации $\sim 10^{-15} c$, ионной в 100 – 1000 раз больше.

3. *Ориентационная* – поляризация диэлектриков с полярными молекулами, то есть молекулами, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего поля не совпадают и молекулы уже обладают электрическим дипольным моментом. Это H_2O, HCl, NH_4OH, CH_3OH и т.д. На рис. 29 показано строение полярной молекулы воды. Центры распределения положительных и отрицательных зарядов молекулы смещены и молекула обладает дипольным моментом *P*.

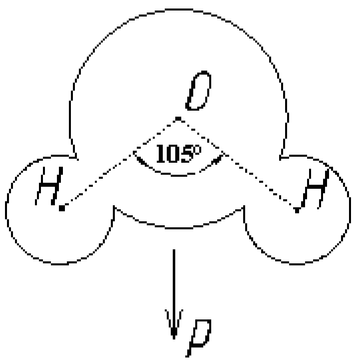

Рис. 29

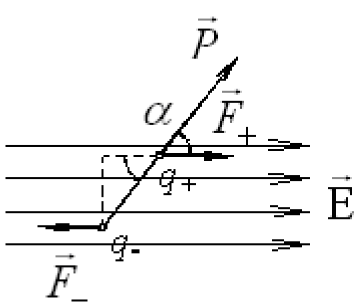

Рис.30

В отсутствие внешнего поля молекулярные диполи ориентированы хаотично, поэтому дипольный момент диэлектрика равен нулю $\vec{P}=0$. Во внешнем электрическом поле на молекулярные диполи действует момент пары сил, разворачивающий диполь в направлении внешнего поля (рис. 30). Поэтому молекулярные диполи стремятся расположиться упорядоченно, но тепловое движение нарушает эту ориентацию. Наконец, при определенных условиях наступает динамическое равновесие между этими процессами и устанавливается преимущественная ориентация диполей. С ростом температуры χ и ε уменьшаются вследствие усиления дезориентирующего действия теплового движения.

В очень сильных полях P стремится к насыщению.

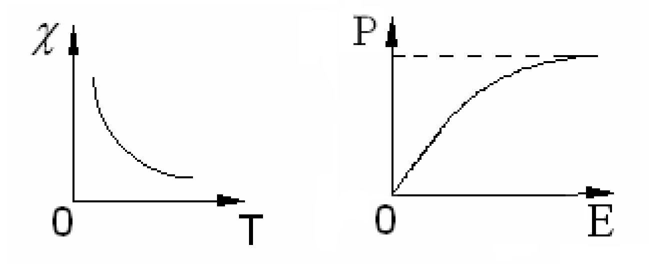

Рис. 31

На рис. 31 показаны зависимость диэлектрической восприимчивости полярного диэлектрика от температуры T, а также зависимость модуля вектора поляризованности от напряженности электрического поля.

2.4. Взаимосвязь величин, характеризующих поляризацию диэлектриков.

Между поляризованностью $\vec{P}$ и поверхностной плотностью связанных зарядов на диэлектрике σ' существует связь. Установим эту связь. Выделим элемент внешней поверхности поляризованного диэлектрика dS так, чтобы он «рассек» некоторые молекулярные диполи (рис. 32). Каждой «рассеченной» молекуле припишем некоторый средний (эффективный) дипольный момент

$$\vec{p} = q\vec{l}.$$

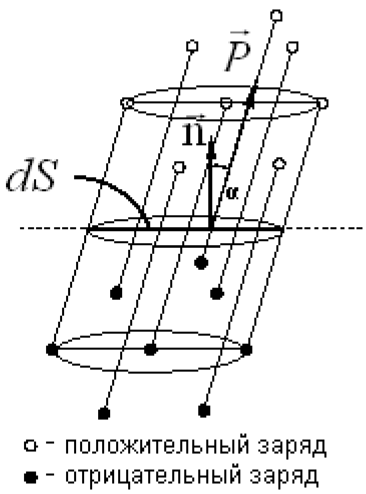

Рис. 32

Элемент dS рассечет все диполи, центры которых лежат внутри объема

$$dV = ldS\cos\alpha.$$

l – длина плеча диполя,

α – угол между внешней нормалью к dS и моментом $\vec{p}$ диполей.

Если число молекул в единице объема диэлектрика равно n, то число диполей, «рассеченных» площадкой dS, составит

$$ndV = nldS\cos\alpha.$$

Если угол α между дипольными моментами $\vec{p}$ и внешней нормалью к dS острый, то на внешней стороне площадки dS окажется слой положительных зарядов «рассеченных» диполей. Сумма этих зарядов равна $dq' = qnldS\cos\alpha$,

величина $p = ql$ – дипольный момент одной молекулы,

а $P = q\,l\,n$ – модуль вектора поляризованности.

Следовательно $dq' = PdS\cos\alpha$,

а $\sigma' = \dfrac{dq'}{dS} = P\cos\alpha = P_n$, где P_n – проекция вектора $\vec{P}$ на направление внешней нормали.

Тогда $\sigma' = P_n.$

Проекция поляризованности на внешнюю нормаль к элементу поверхности диэлектрика равна поверхностной плотности связанных зарядов, сосредоточенных на этом элементе.

Отсюда $$\sigma' = \chi\varepsilon_o E_n.$$

Из последнего видно, что если E_n>0 (линии $\vec{E}$ выходят из диэлектрика), то на такой поверхности появляются положительные связанные заряды, а если E_n<0 (линии $\vec{E}$ входят в диэлектрик), то σ'<0 и на такой поверхности появляются отрицательные связанные заряды.

Связанные заряды не появляются в тех точках поверхности диэлектрика, где вектор $\vec{E}$ направлен по касательной к поверхности.

2.5. Электрическое поле в диэлектриках.

Говоря об электрическом поле в диэлектриках, имеют ввиду макроскопическое поле – поле усредненное по малому объему. Электрическое поле как внутри диэлектрика, так и вне его равно сумме двух полей: первичного, внешнего поля $\vec{E}_o$, и вторичного, собственного поля диэлектрика $\vec{E}'$, созданного связанными зарядами этого диэлектрика:

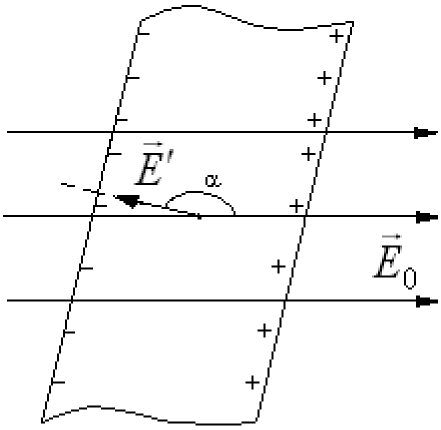

Рис. 33

$$\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}'$$

Поляризация диэлектрика обусловлена именно этим полным полем $\vec{E}$. Поле связанных зарядов $\vec{E}'$ внутри диэлектрика всегда ослабляет внешнее поле. Суммарное поле внутри диэлектрика всегда меньше внешнего.

Поле связанных зарядов никогда не компенсирует внешнее поле внутри диэлектрика полностью.

Направление вектора $\vec{E}'$ не всегда противоположно $\vec{E}_o$, угол между $\vec{E}'$ и $\vec{E}_o$ может быть от $\frac{\pi}{2}$ до π (рис. 33).

Вне диэлектрика E' может и ослаблять и усиливать E_o.

Найдем связь между напряженностью внешнего поля $\vec{E}_o$ и напряженностью результирующего поля $\vec{E}$ в диэлектрике.

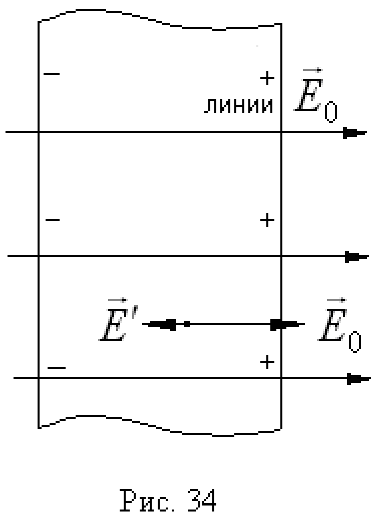

Рис. 34

Внесем бесконечную плоскопараллельную пластину из однородного диэлектрика в однородное поле $\vec{E}_o$ и расположим ее перпендикулярно к линиям поля (рис. 34). Под действием поля диэлектрик поляризуется, на его поверхности появляются связанные заряды с плотностью σ'. Эти заряды создают внутри пластины однородное поле $\vec{E}'$, направленное противоположно $\vec{E}_o$. Модуль напряженности результирующего поля :

$$E = E_o - E'.$$

Так как напряженность E' может быть найдена, как напряженность поля между двумя разноименно заряженными плоскостями (см. п. 1.10), то $E' = \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_o}$ и так как $\sigma' = P = \chi\varepsilon_o E$, то $E' = \chi E$. Тогда $E = E_o - \chi E$ или

$$(1+\chi)E = E_o .$$

Направления $\vec{E}$ и $\vec{E}_o$ совпадают и

$$(1+\chi)\vec{E} = \vec{E}_o$$

Безразмерная величина $\varepsilon = 1 + \chi$ называется относительной диэлектрической проницаемостью вещества:

$$\varepsilon\vec{E} = \vec{E}_o$$

$$\varepsilon = \frac{E_o}{E}$$

Относительная диэлектрическая проницаемость показывает во сколько раз напряженность внешнего поля больше напряженности поля в диэлектрике. (Это справедливо, если однородный диэлектрик заполняет объем между двумя эквипотенциальными поверхностями или заполняет все пространство, где существует внешнее поле, то есть $\vec{E} \parallel \vec{E}_o$)

2.6. Вектор электрического смещения.

Ранее мы сформулировали теорему Гаусса, физический смысл которой в том, что электростатическое поле создается любыми неподвижными электрическими зарядами – и свободными и связанными.

Следовательно, при наличии среды (диэлектрика) поток вектора напряженности через произвольную замкнутую поверхность *S* пропорционален алгебраической сумме всей свободных *q* и всех связанных *q'* зарядов, охватываемых этой поверхностью

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}(q + q')$$

Выберем внутри поляризованного диэлектрика произвольную замкнутую поверхность *S* и применим к ней это соотношение. Выразим q' как функцию $\vec{P}$. Поверхность *S* «рассечет» некоторые молекулярные диполи. Вклад в q' внесут только эти «рассеченные» диполи, поскольку алгебраическая сумма зарядов «целых» диполей, попавших внутрь *S*, равна нулю. Повторив те же рассуждения, что и в параграфе 2.4, получим

$$dq' = -PdS\cos\alpha ,$$

или

$$dq' = -\vec{P} \cdot d\vec{S} .$$

Знак «минус» мы получили, так как с внутренней стороны площадки dS находятся отрицательные заряды.

Полный связанный заряд, заключенный в объеме, охваченном S, получим, проинтегрировав по S.

$$q' = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

Избыточный связанный заряд, охватываемый произвольной замкнутой поверхностью S, равен взятому со знаком минус потоку вектора поляризованности через эту поверхность.

Подставим полученное для q' выражение в теорему Гаусса.

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}\left(q - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} \right),$$

или

$$\oint_S \left(\varepsilon_o \vec{E} + \vec{P} \right) d\vec{S} = q \ .$$

Физическая величина

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}$$

называется *электрическим смещением* (или индукцией).

Тогда $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$ – теорема Гаусса для $\vec{D}$.

Поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме свободных зарядов, охватываемых этой поверхностью.

В изотропных диэлектриках связь между $\vec{D}$ и $\vec{E}$ выражается боле просто.

В этом случае для поляризованности справедливо выражение $\vec{P} = \chi \varepsilon_o \vec{E}$. Тогда, учитывая, что $\varepsilon = 1 + \chi$, получим

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \chi \varepsilon_o \vec{E} = \varepsilon_o \vec{E}(1 + \chi) = \varepsilon \varepsilon_o \vec{E}$$, то есть

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_o \vec{E} \ .$$

Таким образом, в изотропных диэлектриках направление электрического смещения совпадает с направлением вектора результирующей напряженности. В анизотропных диэлектриках направление $\vec{P}$ и $\vec{E}$ могут не совпадать, следовательно, направление $\vec{D}$ и $\vec{E}$ могут быть различными.

Поле вектора $\vec{D}$ можно изобразить с помощью линий $\vec{D}$. *Линия $\vec{D}$ - воображаемая линия, проведенная в поле так, что вектор $\vec{D}$ в каждой ее точке направлен по касательной к этой линии.*

Густота линий $\vec{D}$ пропорциональна численному значению D в соответствующих точках.

Итак, для описания электрического поля вводятся две величины: напряженность $\vec{E}$ и смещение $\vec{D}$. Из этих двух характеристик важнейшей является $\vec{E}$. Введение $\vec{D}$ оправдано тем, что поток $\vec{D}$ не зависит от среды, от ее диэлектрических свойств, то есть число линий $\vec{D}$ не меняется при переходе через границу диэлектрика, поэтому теоремой Гаусса для $\vec{D}$ удобнее пользоваться, когда электрическое поле переходит из вакуума в диэлектрик или из одного диэлектрика в другой.

Можно показать (рис. 35), что при переходе через границу раздела двух

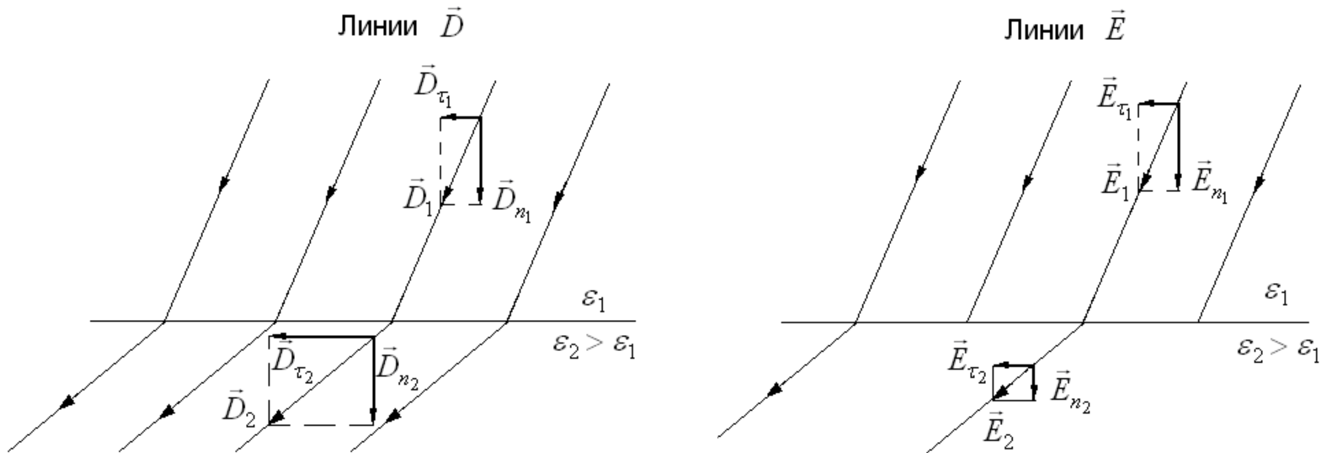

Рис. 35

диэлектриков с разными диэлектрическими проницаемостями, а также через границу диэлектрика с вакуумом нормальная (перпендикулярная границе) составляющая вектора $\vec{D}$ и тангенциальная (параллельная границе диэлектриков) составляющая вектора $\vec{E}$ не изменяются (если на границе нет свободных зарядов); тангенциальная же составляющая $\vec{D}$ и нормальная составляющая $\vec{E}$ скачкообразно изменяются – испытывают разрыв. Это означает, что на границах диэлектриков линии $\vec{D}$ преломляются, но остаются непрерывными, линии $\vec{E}$ и преломляются и испытывают разрыв. Часть линий $\vec{E}$ на границах диэлектриков либо заканчиваются (на отрицательных связанных зарядах), либо начинаются (на положительных связанных зарядах).

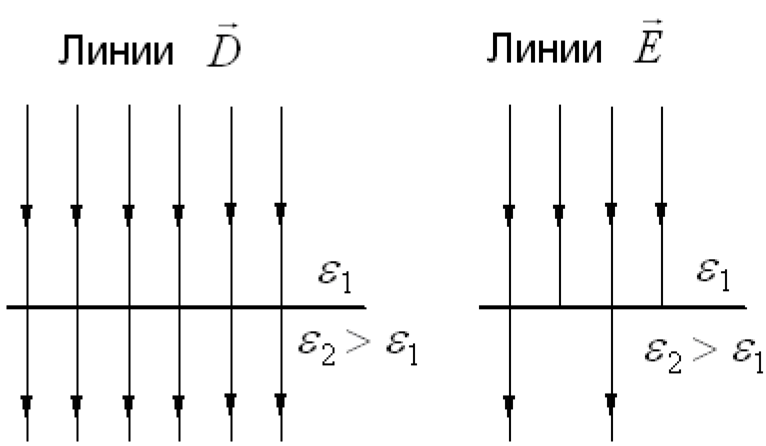

Рис. 36

Если граница раздела диэлектриков перпендикулярна линиям поля (рис. 36), то $\vec{D}=const$ и по величине и по направлению, $\vec{E}$ изменяется только по модулю.

Граничные условия для составляющих векторов $\vec{D}$ и $\vec{E}$ в случае, изображенном на рис. 35 записываются следующим образом:

$$D_{n_2} = D_{n_1}; \quad D_{\tau_2} = D_{\tau_1}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \quad E_{\tau_2} = E_{\tau_1}; \quad E_{n_2} = E_{n_1}\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

2.7. Расчет электрического поля при наличии диэлектриков.

Если среда однородна, изотропна и заполняет либо все пространство, где существует электрическое поле, либо область между двумя эквипотенциальными поверхностями, то напряженность поля в этой среде в ε раз меньше напряженности, создаваемой тем же распределением свободных зарядов в вакууме. В этих особых случаях, рассчитав напряженность поля, создаваемого свободными зарядами в вакууме, и разделив ее на ε, найдем напряженность поля в среде. В этих случаях сила взаимодействия свободных зарядов, потенциал и разность потенциалов также уменьшаются в ε раз по сравнению со значениями в вакууме.

При наличии диэлектриков конечных размеров и произвольной формы расчет поля усложняется, хотя на первый взгляд может показаться, что особых трудностей возникнуть не должно. В самом деле, в случае изотропных диэлектриков между $\vec{D}$ и $\vec{E}$ существует связь

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_o\vec{E}.$$

Поток $\vec{D}$ зависит только от распределения свободных зарядов. Определив по теореме Гаусса электрическое смещение и разделив его на $\varepsilon\varepsilon_o$, найдем напряженность. Однако теорема Гаусса для $\vec{D}$ без дополнительных условий не позволяет найти $\vec{D}$. Причины этого: 1) связанные заряды, возникающие при поляризации диэлектриков могут вызвать перераспределение свободных зарядов. Это затрудняет расчет свободного заряда q, попадающего внутрь гауссовой поверхности; 2) на границах диэлектриков и в неоднородных диэлектриках вектор $\vec{D}$ изменяется по модулю и по направлению, что не позволяет вычислить поток $\vec{D}$ достаточно просто.

Таким образом, для расчета электростатического поля в диэлектриках в общем случае надо знать распределение свободных зарядов и граничные условия для $\vec{D}$.

Расчет $\vec{E}$ можно произвести и по принципу суперпозиции. Тогда надо знать распределение и свободных и связанных зарядов.

2.8. Сегнетоэлектрики.

Сегнетоэлектрики – особая группа диэлектрических веществ. К ним относятся сегнетова соль $NaKC_4H_4O_6*4H_2O$, метатитанат бария $BaTiO_2$ и др.

Свойства сегнетоэлектриков:

1. Диэлектрическая проницаемость в определенном интервале температур весьма велика – может достигать десятков тысяч.
2. Зависимость P от E не является линейной.
3. Поляризованность сегнетоэлектрика определяется не только существующим поляризующим полем, но и предысторией поляризации. При изменении поляризую-

щего поля изменения $\vec{P}$ отстают от изменений напряженности поляризующего поля $\vec{E}$. Это явление называется диэлектрическим *гистерезисом*. На рис. 37 показана зависимость P от E при циклических изменениях поля. Данная замкнутая кривая называется *петлей гистерезиса*. Видно, что при обращении E в нуль вещество сохраняет значение P_r, называемое *остаточной поляризованностью*. Только под действием противоположно направленного поля напряженности E_c поляризованность становится равной нулю. Это значение напряженности поля называется *коэрцитивной силой*.

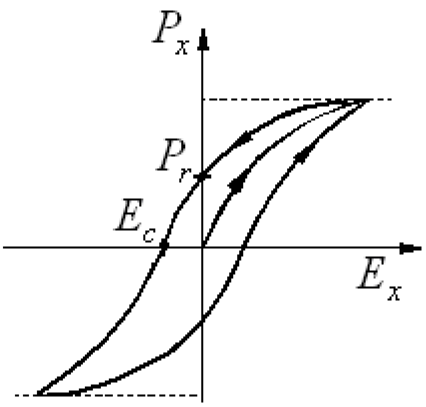

Рис. 37

4. Для каждого сегнетоэлектрика имеется температура, выше или ниже которой он утрачивает свои особые свойства, становясь обычным диэлектриком. Эта температура называется *точкой Кюри*. У сегнетовой соли две точки Кюри: – 15°С и +22,5°С. В данном интервале температур ее диэлектрическая проницаемость достигает $\varepsilon \sim 10^4$. У метатитаната бария до +125°С $\varepsilon \sim 10^3$.

В сегнетоэлектриках между молекулами имеет место весьма сильное взаимодействие, благодаря которому наиболее устойчивым и энергетически выгодным оказывается состояние с параллельной ориентацией молекулярных диполей. Области сегнетоэлектрика, в которых электрические моменты молекулярных диполей параллельны, называются *доменами*.

В пределах каждого домена диэлектрик поляризован до насыщения. Эти домены сравнительно невелики, что вытекает из закона сохранения энергии:

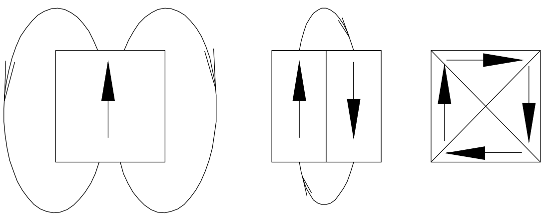
Рис. 38

1) Если бы сегнетоэлектрики состояли из одного домена, то даже в отсутствие внешнего электрического поля он обладал бы значительным электрическим моментом и сам создавал бы в окружающем пространстве сильное собственное поле. Энергия, затрачиваемая на создание собственного поля, существенно уменьшится, если вместе одного домена образуются два или четыре (рис. 38).

2) На границах между двумя соседними доменами происходит «разворот» соседних молекулярных диполей от одной ориентации к другой. При повороте диполя во внешнем поле совершается работа. Значит, энергия затрачивается и на образование границ между доменами.

3) Энергия двух доменов одинакового объема, поляризованных в разных кристаллографических направлениях, оказывается различной. Разность этих энергий называется энергией анизотропии. В отсутствии поляризующего поля размеры доменов и их форма определяются минимумом энергии, затрачиваемой на создание собственного поля, энергии границ и энергии анизотропии. При этом сегнетоэлек-

трик разбивается на домены таким образом, что его результирующий момент практически равен нулю (рис. 39а).

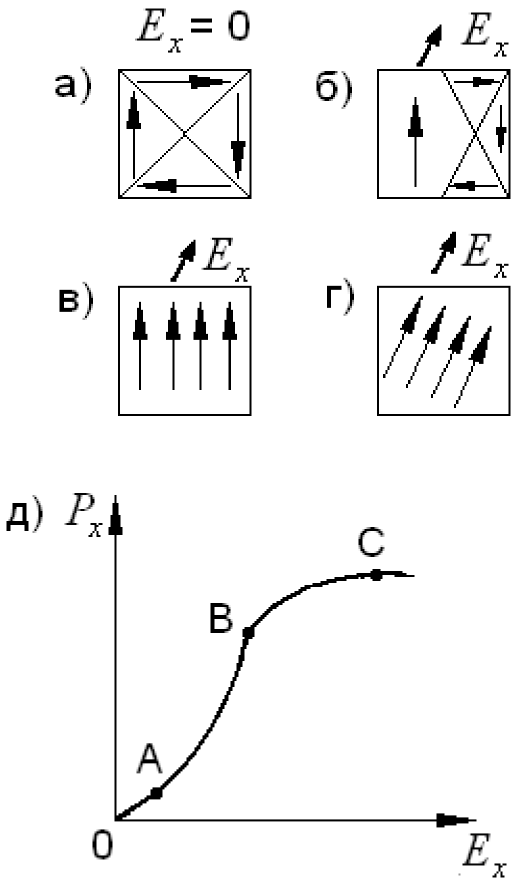

Рис. 39

При наличии внешнего электрического поля удельная энергия доменов оказывается неодинаковой: она меньше у тех доменов, в которых поляризованность образует с направлением поля острый угол, и больше у тех, у которых этот угол тупой. Действие поля на сегнетоэлектрики первоначально проявляется в смещение границ между доменами, причем это смещение происходит так, что объем доменов с благоприятной ориентацией вектора $\vec{P}$ (с меньшей энергией) растет за счет доменов, ориентированных неблагоприятно (рис. 39б). Начальное смещение границ (в слабых полях) обратимо, поэтому поляризация прямо пропорциональна поляризующему полю (рис. 39д – участок ОА). При последующем увеличении поля смещение границ делается необратимым (рис. 39д – АВ). Наконец, границы исчезают вовсе (рис. 39в). При дальнейшем увеличении поля происходит поворот (вслед за полем) электрических моментов доменов (рис. 39д – ВС), которые в конце концов при некотором значении поляризующей напряженности устанавливаются параллельно полю (рис. 39г). Сегнетоэлектрики превращаются в один гигантский домен, поляризованный до насыщения (рис. 39д – состояние С).

2.9. Пьезоэлектрический эффект. Электрострикция.

Прямой пьезоэлектрический эффект – появление на гранях некоторых кристаллов при их сжатии или растяжении связанных электрических зарядов. Пьезоэлектрический эффект наблюдается у кварца, в сегнетовой соли, метатитанате бария, турмалине.

Пространственную решетку кристаллов, у которых наблюдается пьезоэффект, можно представить в виде двух или нескольких простых решеток, состоящих из ионов разных знаков. При механической деформации эти решетки сдвигаются, в результате чего возникает поляризованное состояние. Прямой пьезоэффект используется в звукоснимателях, микрофонах и т. д.

Обратный пьезоэлектрический эффект – деформация диэлектрика при его поляризации. Используется в генераторах ультразвука.

Электрострикция – имеется во всех диэлектриках. Это увеличение или уменьшение одних размеров диэлектрика за счёт других. Если обратный пьезоэффект обусловлен смещением простых решёток в целом, то электрострикция объясняется действием поля на отдельные молекулярные диполи.

Деформация при обратном пьезоэффекте зависит от напряженности поля по линейному закону и при изменении направления поля меняется ее знак (растяжение-сжатие). Деформация при электрострикции зависит от поля по квадратичному закону и не изменяет знака при изменении направления поля.

Изучение электрических свойств диэлектриков имеет важное теоретическое значение. Знание дипольных моментов молекул различных веществ помогает установлению структурных формул молекул и выяснению типа связей между атомами и группами атомов в молекулах, поскольку каждому типу связей соответствует определённое значение дипольного момента. Диэлектрики широко используются в электро- и радиотехнике в качестве изоляционных материалов и диэлектрических заполнителей конденсаторов.

3. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ.

3.1. Распределение зарядов на проводнике.

Электрические заряды, сообщённые проводнику извне, в состоянии равновесия распределяются так, что *электрическое поле внутри проводника отсутствует*

$$\vec{E} = 0 .$$

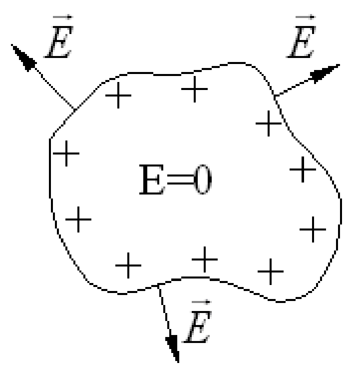

Рис. 40

Это вытекает из закона сохранения энергии. Если бы выполнялось условие $E \neq 0$, то в проводнике протекал бы ток без дополнительных источников энергии. Избыточные заряды, сообщенные проводнику в состоянии равновесия, распределяются только по внешней поверхности проводника (рис. 40). Из условия равновесия зарядов следует, что потенциал всех точек проводника как внутри, так и на поверхности одинаков. Это ясно из условия $E=0$; так как $E = -\frac{d\varphi}{dr}$, то φ=const.

Таким образом, в условиях равновесия зарядов и *поверхность, и объем проводника являются эквипотенциальными*.

Если заряды находятся в равновесии, то в любой точке проводника вектор $\vec{E}$ перпендикулярен поверхности, то есть $\vec{E}_n = \vec{E}$ и $\vec{E}_\tau = 0$. действительно, если бы $\vec{E}_\tau \neq 0$, то это вызвало бы движение зарядов по поверхности проводника и равновесие отсутствовало бы.

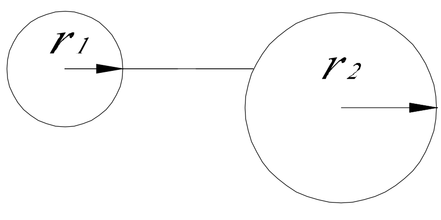

Рис. 41

Можно доказать теоретически и убедиться на опыте, что *поверхностная плотность зарядов в отдельных точках проводника тем больше, чем больше кривизна поверхности*. Рассмотрим простую модель. Пусть два достаточно удаленных друг от друга проводящих шара радиусов r_1, и r_2 соединены тонким проводом (рис. 41). Если сообщить одному из шаров некоторый заряд, то он, растечется, по внешней поверхности шаров и проводника так, что потенциалы шаров окажутся равными. Так как шары достаточно удалены и полем провода можно пренебречь, то потенциалы шаров можно вычислять по формуле:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

что следует из связи напряженности с потенциалом.

Итак $$\varphi_1=\varphi_2,$$

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2},$$

Выразим $$q=\sigma S=\sigma 4\pi r^2,$$

$$\frac{\sigma_1 4\pi r_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{\sigma_2 \pi r_2^2}{4\pi\varepsilon_0 r_2},$$

$$\sigma_1 r_1 = \sigma_2 r_2,$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Но $k = \dfrac{1}{r}$ – кривизна поверхности, тогда $$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{k_1}{k_2}.$$

В случае проводника произвольной формы каждый элемент его поверхности можно рассматривать, как участок сферической поверхности определенной кривизны. Полученный вывод можно в первом приближении распространить и на этот случай.

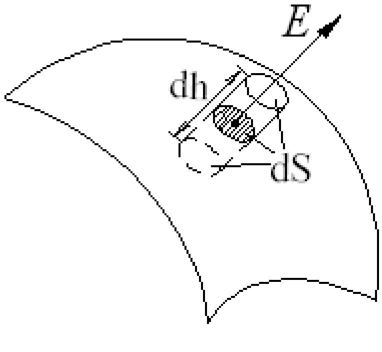

Рис.42

Найдем, как напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника связана с поверхностной плотностью зарядов на нем. Применим теорему Гаусса. Так как $\vec{E}$ перпендикулярен поверхности проводника, то в качестве гауссовой поверхности выберем прямой цилиндр, высотой dh и площадью оснований dS, ориентированный так, что dS параллельны поверхности проводника, а образующие цилиндра перпендикулярны к ней. (рис. 42). Тогда $dN = EdS$,

$dq=\sigma\, dS$, и так как $dN = \dfrac{1}{\varepsilon_0} dq$, получим

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$ – в вакууме.

То есть, $E \sim \sigma$. Так как поверхностная плотность зарядов σ больше там, где больше кривизна поверхности, то *напряженность E оказывается максимальной вблизи краев и острых выступов проводника*.

Электрической поле в таких местах может быть столь сильным, что оказывается способным ионизировать молекулы воздуха. Возникает явление, называемое *стеканием зарядов с проводника*.

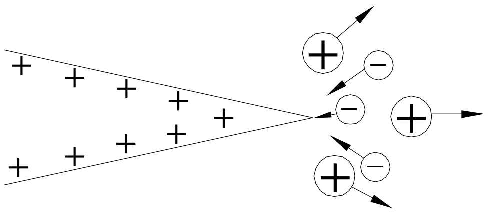

Рис. 43

Образующиеся ионы воздуха приходят в движение. Ионы того же знака, что и заряд острия перемещаются от острия, увлекая с собой нейтральные молекулы воздуха – образуется так называемый *электрический ветер,* ионы противоположенного знака идут к острию, частично нейтрализуя его заряд и ослабляя поле (рис. 43). На этом явлении основано действие молниеотвода. Так как избыточные заряды располагаются только по внешней поверхности проводника, то наличие в нем внутренних полостей не влияет на характер этого распределения. Равновесное распределение зарядов на полом проводнике такое же, как на сплошном, при условии одинаковости их внешней формы.

3.2. Проводник во внешнем электрическом поле.

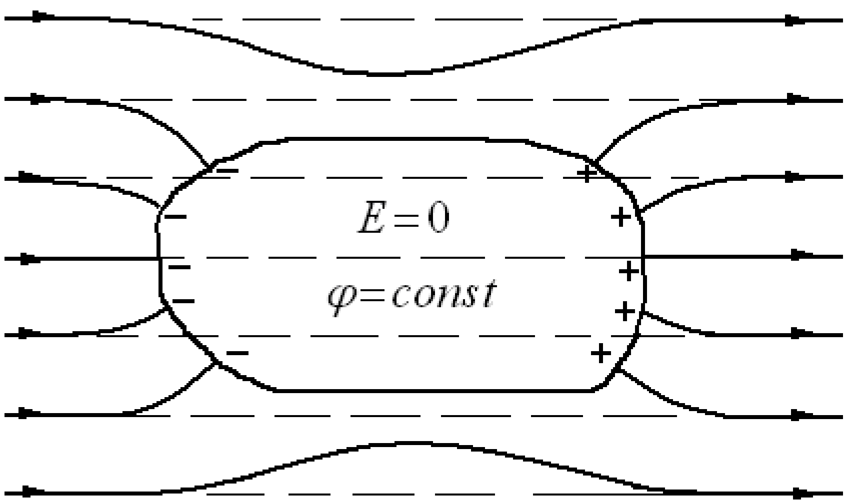

Рис. 44

Если незаряженный проводник внести во внешнее электрическое поле, то в проводнике происходит явление электростатической индукции: свободные заряды проводника под действием поля смещаются: положительные в направлении вектора $\vec{E}$, отрицательные – в противоположную сторону. В результате на поверхности проводника появляются заряды, называемые *индуцированными*. Эти заряды создают внутри проводника свое собственное поле, противоположенное по направлению внешнему полю. Разделение зарядов в проводнике происходит до тех пор, пока результирующее электростатическое поле в проводнике не исчезнет. Это наблюдается при любых напряженностях внешнего поля. *Индуцированные заряды всегда полностью компенсируют внешнее поле внутри проводника, так что* $\vec{E}_{внутри} = 0$, *потенциал всех точек проводника одинаков*

($\varphi = const$), а вне проводника линии напряженности перпендикулярны к его поверхности. Следовательно, нейтральный проводник, внесенный в электрическое поле, разрывает часть линий напряженности – они заканчиваются на ных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных (рис. 44).

Индуцированные заряды в отличие от связанных, можно снять с проводника и отделить друг от друга.

Индуцированные заряды могут вызывать перераспределение зарядов, создающих внешнее поле и искажение внешнего поля На рис. 45а показаны силовые линии поля равномерно заряженной сферы, на рис. 45б – искажение силовых линий, возникшее при внесении в поле сферы дополнительного незаряженного проводника.

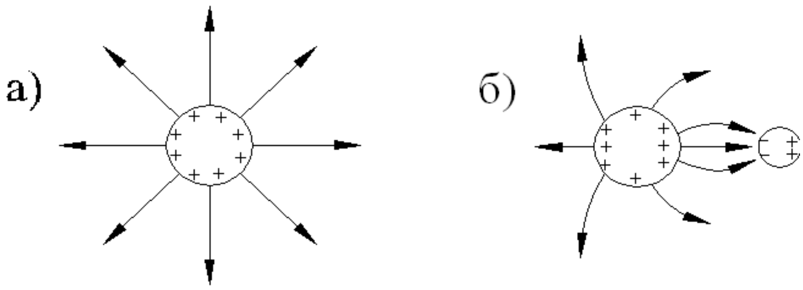

Рис. 45

Электрическое поле внутри проводника отсутствует независимо от того, сплошной проводник или полый, так как индуцированные заряды располагаются только на внешней поверхности проводника. На этом основана электростатическая защита. Когда какой-то прибор необходимо защитить от действия внешних полей, его окружают проводящим экраном. Внешнее поле компенсируется внутри экрана возникающими на его поверхности индуцированными зарядами.

3.3. Электроемкость проводников.

Между зарядом уединенного проводника и его потенциалом существует пропорциональная зависимость

$$C = \frac{q}{\varphi}\ .$$

Электроемкость уединенного проводника – скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать электрический заряд и численно равная заряду, который необходимо сообщить незаряженному проводнику, чтобы потенциал его стал равен единице при условии, что все другие тела бесконечно удалены и что потенциал бесконечно удалённых точек принят равным нулю.

Электроемкость уединенного проводника *зависит от формы и размеров проводника, от диэлектрической проницаемости окружающей среды*. Не зависит от материала проводника, температуры, агрегатного состояния, размеров и формы внутренних полостей, заряда и потенциала.

Чтобы рассчитать емкость проводника, надо вычислить потенциал, обусловленный зарядом проводника. Например, у уединенного шара радиуса r, помещенного в однородную безграничную среду с диэлектрической проницаемостью ε, появляется потенциал φ при сообщении ему заряда q.

Так как $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ и $C = \dfrac{q}{\varphi}$, то

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r .$$

3.4. Взаимная электроемкость. Конденсатор.

Уединенные проводники обладают небольшой емкостью и не способны накапливать сколько-нибудь заметные электрические заряды. Если проводник не является уединенным, то его емкость зависит и от относительного расположения окружающих проводник тел. Индуцированные на телах заряды ослабляют поле, созданное зарядом q в том месте, где находится проводник. В результате потенциал проводника уменьшается, а емкость увеличивается. Эффект особенно усиливается, если к заряженному проводнику приближать тела, заряженные разноименно с зарядом проводника.

Располагая проводники соответствующим образом и заполняя пространство между ними диэлектриками с высокой диэлектрической проницаемостью, можно сосредоточить на проводниках значительные заряды.

Взаимной электроемкостью двух проводников называется величина, численно равная абсолютной величине заряда, который необходимо перенести с одного проводника на другой, чтобы абсолютная величина разности потенциалов между ними стала равной единице:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}.$$

Чтобы взаимная электроемкость проводников не зависела от окружающих тел, нужно, чтобы электрическое поле, созданное зарядами проводников, было сосредоточено только между проводниками. Это достигается тем, что проводникам придают форму либо двух близко расположенных параллельных пластин, либо двух коаксиальных цилиндров, либо концентрических сфер и сообщают им равные по абсолютной величине и противоположные по знаку заряды. Такая система проводников называется *конденсатором*. Проводники, образующие конденсатор, называются *обкладками*. Абсолютную величину заряда одной из обкладок называют *зарядом конденсатора*.

Электроемкостью конденсатора называется физическая величина численно равная отношению заряда конденсатора к абсолютной величине разности потенциалов между его обкладками:

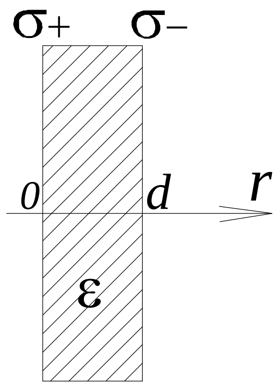

Рис. 46

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}.$$

Емкость конденсатора зависит от его формы, размеров, взаимного расположения обкладок, диэлектрической проницаемости диэлектрика между обкладками.

Выведем формулу емкости плоского конденсатора (рис. 46). Пусть S – площадь одной обкладки, d – расстояние между обкладками, ε – диэлектрическая проницаемость.

Найдем разность потенциалов между обкладками, используя связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля в интегральной форме.

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E_r dr = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} dr = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d.$$

Но заряд конденсатора равен $q = \sigma S$.

Тогда

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sigma S \varepsilon\varepsilon_0}{\sigma d}, \quad \text{или} \quad C = \frac{S\varepsilon\varepsilon_0}{d}.$$

3.5. Соединение конденсаторов.

Для получения необходимой емкости конденсаторы соединяют между собой в батареи.

Батарея конденсаторов – несколько соединенных друг с другом конденсаторов.

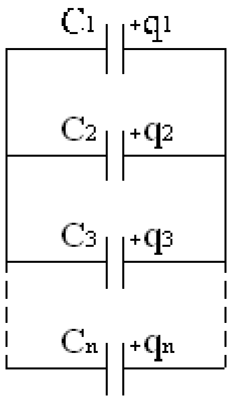

Рис.47

Заряд батареи – заряд, который проходит по проводнику, соединяющему положительный и отрицательный полюсы батареи.

Емкость батареи – величина, численно равная отношению заряда батареи и абсолютной величине разности потенциалов, между полюсами батареи.

Соединение конденсаторов может быть параллельным и последовательным:

1) Параллельное соединение (рис. 47). В этом случае заряд батареи равен сумме зарядов всех соединенных конденсаторов $q = \sum_{i=1}^{n} q_i$, а разность потенциалов на каждом конденсаторе и на всей батарее одинаковы $\Delta\varphi = \Delta\varphi_i$. Тогда емкость батареи равна

$$C=\frac{q}{\Delta\varphi}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_i}{\Delta\varphi_i}=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{\Delta\varphi_i}=\sum_{i=1}^{n}C_i \text{, то есть}$$

$$C=\sum_{i=1}^{n}C_i\ .$$

Емкость батареи параллельно соединенных конденсаторов, равна сумме емкостей всех конденсаторов.

2) Последовательное соединение (рис. 48). В этом случае заряд всей батареи и заряд каждого конденсатора одинаковы $q=q_i$, а разность потенциалов на всей батарее равна сумме разностей потенциалов на каждом конденсаторе $\Delta\varphi=\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta\varphi_i$, тогда емкость батареи равна

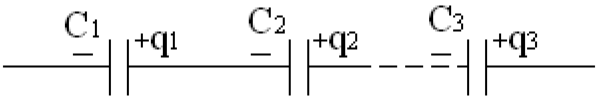

Рис. 48

$$C=\frac{q}{\Delta\varphi}=\frac{q_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta\varphi_i}=\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\Delta\varphi_i}{q_i}}=\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}}\ ,$$

или $$\frac{1}{C}=\frac{\Delta\varphi}{q}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta\varphi_i}{q_i}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta\varphi_i}{q_i}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i},$$

то есть $$\frac{1}{C}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}\ .$$

При последовательном соединении конденсаторов величина, обратная емкости батареи, равна сумме величин, обратных емкостям всех конденсаторов.

3.6. Энергия системы неподвижных точечных зарядов.

Рассмотрим два неподвижных точечных заряда q_1 и q_2, расположенные на некотором расстоянии друг от друга. Каждый из зарядов находится в электростатическом поле, созданном другим зарядом. Выразим энергию их взаимодействия. Если считать, что поле создано зарядом q_1, то потенциальная энергия зарядов будет равна: $W=q_2\varphi_2$, где φ_2 – потенциал, создаваемый зарядом q_1 в точке, где находится заряд q_2. Если же полагать, что поле создано зарядом q_2, то потенциальная энергия этой системы зарядов будет равна: $W=q_1\varphi_1$, где φ_1 – потенциал, создаваемый зарядом q_2 в точке, где находится заряд q_1.

Отсюда $$q_1\,\varphi_1=q_2\,\varphi_2\ .$$

Тогда можно записать $W = \frac{q_2\varphi_2}{2} + \frac{q_1\varphi_1}{2}$ и так как $q_1\varphi_1 = q_2\varphi_2$,

то $$W = \frac{q_1\varphi_1}{2} + \frac{q_2\varphi_2}{2} = \frac{1}{2}\left(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2\right).$$

Полученный результат можно обобщить на систему из любого числа точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i$$

где φ_i – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме q_i в точке, где находится заряд q_i.

3.7. Собственная энергия заряженного проводника и конденсатора.

Заряд, находящийся на проводнике, можно рассматривать как систему взаимодействующих между собой точечных зарядов. Такая система обладает потенциальной энергией.

Потенциальная энергия, которой обладает заряженный проводник в отсутствие внешнего электрического поля, называется собственной энергией проводника. Будем заряжать проводник, перенося заряды малыми порциями dq с нулевого уровня потенциала на поверхность проводника. Пусть очередная порция dq переносится, когда на проводнике уже имеется заряд q и проводник обладает потенциалом φ. Элементарная работа, совершаемая силами поля при этом равна

$$\delta A = dq(0 - \varphi) = -dq\varphi.$$

Приращение заряда проводника при этом $dq = C\,d\varphi$,

тогда $\delta A = -C\,\varphi\,d\varphi$,

но $W = -\int \delta A + const$, тогда

$$W = \int C\varphi\,d\varphi + const = \frac{C\varphi^2}{2} + const.$$

Примем const=0,

тогда $$W = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Если использовать соотношение $C = \frac{q}{\varphi}$, то можно записать также

$$W = \frac{q^2}{2C} \quad \text{или} \quad W = \frac{q\varphi}{2}.$$

Найдём выражение для *собственной энергии конденсатора*. Так как заряды обкладок равны, то процесс зарядки конденсатора можно представить, как перенос малых порций заряда dq с одной обкладки на другую. Элементарная работа, совершаемая силами поля при переносе заряда dq равна $\delta A = dq(\varphi_1 - \varphi_2) = -dq\Delta\varphi$, но

$$W = -\int \delta A + const,$$

тогда $$W = \int dq\Delta\varphi + const = \int \frac{qdq}{C} + const = \frac{q^2}{2C} + const.$$

Принимая const=0, получим

$$W = \frac{q^2}{2C}$$ или, учитывая $q = C\,\Delta\varphi$,

$$W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} \quad \text{или} \quad W = \frac{q\Delta\varphi}{2}.$$

3.8. Энергия электрического поля.

Можно поставить вопрос о локализации собственной энергии проводника и конденсатора. Где сосредоточена эта энергия: на зарядах или в окружающем проводник электрическом поле?

Решить вопрос в рамках электростатики невозможно, так как электростатическое поле неотделимо от создающих его зарядов. Изучение же переменных электрических полей позволяет заключить, что носителем энергии является поле.

Преобразуем, выражение для энергии конденсатора так, чтобы в него вошли характеристики поля – напряжённость или смещение. Сделаем это на примере плоского конденсатора. Энергия конденсатора равна:

$$W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2}, \quad \text{где} \quad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Так как поле в конденсаторе однородно, то $\Delta\varphi = E\,d$.

Получим $W = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S E^2 d^2}{d2} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 Sd}{2}E^2 = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V$, где $V = S\,d$ – объем занимаемый полем конденсатора.

Пространственное распределение энергии характеризуется плотностью энергии w, то есть энергией поля, заключённой в единице объема. Если энергия распределена равномерно, то плотность энергии $w = \dfrac{W}{V}$, если неравномерно, то $w = \dfrac{dW}{dV}$.

Поскольку поле конденсатора однородно, то $w = \dfrac{W}{V} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$, то есть

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Отметим, что полученное соотношение справедливо для любых электрических полей, в том числе неоднородных и переменных. Учитывая, что в изотропном диэлектрике $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$,

можно записать также $$w = \frac{ED}{2}.$$

Зная пространственное распределение плотности энергии можно решить обратную задачу – найти энергию, заключенную в любом интересующем нас объеме V:

$$W = \int_V w(x, y, z)dV.$$

4. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

4.1. Понятие об электрическом токе.

Электрическим током называют любое упорядоченное движение носителей электрического заряда.

Электрический ток называется макроскопическим или током свободных зарядов, если он создается движением свободных носителей заряда. Макроток, создаваемый движением свободных зарядов в макроскопическом проводнике, называется *током проводимости*. Ток проводимости в металлах обусловлен движением электронов, в электролитах – движением положительных и отрицательных ионов, в газах – ионов и электронов.

Для того чтобы в проводнике возник электрический ток, необходимо создать в нем электрическое поле. При наличии поля на хаотическое движение свободных зарядов накладывается направленное движение: положительные заряды перемещаются в направлении поля, то есть в сторону убыли потенциала, отрицательные – против поля (в сторону возрастания потенциала).

Таким образом: *Наличие электрического поля и свободных электрических зарядов – непременное условие возникновения и существования тока.*

Поскольку электрический ток может быть обусловлен движением и положительных и отрицательных зарядов, то необходимо условиться о том, что принимать за направление тока. Независимо от природы носителей заряда за направление тока принимается направление движения положительных зарядов.

Количественной характеристикой интенсивности движения зарядов является *сила тока i – скалярная физическая величина, модуль которой равен абсолютной величине заряда, прошедшего через данную поверхность S за единицу времени.*

Если dq – заряд, прошедший через S за время dt, то

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Сила тока – величина алгебраическая: она может быть положительной и отрицательной. Если направление тока образует с нормалями к элементам S острые углы, то $i>0$, а если тупые, то $i < 0$ (направление нормалей выбирают произвольно).

Обычно интересуются током, протекающим через площадь S поперечного сечения проводника, поэтому под силой тока в проводнике будем подразумевать именно эту величину.

Если ток создается и положительными и отрицательными носителями заряда, то

$$|i| = \frac{|dq_+|}{dt} + \frac{|dq_-|}{dt},$$

где dq_+ и dq_- – положительный и отрицательный заряды, прошедшие через рассматриваемую поверхность за время dt.

Ток называется *постоянным* или стационарным, если он не изменяется ни по модулю, ни по направлению. Сила постоянного тока обозначается буквой I. Тогда для случая постоянного тока:

$$I = \frac{q}{t}.$$

Ток называется *пульсирующим*, если он изменяется только по модулю.

Ток называется *переменным*, если он изменяется и по модулю и по направлению.

Может случиться, что ток распределяется по рассматриваемой поверхности неравномерно. Для характеристики распределения тока по поверхности, сквозь которую он течет, вводится векторная величина, называемая плотностью тока.

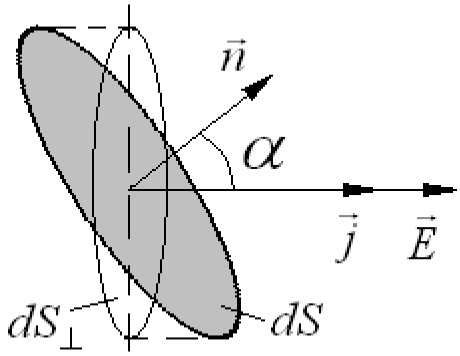

Рис. 49

Плотность тока $\vec{j}$ - вектор, численно равный модулю тока, протекающего через единичную площадку, расположенную перпендикулярно к электрическому полю, вызвавшему этот ток, и совпадающий по направлению с направлением тока (т. е. направлением движения положительных зарядов).

Если dS – элементарная площадка, α – угол между нормалью $\vec{n}$ к этой площадке и направлением поля в том месте, где расположена площадка, dI – ток, протекающий через dS, то числовое значение вектора $\vec{j}$ равно

$$j = \frac{|dI|}{dS\cos\alpha} = \frac{|dI|}{dS_\perp},$$

где $dS_\perp = dS\cos\alpha$ – проекция площадки dS на плоскость перпендикулярную к линиям поля (рис. 49).

Из этого следует, что сила тока, протекающего через элементарную площадку dS, ориентированную в проводнике произвольно, равна

$$dI = jdS\cos\alpha = \vec{j}\cdot d\vec{S},$$

где $d\vec{S}$ - вектор, численно равный dS и направленный по нормали к площадке dS.

Чтобы найти силу тока, протекающего через всю поверхность S, например через площадь поперечного сечения проводника, нужно проинтегрировать по S.

$$I = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}.$$

То есть *сила тока, протекающего через данную поверхность S, есть поток вектора плотности тока* $\vec{j}$ *через эту поверхность.*

4.2. Закон Ома для однородного участка цепи.

Ом в 1826 г. экспериментально установил закон, согласно которому сила электрического тока, текущего от точки 1 к точке 2 однородного участка цепи, пропорциональна разности потенциалов на концах этого участка (рис. 50). (Однородный – участок цепи, в котором на заряды действуют только электростатические силы).

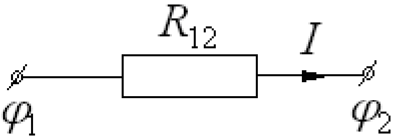

Рис. 50

$$I_{12} = G_{12}(\varphi_1 - \varphi_2).$$

G_{12} называется *электрической проводимостью* участка.
Величина, обратная проводимости, называется *электрическим сопротивлением.*

$$\frac{1}{G_{12}} = R_{12}.$$

Тогда

$$I_{12} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}}.$$

Сила тока в однородном участке цепи прямо пропорциональна разности потенциалов, приложенной к его концам, и обратно пропорциональна сопротивлению участка.

Сопротивление зависит от формы и размеров проводника, по которому течет ток, его химического состава и физического состояния (температуры, давления и т. д.). Если проводник однородный и имеет постоянное поперечное сечение, то его сопротивление рассчитывается по формуле (при данной температуре):

$$R_t = \rho_t \frac{l}{S},$$

где l – длина проводника,
S – площадь поперечного сечения,

ρ_t – удельное сопротивление, то есть сопротивление проводника единичной длины и единичного поперечного сечения.

Для большинства проводников удельное сопротивление изменяется с температурой по линейному закону:

$$\rho_t = \rho_0(1+\alpha t),$$

где ρ_0 - удельное сопротивление при $0^0 C$,

t - температура по Цельсию,

α - температурный коэффициент сопротивления.

Тогда
$$R_t = \rho_0(1+\alpha t)\frac{l}{S} = R_0(1+\alpha t),$$

где $R_0 = \rho_0 \dfrac{l}{S}$, т. е. сопротивление при $0^0 C$.

Вернемся к закону Ома. Записанная нами формула – интегральная. В ней отражается связь силы тока, протекающего через любое сечение проводника, с разностью потенциалов на его концах, то есть связь между величинами, относящимся к разным точкам проводника. Приведем это выражение к дифференциальному виду.

Выберем внутри проводника в окрестностях интересующей нас точки M элементарный объем в виде прямоугольного цилиндра, образующие которого параллельны вектору $\vec{j}$ в точке M (рис. 51). Пусть длина выделенного цилиндра dl, площадь основания dS. Электрическое поле внутри такого элементарного объема можно считать однородным, сопротивление выделенного объема:

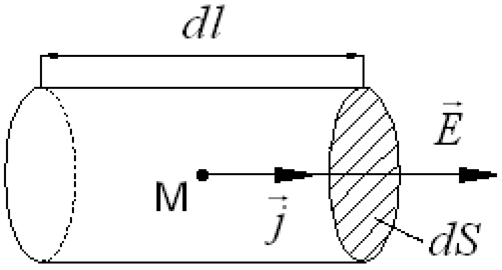

Рис. 51

$$dR = \rho\frac{dl}{dS}.$$

Абсолютное значение разности потенциалов между торцами цилиндра равно:

$$|d\varphi| = Edl,$$

где E – модуль напряженности поля $\vec{E}$ в точке M.

Сила тока, протекающего через поперечное сечение цилиндра по абсолютной величине равна:
$$|dI| = jdS.$$

Применив теперь закон Ома: $|dI| = \dfrac{|d\varphi|}{dR}$, получим $jdS = \dfrac{E\cdot dl\cdot dS}{\rho dl}$

или
$$j = \frac{1}{\rho}E.$$

Вектор плотности тока $\vec{j}$ в каждой точке проводника направлен так же, как и вектор напряженности $\vec{E}$, поэтому равенство можно записать в векторном виде:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}.$$

Величина, обратная удельному сопротивлению, называется удельной проводимостью или электропроводимостью $\frac{1}{\rho} = \sigma$.

Тогда окончательно $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ – закон Ома для однородного участка цепи в дифференциальной форме.

Плотность тока $\vec{j}$ *в каждой точке однородного участка цепи пропорциональна напряженности электрического поля в этой же точке и совпадает по направлению с вектором* $\vec{E}$.

4.3. Закон Джоуля-Ленца.

При прохождении электрического тока по проводнику энергия тока превращается в другие виды энергии: во внутреннюю энергию проводника и окружающей среды (при нагревании) в механическую энергию проводника (при его движении в магнитном поле) и т.д.

Если проводник, по которому течет ток, неподвижен, в проводнике под действием тока не проходит химических реакций и температура не изменяется (стационарное состояние), то вся энергия, выделяющаяся в проводнике, отдается в окружающую среду в форме теплопередачи. Джоуль (Англия) и Ленц (Россия) установили экспериментальный закон, согласно которому *количество тепла, отдаваемого проводником в окружающую среду, пропорционально сопротивлению проводника, квадрату силы тока и времени прохождения тока*.

$$Q_{12} = I^2 R_{12} t.$$

Выделение тепла при прохождении тока по проводнику происходит за счет работы тока. Если участок цепи, образованный данным проводником, однородный (не содержит источника тока), то эта работа совершается силами электростатического поля, существующего в проводнике. Убедимся в этом:

$$I^2 R_{12} t = (IR_{12})(It),$$

но $IR_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2)$, а $It = q$.

Следовательно $Q_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$,

но $q(\varphi_1 - \varphi_2)$ – работа сил электростатического поля.

Таким образом $Q_{12} = A_{12}$.

В тех случаях, когда сила тока в проводнике изменяется по определенному закону $I = I(t)$ в течение некоторого промежутка времени от момента t_1 до момента t_2, количество тепла, выделяемое в проводнике, рассчитывается интегрированием:

$$Q_{12} = \int_{t_1}^{t_2} I^2(t)\, R_{12}\, dt.$$

Преобразуем теперь закон Джоуля-Ленца к дифференциальному виду. Для этого опять выделим внутри проводника элементарный объем в виде прямого цилиндра, образующие которого параллельны вектору плотности тока (рис. 51) и подсчитаем количества тепла, которое выделяет этот объем за время dt.

По закону Джоуля-Ленца это количество тепла δQ равно

$$\delta Q = (jdS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = \rho j^2 dl dS dt = \rho j^2 dV dt,$$

где dV – объем цилиндра.

Количество тепла, выделяемое единицей объема проводника за единицу времени, называется *плотностью тепловой мощности тока (или удельной тепловой мощностью)*

$$w = \frac{\delta Q}{dVdt}.$$

Тогда $$w = \rho j^2.$$

Наконец, учитывая, что $j = \sigma E$ и $\rho = 1/\sigma$, получим

$w = \sigma E^2$ – закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

Плотность тепловой мощности тока в данной точке проводника пропорциональна квадрату напряженности электрического поля в этой же точке.

4.4 Электродвижущая сила, разность потенциалов, напряжение. Закон Ома для неоднородного участка цепи.

Для возникновения в проводнике электрического тока необходимо, чтобы внутри проводника существовало электрическое поле, признаком которого является наличие разности потенциалов на концах проводника.

Создать электрическое поле в электрической цепи можно за счет имеющихся в ней зарядов. Для этого достаточно разделить заряды противоположных знаков, сосредоточив в одном месте цепи избыточный положительный заряд, в другом – отрицательный (чтобы создать заметные поля, достаточно разделить ничтожно малую часть зарядов).

Разделение разноименных зарядов не может быть осуществлено силами электростатического (кулоновского) взаимодействия, так как эти силы не только не разъединяют, а наоборот, стремятся соединить заряды противоположных знаков, что неизбежно приводит к выравниванию потенциалов и исчезновению поля в проводниках. Разделение разноименных зарядов в электрической цепи может быть осуществлено только силами неэлектрического происхождения.

Силы, разделяющие заряды в электрической цепи, создающие в ней электростатическое поле, называются сторонними.

Устройства, в которых действуют сторонние силы, называются *источниками тока.*

Природа сторонних сил может быть различной. В одних источниках эти силы обусловлены химическими процессами (гальванические элементы), в других – диффузией носителей заряда и контактными явлениями (контактные ЭДС), в третьих – наличием вихревого электрического поля (электрические генераторы) и т.д. Сторонние силы действуют на заряды только в источниках тока, причем, там они действуют либо на всем пути следования зарядов через источник, либо на отдельных участках. В связи с этим говорят об источниках с *распределенными* и *сосредоточенными* сторонними силами. Примером источника с распределенными сторонними силами может служить электрический генератор – в нем эти силы действуют на всей длине обмотки якоря; примером источника с сосредоточенными сторонними силами может служить гальванический элемент – в нем эти силы действуют лишь в тончайшем слое, примыкающем к электродам.

Поскольку сторонние действуют только в источнике, а электростатические – и в источнике и во внешней цепи, то во всякой цепи имеются участки, где на заряды одновременно действуют и сторонние и электростатические силы. Участок цепи, в котором на заряды действуют только электростатические силы, называется, как уже говорилось, *однородным*. Участок, в котором на заряды одновременно действуют и электростатические, и сторонние силы, называется *неоднородным*. Иными словами, неоднородный участок – это участок, содержащий источник тока.

При перемещении зарядов по такому участку электростатические и сторонние силы совершают работу. Работу сторонних сил характеризует *электродвижущая сила* (сокращенно ЭДС).

Электродвижущей силой на данном участке цепи 1-2 называется скалярная физическая величина, численно равная работе, совершаемая сторонними силами при перемещении единичного, положительного точечного заряда из точки 1 в точку 2

$$\varepsilon_{12} = \frac{A_{стор1-2}}{q_+}.$$

Работу электростатических сил характеризует *разность потенциалов*.

Разностью потенциалов между точками 1 и 2 электрической цепи называется скалярная физическая величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими силами при перемещении единичного, положительного точечного заряда из точки 1 в точку 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{эл.ст.1-2}}{q_+}.$$

Совместную работу сторонних и электростатических сил на данном участке цепи характеризует напряжение.

Напряжением U_{12} *на данном участке 1-2 называется физическая величина, численно равная алгебраической сумме работ, совершаемых электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного, положительного точечного заряда из точки 1 в точку 2.*

$$U_{12} = \frac{A_{эл.ст.1-2}}{q_+} + \frac{A_{стор1-2}}{q_+} .$$

Или, иначе говоря, $U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}$.

Если сопротивление неоднородного участка *1-2* равно R_{12} и по нему течет ток I, то, воспользовавшись законом сохранения энергии можно получить закон Ома для неоднородного участка цепи.

Если ток в цепи стационарный, участок цепи неподвижен и его температура не изменяется, то единственным результатом работы тока на этом участке будет выделение тепла в окружающую среду. Полная работа тока, складывающаяся из работ электростатических и сторонних сил, за время *t* равна количеству выделившегося тепла $A_{12} = Q_{12}$.

Но $A_{12} = q[(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}] = It[(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}]$,

и $Q_{12} = I^2 R_{12} t$.

Тогда $I^2 R_{12} t = It[(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}]$, и после сокращений

$$IR_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12} .$$

Отсюда $$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R_{12}}$$ – закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме: *сила тока в неоднородном участке электрической цепи прямо пропорциональна алгебраической сумме разности потенциалов на концах участка и ЭДС, действующих на данном участке, и обратно пропорциональна полному сопротивлению участка.*

Сила тока, разность потенциалов и ЭДС в этой формуле – величины алгебраические. Их знак зависит от направления обхода участка. Если направление тока совпадает с направлением обхода, то его считают положительным. Если источник тока посылает ток в направлении обхода, то его ЭДС считается положительной. Далее приведен пример записи закона Ома для неоднородного участка цепи, изображенного на рис. 52.

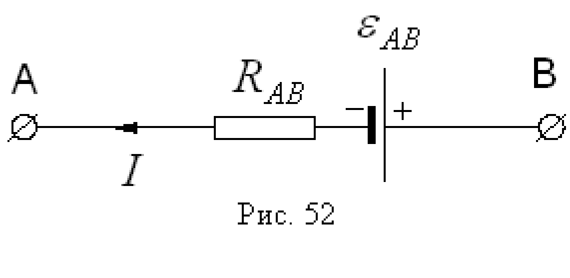

Рис. 52

При обходе от А к В $$-I=\frac{(\varphi_A-\varphi_B)+\varepsilon_{AB}}{R_{AB}},$$

от В к А $$I=\frac{(\varphi_B-\varphi_A)-\varepsilon_{AB}}{R_{AB}}.$$

То есть при изменении направления обхода все величины, входящие в закон Ома, изменяют знак.

Таким образом, закон Ома и для однородного и для неоднородного участков – одно из проявлений закона сохранения и превращения энергии.

4.5. Следствия из закона Ома для неоднородного участка цепи.

Рассмотрим следствия, вытекающие из закона Ома для неоднородного участка цепи.

1. Если источник тока на данном участке отсутствует ($\varepsilon_{12}=0$), то получаем закон Ома для однородного участка $I=\dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{R_{12}}$,

откуда следует, что $IR_{12}=(\varphi_1-\varphi_2)$ или $U_{12}=(\varphi_1-\varphi_2)$.

Напряжение и разность потенциалов на однородном участке цепи равны между собой.

2. Если рассмотреть замкнутую цепь, то $\varphi_1=\varphi_2$ или $\varphi_1-\varphi_2=0$. Подставив это в исходную формулу, получим $I=\dfrac{\varepsilon}{R_{12}}$,

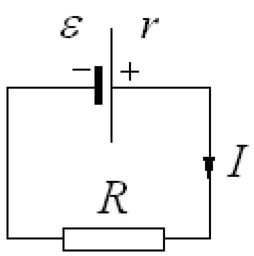

Рис. 53

где $R_{12}=R_{полн.}=R+r$ – *полное сопротивление цепи*, R – сопротивление внешнего участка цепи, r – сопротивление внутреннего участка цепи (источника тока).

Тогда $$I=\frac{\varepsilon}{R+r}.$$

Сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна ЭДС и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи – закон Ома для полной цепи.

3. Если цепь разомкнута, тока в ней нет ($I=0$) $IR=0$.

Тогда $\varepsilon_{12}=-(\varphi_1-\varphi_2)$, то есть *ЭДС равна по абсолютной величине и противоположна по знаку разности потенциалов на зажимах разомкнутого источника тока*.

4.6. Мощность в цепи постоянного тока.

Мощность электрического тока на однородном участке цепи с сопротивлением R_{12} достаточно просто можно найти как отношение работы, совершаемой силами электростатического поля по перемещению в проводнике зарядов, ко времени, за которое совершается эта работа:

$$P_{12}=\frac{A_{12}}{t}=\frac{q\left(\varphi_1-\varphi_2\right)}{t}=\frac{I\,t\left(\varphi_1-\varphi_2\right)}{t}=I\cdot I\,R_{12}=I^2R_{12}\,.$$

Таким образом, *мощность электрического тока на участке цепи пропорциональна квадрату силы тока и сопротивлению участка.*

Если рассмотреть замкнутую цепь (рис. 53), то в такой цепи принято рассматривать два вида мощности – полную и полезную. *Полной* называют мощность, которая выделяется на всей цепи, то есть как на внешнем сопротивлении R, так и на внутреннем сопротивлении источника тока r. Тогда полную мощность можно найти как произведение квадрата силы тока на полное сопротивление цепи: $P_{полн.}=I^2\left(R+r\right)$, и используя закон Ома для замкнутой цепи, получим:

$$P_{полн.}=\frac{\varepsilon^2}{R+r}\,.$$

Полезной называют мощность, которая выделяется на внешнем сопротивлении цепи R, то есть она равна $P_{полез.}=I^2R$, и опять применив закон Ома для замкнутой цепи, получим:

$$P_{полез.}=\frac{\varepsilon^2R}{\left(R+r\right)^2}\,.$$

Коэффициентом полезного действия (кпд) замкнутой цепи называют отношение полезной мощности к полной. Используя выведенные формулы, получим:

$$\eta=\frac{P_{полез.}}{P_{полн.}}=\frac{R}{R+r}.$$

Выясним, как полезная, полная мощность и кпд зависят от сопротивления внешней цепи R. Видно, что полная мощность максимальна при $R=0$ и убывает с увеличением внешнего сопротивления. Полезная мощность вначале возрастает от нуля до некоторого значения, а затем убывает с ростом R. Чтобы выяснить, при каком значении R полезная мощность максимальна, необходимо приравнять к нулю производную $\frac{dP_{полез.}}{dR}$.

$$\frac{dP_{полез.}}{dR}=\frac{\varepsilon^2\left(R+r\right)^2-2\left(R+r\right)\varepsilon^2R}{\left(R+r\right)^4}=0,$$ отсюда после сокращений получим

$$R=r.$$

Таким образом, максимальная мощность во внешней цепи развивается при ус-

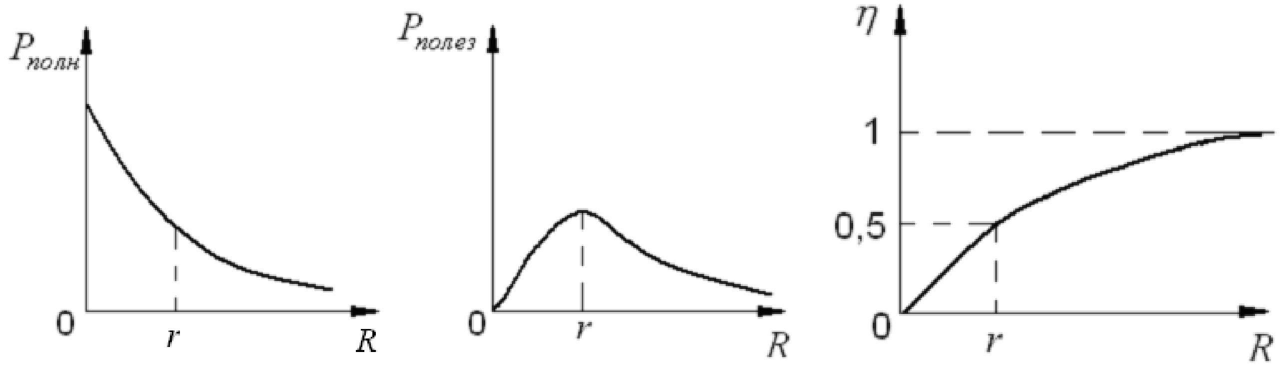

Рис. 54

ловии, что сопротивление внешней цепи равно внутреннему сопротивлению источника тока. Обратим внимание, что при данном условии кпд равен всего 0,5, то есть только половина мощности, развиваемой источником тока, выделяется во внешней цепи, остальная же мощность идет на нагревание самого источника тока. На рис. 54 графически изображены зависимости полной и полезной мощности, а также кпд для замкнутой цепи от величины внешнего сопротивления цепи.

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики: Т.2. Электричество. – М.: Наука, 1987. – 432 с.
2. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. Пособие для вузов. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. школа, 2003. – 542 с.: ил.
3. Детлаф Ф.Ф., Яворский Б.М. Курс физики: учеб. Пособие для втузов. – М.: Наука, 1989. – 608 с.

Содержание