Федеральное агентство по Образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Омский государственный технический университет»

Данилов С.В., Егорова В.А., Кондратьева Т.Н.

Э Л Е К Т Р О С Т А Т И К А

Практикум

Омск 2006

УДК 537(075)
ББК 22.33я73
Д 18

Рецензенты: М.П. Ланкина – канд.физ.-мат.наук, доцент кафедры общей физики ОмГУ,
В.П. Блинов – канд.физ.-мат.наук, доцент кафедры микроэлектроники и мед. физики ОмГУ.

Д 18 Данилов С.В., Егорова В.А., Кондратьева Т.Н **Электростатика**: Практикум . – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2006. - 56 с.

Приведены краткие теоретические сведения, формулировки основных законов и теорем электростатического поля. Рассмотрены примеры решения задач по основным вопросам электростатики. Составлены индивидуальные домашние задания для самостоятельной работы студентов.

Предназначено для студентов всех форм обучения.

Подготовлено на кафедре физики и одобрено редакционно-издательским советом ОмГТУ.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Омского государственного технического университета.

ВВЕДЕНИЕ

Цель настоящего практикума – оказать помощь студентам инженерно-технических специальностей высших учебных заведений в изучении курса физики по разделу «Электростатика» (электрическое поле неподвижных электрических зарядов). Этот раздел соответствует второму семестру изучения курса физики. Практикум может использоваться как студентами дневной формы обучения при проведении аудиторных занятий и выполнении домашних заданий, так и студентами дистанционной формы обучения при самостоятельном изучении курса физики и выполнении контрольных работ.

Основной учебный материал разбит в практикуме на две темы:

1. Основные законы электростатики. Расчет напряженности и потенциала электростатического поля.
2. Работа сил электрического поля. Движение заряженных частиц в электрическом поле. Электроемкость проводников и конденсаторов. Энергия электрического поля.

По каждой теме приводится содержание теоретического курса в объеме, достаточном для понимания основных законов, лежащих в основе задач, предлагаемых для решения. По каждой теме рассмотрены примеры решения физических задач с подробным объяснением принципов решения и использования физических законов. Приведены задачи для решения на аудиторных занятиях. Студенты дистанционной формы обучения могут использовать эти задачи с данными ответами для самоконтроля после изучения теоретического курса. В практикуме предлагаются задачи для самостоятельного решения при выполнении домашних заданий. Большое количество задач (90 по каждой теме) позволило составить варианты домашних заданий, индивидуальные для каждого студента учебной группы.

Тема 1. Основные законы электростатики. Расчет напряженности и потенциала электростатического поля.

Краткие теоретические сведения для решения задач

1.1. Электрический заряд. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Напряженность поля.

Электростатикой называется раздел учения об электричестве, в котором изучаются взаимодействия и свойства систем электрических зарядов, неподвижных относительно выбранной инерциальной системы отсчёта. Существуют два рода электрических зарядов – положительные и отрицательные. Силы взаимодействия тел или частиц, обусловленные электрическими зарядами этих тел или частиц, называются электростатическими силами. Точечным электрическим зарядом называется заряженное тело, форма и размеры которого несущественны в данной задаче. Электрический заряд любой системы тел состоит из целого числа элементарных зарядов, приближённо равных $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Закон сохранения электрического заряда: **Алгебраическая сумма электрических зарядов тел или частиц, образующих электрически изолированную систему, не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе.**

Силы электростатического взаимодействия заряженных тел подчиняются экспериментально установленному закону Кулона. Поэтому их часто называют кулоновскими силами.

Закон Кулона: **Сила электрического взаимодействия двух точечных электрических зарядов, находящихся в вакууме, прямо пропорциональна произведению q_1q_2 этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния r между зарядами и направлена вдоль соединяющей их прямой** (рис.1.1).

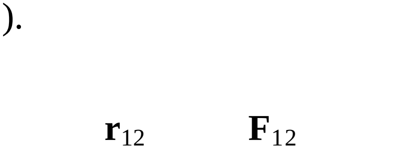


Рис.1.1

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}_{12} \quad ,$$

где ε_0=8,85·10^{-12} Ф/м - электрическая постоянная, $r = |\vec{r}_{12}|$.
Всякое заряженное тело можно рассматривать как систему точечных зарядов. Поэтому электростатическая сила, с которой одно заряженное тело действует на другое, равна геометрической сумме сил, приложенных ко всем точечным электрическим зарядам второго тела со стороны каждого точечного заряда первого тела.

Взаимодействие между электрически заряженными частицами или телами, движущимися произвольным образом относительно инерциальной системы отсчёта, осуществляется посредством электромагнитного поля, которое представляет собой совокупность двух взаимосвязанных полей - электрического и магнитного.

Характерная особенность электрического поля, отличающая его от других физических полей, состоит в том, что оно действует на электрический заряд (заряженную частицу или тело) с силой, которая не зависит от скорости движения заряда. Основной количественной характеристикой электрического поля служит вектор $\vec{E}$ напряжённости электрического поля, являющийся его силовой характеристикой.

Напряженность электрического поля равна силе $\vec{F}$, действующей со стороны поля на положительный единичный точечный заряд, помещённый в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} .$$

Сила, действующая со стороны электрического поля на помещённый в него произвольный точечный электрический заряд q: $\vec{F} = q\vec{E}$, где $\vec{E}$ - напряженность в месте нахождения заряда q.

Напряжённость электрического поля точечного заряда в вакууме:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r} ,$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, соединяющий заряд q с точкой, в которой вычисляется напряжённость поля.

Для графического изображения электростатических полей применяют метод силовых линий. Силовыми линиями (линиями напряжённости) называются линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряжённости поля в этой точке.

1.2. Принцип суперпозиции электрических полей

Основная задача электростатики формулируется следующим образом: по заданному распределению в пространстве источников поля – электрических зарядов – найти значение вектора напряжённости $\vec{E}$ во всех точках поля. Эта задача может быть решена на основе принципа суперпозиции электрических полей:

Напряжённость электрического поля системы зарядов равна геометрической сумме напряжённостей полей каждого из зарядов в отдельности.

Заряды могут быть распределены в пространстве либо дискретно, либо непрерывно. В первом случае напряжённость поля для системы точечных зарядов

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \quad ,$$

где $\vec{E}_i$ – напряжённость поля i-го заряда системы в рассматриваемой точке пространства, n - общее число дискретных зарядов системы.

Если электрические заряды непрерывно распределены вдоль линии, то вводится линейная плотность зарядов τ:

$$\tau = (dq/dl),$$

где dq – заряд малого участка длиной dl.

Если электрические заряды непрерывно распределены по некоторой поверхности, то вводится поверхностная плотность зарядов σ:

$$\sigma = (dq/dS),$$

где dq – заряд, расположенный на малом участке поверхности площадью dS.

При непрерывном распределении зарядов в каком-либо объёме вводится объёмная плотность зарядов ρ:

$$\rho = (dq/dV),$$

где dq – заряд, находящийся в малом элементе объёма dV.

Согласно принципу суперпозиции напряжённость электростатического поля, создаваемого в вакууме непрерывно распределёнными зарядами:

$$\vec{E} = \int_q d\vec{E} = \int_q \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \vec{r} \quad ,$$

где $d\vec{E}$ - напряжённость электростатического поля, создаваемого в вакууме малым зарядом dq, а интегрирование проводится по всем непрерывно распределённым зарядам.

1.3. Поток напряжённости. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

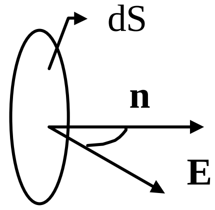


Рис.1.2

Элементарным потоком напряжённости электрического поля сквозь малый участок площадью dS поверхности, проведённой в поле, называется скалярная физическая величина

$$dN = \left(\vec{E}\cdot d\vec{S}\right) = EdScos(\vec{E},\vec{n}\,) = E_n dS = EdS_\perp,$$

где $\vec{E}$ — вектор напряжённости электрического поля на площадке dS, $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к площадке dS, $d\vec{S} = dS\vec{n}$ - вектор площадки, E_n = Ecos$(\vec{E},\vec{n}\,)$ - проекция вектора $\vec{E}$ на направление вектора $\vec{n}$**,** $dS_\perp$ = dScos$(\vec{E},\vec{n}\,)$ - площадь проекции элемента dS поверхности на плоскость, перпендикулярную вектору $\vec{E}$ (рис.1.2).

Теорема Гаусса: **Поток напряжённости электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность пропорционален алгебраической сумме электрических зарядов, охватываемых этой поверхностью:**

$$\oint\limits_S \left(\vec{E}\cdot d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \ ,$$

где все векторы $d\vec{S}$ направлены вдоль внешних нормалей к замкнутой поверхности интегрирования S, которую часто называют гауссовой поверхностью.

Приведем несколько примеров результата расчета модуля напряженности электростатического поля в вакууме при помощи теоремы Гаусса:

1. Поле заряда q, равномерно распределенного по поверхности сферы радиуса R:

$$r < R \qquad E = 0$$

$$r \ge R \qquad E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \ .$$

Здесь r – расстояние от центра сферы до точки, в которой определяется напряженность поля.

2. Поле заряда q, равномерно распределенного по объему шара радиуса R с объемной плотностью: $\rho = \dfrac{3q}{4\pi R^3}$.

$$r < R \qquad E = \frac{|\rho| r}{3\varepsilon_0} = \frac{|q| r}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \ ,$$

$$r \ge R \qquad E = \frac{|\rho| R^3}{3\varepsilon_0 r^2} = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \ .$$

Здесь r – расстояние от центра шара до точки, в которой рассчитывается напряженность поля.

3. Поле заряда, равномерно распределенного по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью σ:

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} .$$

4. Поле заряда, равномерно распределенного по бесконечной нити с линейной плотностью τ :

$$E = \frac{|\tau|}{2\pi\varepsilon_0 r} .$$

Здесь r – расстояние от нити до точки, в которой рассчитывается напряженность поля.

1.4. Потенциал электростатического поля

Для электростатического поля справедлива теорема о циркуляции: **Циркуляция вектора напряженности электростатического поля равна нулю:**

$$\oint_L \left(\vec{E} \cdot d\vec{l}\right) = 0 .$$

Это соотношение, выражающее потенциальный характер электростатического поля, справедливо как в вакууме, так и в веществе. Отсюда следует, что заряд в электростатическом поле обладает потенциальной энергией.

Энергетической характеристикой электростатического поля служит его потенциал.

Потенциалом электростатического поля называется скалярная физическая величина φ, равная потенциальной энергии W_p положительного единичного точечного заряда, помещённого в рассматриваемую точку поля:

$$\varphi = \frac{W_p}{q} .$$

Потенциал поля точечного заряда q_i в вакууме:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r} .$$

Принцип суперпозиции для потенциала:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i ,$$

т. е. при наложении электростатических полей их потенциалы складываются алгебраически.

Если заряды распределены в пространстве непрерывно, то потенциал φ их поля в вакууме

$$\varphi = \int_{(q)} d\varphi = \int_{(q)} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Интегрирование проводится по всем зарядам, образующим рассматриваемую систему.

При изучении электростатических полей в каких-либо точках важны разности, а не абсолютные значения потенциалов в этих точках. Поэтому выбор точки с нулевым потенциалом определяется только удобством решения данной задачи. Связь между потенциалом и напряжённостью имеет вид

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \; E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \; E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} \text{ и } \vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi,$$

т. е. напряжённость электростатического поля равна по модулю и противоположна по направлению градиенту потенциала. В простейшем случае, когда напряженность и потенциал являются функциями одной координаты r, справедливо соотношение $E_r = -\frac{d\varphi}{dr}$, отсюда $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E_r\, dr$.

Геометрическое место точек электростатического поля, в которых значения потенциалов одинаковы, называется эквипотенциальной поверхностью. Если вектор $d\vec{l}$ направлен по касательной к эквипотенциальной поверхности, то $\frac{d\varphi}{dl} = 0$ и $E_\tau = 0$. Это означает, что вектор напряженности перпендикулярен эквипотенциальной поверхности в каждой точке, т. е. $E = E_n$.

1.5. Электрический диполь

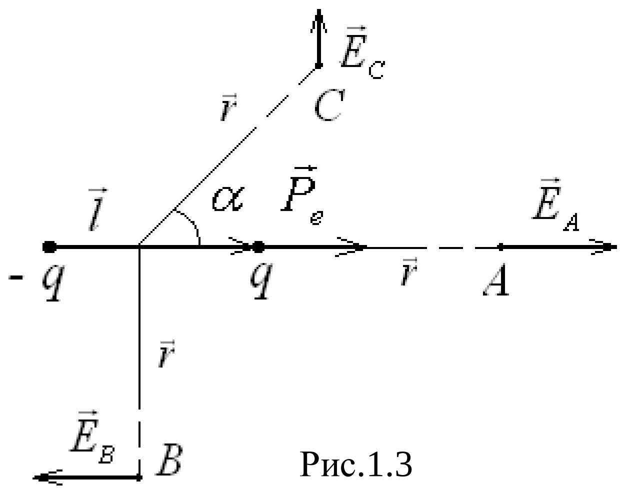


Рис.1.3

Электрическим диполем называется система из двух равных по абсолютной величине и противоположных по знаку электрических зарядов (q>0 и –q), расстояние *l* между которыми мало по сравнению с расстоянием до рассматриваемых точек поля. Вектор $\vec{l}$, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному, называется плечом диполя. Вектор $\vec{p}_e = q\vec{l}$ называется электрическим моментом диполя (дипольным электрическим моментом). Напряжённость поля диполя в произвольной точке $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$, где $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ - напряжённости полей зарядов q и -q (рис.1.3).

В точке A, расположенной на оси диполя на расстоянии r от его центра (r>>l), напряжённость поля диполя в вакууме

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}_e}{r^3} \quad .$$

В точке B, расположенной на перпендикуляре, восстановленном к оси диполя из его середины, на расстоянии r от центра (r>>l)

$$\vec{E}_B = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}_e}{r^3} \quad .$$

В произвольной точке C модуль вектора напряженности

$$E_C = \frac{p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\alpha}\,,$$

где r - величина радиуса-вектора, проведенного от центра диполя к точке C; α - угол между радиусом-вектором $\vec{r}$ и дипольным моментом $\vec{p}_e$ (рис.1.3).

Потенциал поля электрического диполя в точке C (рис. 1.3)

$$\varphi_C = \frac{p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\alpha \; .$$

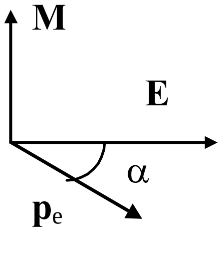


Рис.1.4

На электрический диполь в электрическом поле действует момент сил, поворачивающий диполь по направлению поля:

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E}, \quad M = p_e E \sin\alpha.$$

Электрическое поле совершает работу при ориентации диполя, поэтому электрический диполь во внешнем поле обладает потенциальной энергией

$$W_p = -\left(\vec{p}_e \cdot \vec{E}\right) = -\, p_e E \cos\alpha,$$

где α - угол между дипольным моментом и напряженностью поля (рис.1.4).

1.6. Электрическое поле в диэлектрических средах. Дипольные моменты молекул диэлектрика. Поляризация диэлектрика

Вещества, которые не проводят электрический ток, называются диэлектриками. В диэлектриках, в отличие от проводников, нет свободных носителей заряда. Все молекулы диэлектрика электрически нейтральны. Тем не менее, молекулы обладают электрическими свойствами. В первом приближении молекулу можно рассматривать как электрический диполь с дипольным электрическим моментом $\vec{p} = q\vec{l}$.

Как всякий электрический диполь молекула создаёт электрическое поле, поэтому электрические поля диполей, складываясь, создают некоторое собственное поле $\vec{E}'$, которое, налагаясь на внешнее поле $\vec{E}_0$, образует результирующее электрическое поле в диэлектрике $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$.

При внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле происходит поляризация диэлектрика, состоящая в том, что в любом малом его объёме ΔV возникает отличный от нуля суммарный дипольный электрический момент молекул.

Диэлектрик в таком состоянии называется поляризованным. Количественной мерой поляризации диэлектрика служит вектор поляризации $\vec{P}$.

Поляризация (вектор поляризации) равна электрическому дипольному моменту единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_{ei} .$$

В случае неоднородной поляризации ($\vec{P} \neq$ const) необходимо рассматривать предел этого отношения, когда $\Delta V \to 0$.

Для однородных и изотропных диэлектриков вектор поляризации пропорционален напряженности поля:

$$\vec{P} = \kappa\varepsilon_0\vec{E} ,$$

где к - диэлектрическая восприимчивость диэлектрика.

В результате поляризации диэлектрика в тонких слоях у ограничивающих его поверхностей возникают некомпенсированные связанные заряды, называемые поверхностными поляризационными (связанными) зарядами. Поверхностная плотность $\sigma_{связ}$ поляризационных зарядов равна проекции вектора поляризации $\vec{P}$ на внешнюю нормаль $\vec{n}$ к рассматриваемой поверхности диэлектрика:

$$\sigma_{связ} = P_n = P\cos\alpha,$$

где α - угол между вектором поляризации и нормалью к поверхности.

1.7. Теорема Гаусса для электростатического поля в среде

Электрическим смещением называется векторная величина $\vec{D}$, характеризующая электрическое поле:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E},$$

где ε = (1+к) - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, безразмерная физическая величина, показывающая, во сколько раз электрическое поле в диэлектрике меньше, чем в отсутствие диэлектрика.

$$\varepsilon = E_o / E.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в среде: **Поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен свободному электрическому заряду, попавшему внутрь этой поверхности:**

$$\oint_S \left(\vec{D} \cdot d\vec{S}\right) = \sum q_{своб}\ .$$

1.8. Условия для электростатического поля на границе раздела изотропных диэлектрических сред

1. Составляющая вектора напряженности, параллельная границе раздела диэлектриков (тангенциальная составляющая), не изменяется при переходе через границу раздела диэлектриков:

$$E_{2\tau} = E_{1\tau} \text{ и } D_{2\tau} / D_{1\tau} = \varepsilon_2 / \varepsilon_1.$$

2. Разность нормальных составляющих вектора электрического смещения на границе раздела диэлектриков равна поверхностной плотности свободных электрических зарядов на границе раздела:

$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma_{своб} \quad \text{и} \quad \varepsilon_1 E_{1n} - \varepsilon_2 E_{2n} = \sigma_{своб} / \varepsilon_o.$$

$$P_{1n} - P_{2n} = \sigma_{связ}.$$

Если $\sigma_{своб} = 0$, то $\varepsilon_2 E_{2n} = \varepsilon_1 E_{1n}$ и $D_{n2} = D_{1n}$.

Примеры решения задач

Пример 1. Диагонали ромба имеют длину d_1 = 2 см, d_2 = 3 см. На концах короткой диагонали расположены заряды q_1 = 2 нКл, q_2 = 6 нКл; на концах длинной - заряды q_3 = 3 нКл, q_4 = 12 нКл. Определить модуль вектора напряженности электрического поля в центре ромба и угол между вектором напряженности и короткой диагональю.

Дано:
$d_1 = 2$ см
$d_2 = 3$ см
$q_1 = 2$ нКл
$q_2 = 6$ нКл
$q_3 = 3$ нКл
$q_4 = 12$ нКл

E, α - ?

Решение

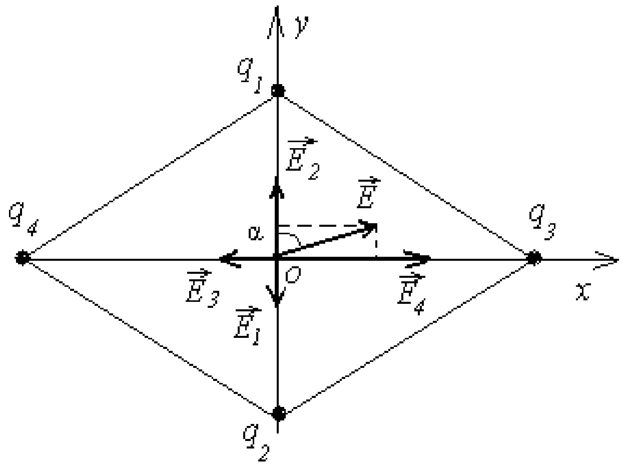


Рис.1.5

Так как электрическое поле создано несколькими зарядами, то для нахождения его напряженности надо применить принцип суперпозиции. Напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей, созданных каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 .$$

Направления векторов показаны на рис.1.5. Модули составляющих векторов можно найти по формуле напряженности поля точечного заряда:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{d_1}{2}\right)^2}; \quad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{d_1}{2}\right)^2}; \quad E_3 = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{d_2}{2}\right)^2}; \quad E_4 = \frac{q_4}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{d_2}{2}\right)^2}.$$

Чтобы сложить вектора, выберем координатные оси x и y , как показано на рисунке, и найдем проекции результирующего вектора E_x и E_y как суммы проекций всех составляющих векторов на эти оси координат:

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x} + E_{4x}\ ; \qquad E_y = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y} + E_{4y}\ .$$

Здесь $E_{1x} = - E_1, \quad E_{2x} = E_2, \quad E_{3x} = 0, \quad E_{4x} = 0,$

$E_{1y} = 0, \quad E_{2y} = 0, \quad E_{3y} = - E_3, \quad E_{4y} = E_4$.

Тогда $$E_x = \frac{q_2 - q_1}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}; \qquad E_y = \frac{q_4 - q_3}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}.$$

Вычислим проекции вектора $\vec{E}$:

$$E_x = \frac{6\cdot 10^{-9} - 2\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot \left(10^{-2}\right)^2} = 3{,}6\cdot 10^5 \text{ В/м};$$

$$E_y = \frac{12\cdot 10^{-9} - 3\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\left(1{,}5\cdot 10^{-2}\right)^2} = 3{,}6\cdot 10^5 \text{ В/м}.$$

Модуль результирующего вектора E найдем через его проекции на оси координат:

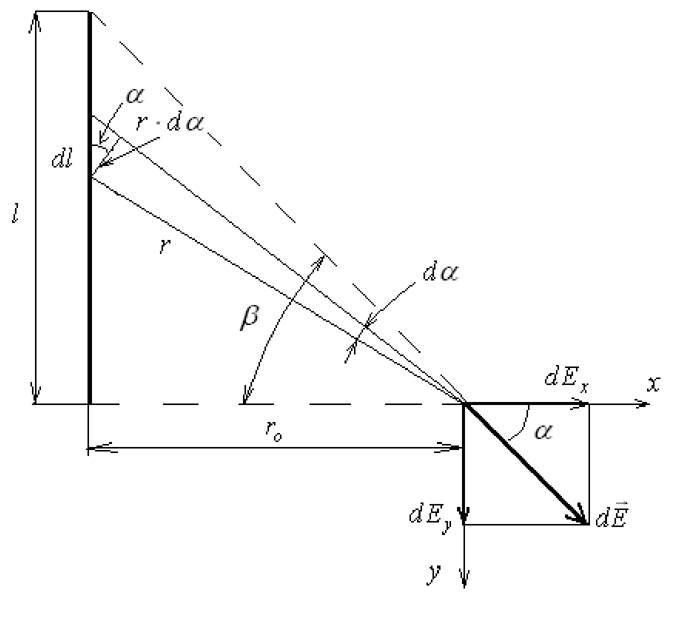
$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{\left(3{,}6\cdot 10^5\right)^2 + \left(3{,}6\cdot 10^5\right)^2} = 5{,}09\cdot 10^5 \text{ В/м}.$$

Найдем теперь угол, который вектор $\vec{E}$ образует с короткой диагональю ромба.

Из рисунка видно, что $\operatorname{tg}\alpha = \frac{E_x}{E_y} = 1$, значит $\alpha = 45^{\circ}$.

Ответ: $E = 5{,}09\cdot 10^5$ В/м, $\alpha = 45^{\circ}$.

Пример 2. Тонкий стержень длиной l = 10 см заряжен с линейной плотностью τ = 400 нКл/м. Найти напряженность электрического поля в точке, расположенной на перпендикуляре к стержню, проведенном через один из его концов, на расстоянии r_0 = 8 см от его конца.



Дано:	Решение
l = 10 см τ = 400 нКл/м r_0 = 8 см	
E - ?	

Применим принцип суперпозиции для поля непрерывно распределенных зарядов:

$$\vec{E} = \int d\vec{E}\,.$$

Выделим на стержне бесконечно малый участок длиной dl (рис.1.6) Находящийся на нем заряд $dq = \tau\, dl$ можно считать точечным, и напряженность поля, созданного им, рассчитывать как

$$d\vec{E} = \frac{\tau\, dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r}\,.$$

Из приведенного рисунка видно, что

$$r = \frac{r_0}{\cos\alpha}; \qquad \text{Рис.1.6}\quad dl = \frac{r\, d\alpha}{\cos\alpha}\,.$$

Следует иметь в виду, что $d\vec{E}$ - вектор, поэтому прежде чем интегрировать, выберем оси координат x и y и найдем проекции вектора $d\vec{E}$ на эти оси:

$$dE_x = dE\cos\alpha; \qquad dE_y = dE\sin\alpha\,,$$

или, учитывая сделанные подстановки,

$$dE_x = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\cos\alpha; \qquad dE_y = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\sin\alpha\,.$$

Интегрируя эти выражения в пределах от 0 до β (рис. 1.6.), получим:

$$E_x = \int dE_x = \int_0^{\beta}\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{\tau\sin\beta}{4\pi\varepsilon_0 r_0}; \qquad E_y = \int dE_y = \int_0^{\beta}\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\sin\alpha\, d\alpha = \frac{\tau(1-\cos\beta)}{4\pi\varepsilon_0 r_0}.$$

где E_x и E_y – проекции результирующего вектора $d\vec{E}$ на оси x и y.

Подставим числовые значения заданных величин в системе СИ и произведем вычисления:

$$E_x = \frac{4\cdot10^{-7}\cdot 9\cdot 10^{9}\cdot 0{,}1}{8\cdot10^{-2}\sqrt{64\cdot10^{-4}+100\cdot10^{-4}}} = 35{,}1\cdot10^{3}\ \text{В/м};$$

$$E_y = \frac{4\cdot 10^{-7}\cdot 9\cdot 10^{9}\left(1-\dfrac{8\cdot 10^{-2}}{\sqrt{64\cdot 10^{-4}+100\cdot 10^{-4}}}\right)}{8\cdot 10^{-2}} = 16{,}1\cdot 10^{3}\ \text{В/м}.$$

Вектор напряженности определится через проекции E_x и E_y :

$$\vec{E} = E_x\,\vec{i} + E_y\,\vec{j} = (35{,}1\vec{i} + 16{,}1\vec{j})10^{3}\ \text{В/м},$$

где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – орты координатных осей x и y.

Модуль вектора напряженности найдем через его проекции на оси координат:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}\ .$$

Вычислим: $E = \sqrt{35{,}1^2 + 16{,}1^2}\cdot 10^3 = 39{,}3\cdot 10^3$ В/м.

Ответ: $E = 39{,}3\cdot 10^3$ В/м.

Пример 3. Тонкие стержни образуют квадрат со стороной *l*. Стержни заряжены с линейной плотностью τ = 1,33 нКл/м. Найти потенциал φ в центре квадрата.

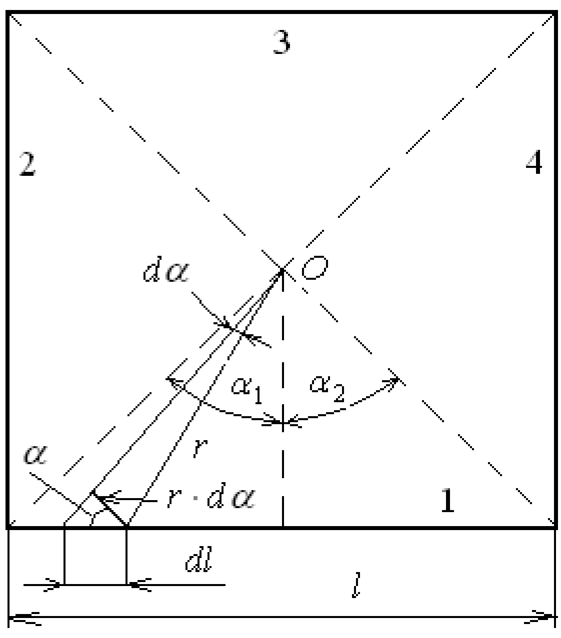
Дано:
τ = 1,33 нКл/м
φ - ?

Решение

По принципу суперпозиции потенциал поля, созданного в точке O (рис.1.7) всеми сторонами квадрата, равен алгебраической сумме потенциалов полей, созданных каждой из этих сторон:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4\,.$$

Поскольку все стороны квадрата расположены симметрично относительно точки O, то можно считать, что $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4$ и $\varphi = 4\varphi_1$.



Следовательно, для нахождения φ достаточно найти потенциал φ_1 поля, созданного в точке O одной из сторон квадрата. Разобьем эту сторону на элементарные отрезки d*l* . Заряд, находящийся на каждом из них, dq = τ d*l* можно рассматривать как точечный, тогда потенциал поля, созданного им, равен

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\tau\, dl}{4\pi\varepsilon_0 r}\ .$$

Из рис.1.7 следует, что

$$dl = \frac{r\, d\alpha}{\cos\alpha}\ , \text{ тогда }\ d\varphi = \frac{\tau\, d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 \cos\alpha}\ .$$

Интегрируя полученное выражение в пределах от α_1 до α_2, получим потенциал φ_1:

$$\varphi_1 = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\tau\, d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 \cos\alpha} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}\ .$$

Поскольку точка O расположена симметрично относительно углов квадрата, то $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/4$, поэтому

$$\varphi_1 = \frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi/4} \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0}\, ln\,\mathrm{tg}\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\Big|_0^{\pi/4} = \frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(ln\,\mathrm{tg}\frac{3\pi}{8} - ln\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0}\, ln\,\mathrm{tg}\frac{3\pi}{8}\ .$$

Потенциал результирующего поля $\varphi = 4\,\varphi_1$, то есть

$$\varphi = \frac{2\tau}{\pi\varepsilon_0}\, ln\,\mathrm{tg}\frac{3\pi}{8}\ .$$

Вычислим φ, подставляя числа в расчетную формулу:

$$\varphi = \frac{2\cdot 1{,}33\cdot 10^{-9}}{3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\, ln\, 2{,}414 = 84{,}4\ \text{В}.$$

Ответ: $\varphi = 84{,}4$ В.

Пример 4. Лист стекла ($\varepsilon = 7$) толщиной d = 2 см равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho = 1$ мкКл/м^3. Определить напряженность электрического поля в точках A,B,C (см. рис.1.8). Построить график зависимости E (x).

Дано:	Решение
$\varepsilon = 7$ $\rho = 1$ мкКл/м^3	
E_A, E_B, E_C, E (x) - ?	Для решения задачи применим метод Гаусса. Из условия следует, что заряд, сообщенный листу стекла извне (его принято называть свободным зарядом)

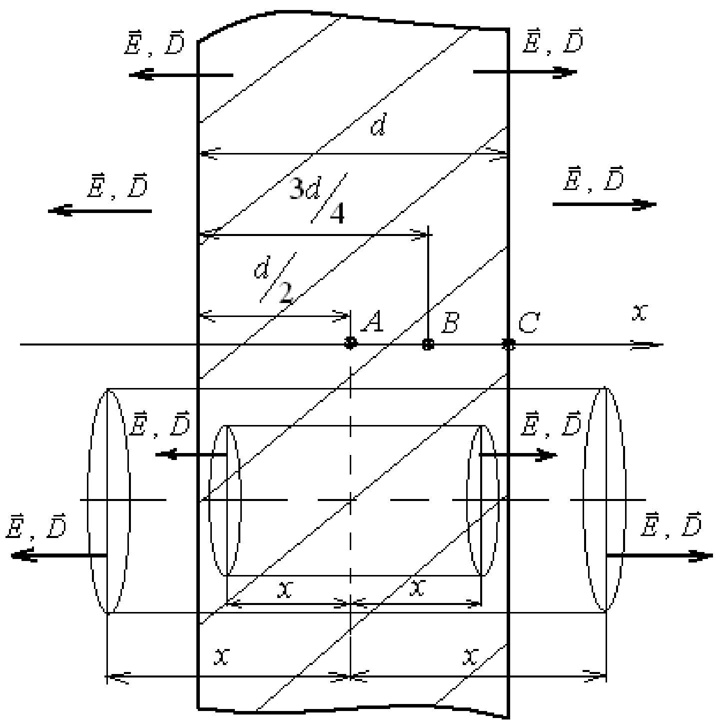
распределен в пространстве симметрично относительно плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно оси x (см. рис.1.8). Поэтому есть основание утверждать, что электрическое поле симметрично относительно этой плоскости. Кроме того, так как мы рассматриваем диэлектрик, находящийся в электрическом поле, то чтобы исключить рассмотрение влияния поляризационных зарядов диэлектрика, теорему Гаусса следует применять для вектора электрического смещения $\vec{D}$. Полагая, что точки A,B,C достаточно удалены от краев листа стекла, можно считать, что линии вектора $\vec{D}$ в любой точке расположены параллельно оси x. Исходя из этого, будем выбирать гауссову поверхность в виде цилиндра, образующие которого параллельны оси x, а основания перпендикулярны к ней и расположены от плоскости симметрии на равном расстоянии.

Начало координат оси x расположим в точке A.

Разобьем пространство на две области:

1. $|x| \le \dfrac{d}{2}$. Поток вектора электрического смещения через выбранную поверхность равен

$$N_D = \oint\limits_S \left(\vec{D}\cdot d\vec{S}\right) = \int\limits_{S\,бок.} \left(\vec{D}\cdot d\vec{S}\right) + \int\limits_{S\,осн.} \left(\vec{D}\cdot d\vec{S}\right) + \int\limits_{S\,осн.} \left(\vec{D}\right.$$



Первый интеграл равен нулю, так как линии вектора $\vec{D}$ не пересекают боковую поверхность цилиндра. Второй и третий интегралы равны по признаку симметрии.

$$N_D = 2\int\limits_{S\,осн.} \left(\vec{D}\cdot d\vec{S}\right) = 2DS_{осн.}.$$

Свободный заряд, попавший внутрь выбранной поверхности, равен

$$q = \rho \cdot 2|x| \cdot S_{осн.}.$$

По теореме Гаусса

$$2DS_{осн.} = \rho \cdot 2|x| \cdot S_{осн.}.$$

Отсюда $\quad D=\rho|x|\quad$ внутри листа стекла.

Известно, что в том случае, когда диэлектрик полностью заполняет пространство между двумя эквипотенциальными поверхностями, связь между электрическим смещением и напряженностью поля выражается весьма просто:

$$\vec{D}=\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}.$$

Это же справедливо и для модулей векторов. Тогда напряженность электрического поля внутри стекла равна $\quad E=\dfrac{\rho|x|}{\varepsilon\varepsilon_0}$.

2. $|x|\geq\dfrac{d}{2}$. Поток вектора электрического смещения через поверхность цилиндра, как и в предыдущем случае выражается формулой $N_D=2DS_{осн.}$.

Свободный заряд, попавший внутрь гауссовой поверхности, в этом случае равен

$$q=\rho\cdot S_{осн.}\cdot d.$$

По теореме Гаусса $\quad 2DS_{осн.}=\rho\cdot S_{осн.}\cdot d$.

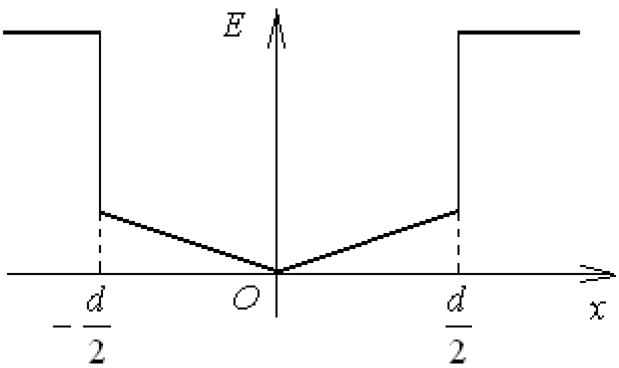


Рис.1.9

Тогда $\quad D=\dfrac{\rho d}{2}$, а напряженность, соответственно $\quad E=\dfrac{\rho d}{2\varepsilon_0}$, так как вне стекла ε = 1. Таким образом, вне листа стекла поле является однородным, его напряженность не зависит от координат.

Теперь построим график зависимости модуля вектора напряженности от координаты x (рис.1.9).

Отметим, что при переходе из стекла в воздух модуль напряженности скачком увеличивается в ε раз.

Найдем теперь численные значения напряженности E в точках A,B,C (рис.1.9).

1. Точка A: x = 0; $E_A = 0$.
2. Точка B: x = d/4; $E_B=\dfrac{\rho d}{4\varepsilon\varepsilon_0}=\dfrac{10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-2}}{4\cdot 7\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}=80{,}7\ \text{В/м}$.
3. Точка C: x = d/2; E_C имеет два значения:

а) внутри стекла $E_{C_1} = \dfrac{\rho d}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \dfrac{10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-2}}{2\cdot 7\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 161{,}4\,\text{В/м}$;

б) вне стекла $E_{C_2} = \varepsilon E_{C_1} = 7\cdot 161{,}4 = 1130\,\text{В/м}$.

Ответ: $E_A = 0$; $E_B = 80{,}7$ В/м; $E_{C1} = 161{,}4$ В/м, $E_{C2} = 1130$ В/м.

Пример 5. Эбонитовый сплошной шар ($\varepsilon = 3$) радиуса $R = 5$ см несет заряд, равномерно распределенный с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м^3. Определить напряженность электрического поля в точках: 1) на расстоянии $r_1 = 3$ см от центра шара; 2) на поверхности шара; 3) на расстоянии $r_3 = 10$ см от центра шара. Построить график зависимости $E(r)$.

Дано:
$\varepsilon = 3$
$\rho = 10$ нКл/м^3
$r_1 = 3$ см
$r_2 = R$
$r_3 = 10$см

E_{r1}, E_R, E_{r2} - ?

Решение

Применим метод Гаусса. Как и в предыдущей задаче, теорему Гаусса надо применять для вектора электрического смещения $\vec{D}$, так как в этом случае достаточно учесть только дополнительные (свободные) заряды, сообщенные диэлектрику извне и не надо рассматривать связанные поляризационные заряды диэлектрика. Ввиду сферически симметричного распределения свободного заряда есть основание утверждать, что линии вектора $\vec{D}$ в любой точке направлены вдоль радиусов, проведенных из точки О, и модуль D имеет одинаковое значение на равных расстояниях от центра шара О. Следовательно, в качестве гауссовых поверхностей следует выбирать сферы радиуса r с центром в точке О (рис.1.10).

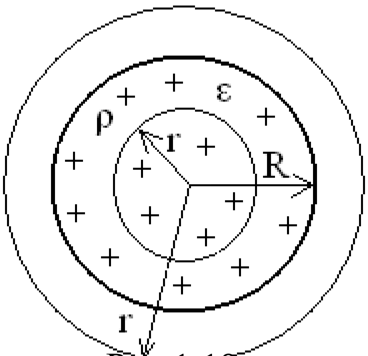


Рис.1.10

Рассмотрим две области пространства:

1. $r \le R$. Поток вектора электрического смещения через гауссову сферу равен

$$N_D = \oint_S \left(\vec{D}\cdot d\vec{S}\right) = \oint_S D\cdot dS = D\oint_S dS = DS = D\cdot 4\pi r^2 .$$

Свободный заряд, попавший внутрь этой сферы, равен $q = \dfrac{4}{3}\pi r^3\cdot\rho$.

По теореме Гаусса $D\cdot 4\pi r^2 = \dfrac{4}{3}\pi r^3\cdot\rho$, отсюда $D = \dfrac{\rho r}{3}$.

Так как и в этом примере диэлектрик заполняет пространство между двумя эквипотенциальными поверхностями, то связь между $\vec{D}$ и $\vec{E}$ имеет вид

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} .$$

Тогда модуль напряженности электрического поля равен $E = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon \varepsilon_0}$.

2. $r \geq R$. Поток вектора электрического смещения через сферу радиуса r , как и в предыдущем случае, равен $N_D = D \cdot 4\pi r^2$.

Свободный заряд, попавший внутрь этой сферы с $r > R$ – это весь заряд шара:

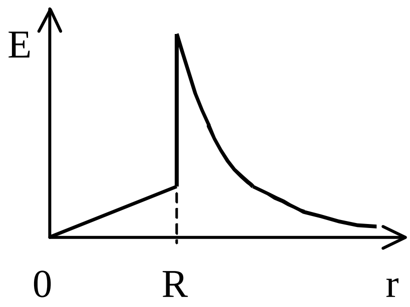
$$q = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho \quad .$$

По теореме Гаусса $D \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$, отсюда

$D = \dfrac{\rho R^3}{3r^2}$, а напряженность поля в этой области $E = \dfrac{D}{\varepsilon_0}$, так как $\varepsilon = 1$.

Получим $E = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$.

Теперь можно построить график зависимости $E(r)$ (рис.1.11).



Отметим, что на границе перехода поля из эбонита в воздух происходит скачок напряженности в ε раз.

Вычислим значения напряженности в нужных точках:

1) $r_1 = 3$ см. $E_1 = \dfrac{10 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 3 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 3{,}37\ \text{В/м}$.

2) $r_2 = R$. Напряженность имеет два значения:

а) внутри шара $E(R)_1 = \dfrac{10 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 3 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 6{,}28\ \text{В/м}$;

б) вне шара $E(R)_2 = \varepsilon \cdot E(R)_1 = 18{,}8\ \text{В/м}$.

3) $r_3 = 10$ см. $E_3 = \dfrac{10 \cdot 10^{-9} \cdot \left(5 \cdot 10^{-2}\right)^3}{3 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}1^2} = 4{,}7\ \text{В/м}$.

Ответ: E_1 = 3,37 В/м; $E(R)_1$ = 6,28 В/м, $E(R)_2$ = 18,8 В/м; E_3 = 4,7 В/м .

Пример 6. Сплошной парафиновый шар (ε = 2) радиусом R =10 см равномерно заряжен с объемной плотностью ρ = 1 мкКл/м^3. Определить потенциал электрического поля в центре шара и на его поверхности. Построить график зависимости φ (r).

Дано:	Решение
ε = 2 R = 10 см ρ = 1мкКл/м^3	Воспользуемся связью между напряженностью и потенциалом электростатического поля $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$.
φ (0), φ (R), φ (r) - ?	Для поля со сферической симметрией, каким является поле шара, это соотношение можно записать в виде $E_r = -\frac{d\varphi}{dr}$, где E_r – проекция вектора напряженности на

радиус – вектор $\vec{r}$, проведенный из центра шара. В нашем случае E_r = E, то есть модулю вектора напряженности.

Тогда разность потенциалов двух точек поля может быть найдена интегрированием

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E\,dr\ .$$

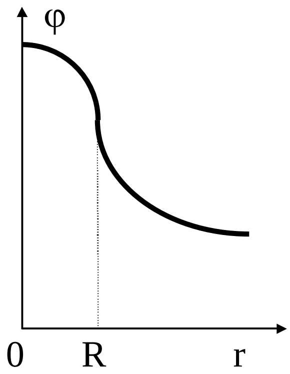
Для нахождения численного значения потенциала необходимо задать нулевой уровень потенциала. В данном случае нулевой уровень удобнее всего задать в бесконечности.

Тогда $\varphi_R - \varphi_\infty = \int_R^\infty E\,dr$, где φ_R – потенциал на поверхности шара.

Учтем, что $\varphi_\infty = 0$, а выражение для напряженности поля в пространстве, окружающем шар, возьмем из предыдущей задачи $E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$.

Тогда $$\varphi_R = \int_R^\infty \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)_R^\infty = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}\ .$$

Разность потенциалов между центром шара и его поверхностью найдем таким же способом $\varphi_0 - \varphi_R = \int_0^R E\,dr$, где φ_0 – потенциал в центре шара.



Тогда $\varphi_0 = \varphi_R + \int\limits_0^R E\,dr$, а напряженность поля внутри шара опять возьмем из предыдущей задачи: $E = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon\varepsilon_0}$. Найдем φ_0:

$$\varphi_0 = \varphi_R + \int\limits_0^R \frac{\rho r}{3\varepsilon\varepsilon_0}dr = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} + \frac{\rho R^2}{6\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}\left(1 + \frac{1}{2\varepsilon}\right).$$

Нарисуем график зависимости φ (r) (рис.1.12).

12

Найдем численные значения потенциалов на поверхности шара φ_R и в его центре φ_0.

$$\varphi_R = \frac{10^{-6}\cdot 0{,}1^2}{3\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 377\,В;\quad \varphi_0 = \frac{10^{-6}\cdot 0{,}1^2}{3\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(1 + \frac{1}{2\cdot 2}\right) = 472\,В.$$

Ответ: φ_R = 377 В, φ_0 = 472 В.

Задачи для аудиторных занятий

1. Два маленьких одноименно заряженных шарика радиусом R = 1 см подвешены на двух нитях длиной *l* = 1 м. Заряды шариков q = 4 мкКл. Нити, на которых подвешены шарики, составляют угол α = 90°. Определить:
а) массу шариков; б) диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если его плотность ρ = 800 кг/м³ при условии, что при погружении шарика в жидкий однородный диэлектрик угол между нитями будет β = 60°.

Ответ: m = 0.016 кг; ε = 2.

2. Прямая, бесконечная, тонкая нить несет равномерно распределенный по длине заряд (τ_1 = 1 мкКл/м). В плоскости, содержащей нить, перпендикулярно нити находится тонкий стержень длиной *l*. Ближайший к нити конец стержня находится на расстоянии *l* от нее. Определить силу, действующую на стержень, если он заряжен с линейной плотностью τ_2 = 0,1 мкКл/м.

Ответ: F = 1.25 мН.

3. Металлический шар имеет заряд q_1 = 0,1 мкКл. На расстоянии, равном радиусу шара, от его поверхности находится конец нити, вытянутой вдоль силовой линии. Нить несет равномерно распределенный по длине заряд q_2 = 10 нКл. Длина нити равна радиусу шара. Определить силу, действующую на нить, если радиус шара R = 10 см.

Ответ: F = 150 мкН.

4. Металлический шар радиусом R = 10 см окружен тонкой концентрической проводящей сферой радиуса 2R. Заряды шара q_1 и сферы q_2 таковы, что потенциал шара равен нулю, потенциал внешней сферы φ = 1000 В. Определить заряд шара и сферы.

Ответ: q_1 = - 22,2 нКл; q_2 = 44,5 нКл.

5. Две концентрические металлические заряженные сферы радиусами R_1 = 6 см и R_2 = 10 см несут соответственно заряды q_1 = 1 нКл и q_2 = -0,5 нКл. Найти напряженности поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях r_1 = 5 см, r_2 = 9 см, r_3 = 15 см.

Ответ: E_1 = 0; E_2 = 1,11 кВ/м; E_3 = 200 В/м.

6. Две тонкостенные коаксиальные трубки радиусами R_1 = 2 см и R_2 = 4 см несут заряды, равномерно распределенные по длине с линейными плотностями τ_1 = 1 нКл/м и τ_2 = -0,5 нКл/м. Пространство между трубками заполнено эбонитом (ε = 3). Определить напряженность поля в точках, находящихся на расстояниях r_1 = 1 см, r_2 = 3 см, r_3 = 5 см от оси трубок.

Ответ: E_1 = 0; E_2 = 200 В/м; E_3 = 180 В/м.

7. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии d = 0,5 см друг от друга. На плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 =0,2 мкКл/м^2 и σ_2 = -0,3 мкКл/м^2. Определить разность потенциалов между плоскостями.

Ответ: $\Delta\varphi$ = 141 В.

8. Эбонитовый толстостенный шар несет равномерно распределенный по объему заряд с плотностью ρ = 2 мкКл/м^3. Внутренний радиус шара R_1 = 3 см, наружный R_2 = 6 см. Определить потенциал шара в следующих точках: 1) на наружной поверхности шара; 2) на внутренней поверхности шара; 3) в центре шара.

Ответ: φ_1 = 238 В; φ_2 = 116 В; φ_3 = 116 В.

Домашнее задание

1. Два положительных точечных заряда q и 4q закреплены на расстоянии l = 60 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд q_1 так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

2. Расстояние l между свободными зарядами q_1 = 180 нКл и q_2 = 720 нКл равно 60 см. Определить точку на прямой, проходящей через заряды, в которой нужно поместить третий заряд q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить величину и знак заряда. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

3. Три одинаковых заряда q = 1 нКл каждый расположены по вершинам равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд q_1 нужно поместить в центр треугольника, чтобы его притяжение уравновесило силы взаимного отталкивания зарядов? Будет ли это равновесие устойчивым?

4. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды q = 0,3 нКл каждый. Какой отрицательный заряд q_1 нужно поместить в центр квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

5. Тонкий стержень длиной l = 10 см равномерно заряжен. Линейная плотность заряда τ =1 мкКл/м. На продолжении оси стержня на расстоянии a = 20 см от ближайшего его конца находится точечный заряд q = 100 нКл. Определить силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

6. Тонкий очень длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью заряда τ = 10 мкКл/м. На продолжении оси стержня на расстоянии a = 20 см от его конца находится точечный заряд q = 10 нКл. Определить силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

7. Тонкий очень длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью заряда τ = 10 мкКл/м. На перпендикуляре к оси стержня, восставленном из конца его, находится точечный заряд q = 10 нКл. Расстояние заряда от конца стержня a=20 см. Найти силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

8. Тонкое кольцо радиусом R = 10 см несет равномерно распределенный заряд q = 0,1 мкКл. На перпендикуляре к плоскости кольца, восставленном из его центра, находится точечный заряд q_1 = 10 нКл. Определить силу F, действующую на точечный заряд q_1 со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на: 1) l_1 = 20 см; 2) l_2 = 2 м.

9. Тонкое полукольцо радиусом R = 10 см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью τ = 1 мкКл/м. В центре кривизны полукольца находится заряд q = 20 нКл. Определить силу F взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.

10. По тонкому кольцу радиусом R = 10 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ = 1 нКл/м. В центре кольца находится заряд q = 0,4 мкКл. Определить силу F, растягивающую кольцо. Взаимодействием зарядов кольца пренебречь.

11. Тонкое кольцо радиусом R = 8 см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью τ = 10 нКл/м. Какова напряженность электрического поля в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние r = 10 см?

12. На отрезке тонкого прямого проводника длиной l = 10 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ = 3 мкКл/м. Вычислить напряженность в точке, лежащей на оси проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка.

13. Тонкий стержень длиной l = 12 см заряжен с линейной плотностью τ = 200 нКл/м. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии r = 5 см от стержня против его середины.

14. Тонкий стержень длиной l = 10 см заряжен с линейной плотностью τ = 400 нКл/м. Найти напряженность электрического поля в точке, расположенной на перпендикуляре к стержню, проведенному через один из его концов, на расстоянии r = 8 см от этого конца.

15. По тонкому кольцу радиусом R = 10 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ = 10 нКл/м. Определить потенциал в точке, лежащей на оси кольца, на расстоянии a = 5 см от центра.

16. На отрезке тонкого прямого проводника равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ = 10 нКл/м. Вычислить потенциал, создаваемый этим зарядом в точке, расположенной на оси проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка.

17. Тонкий стержень длиной l = 10 см несет равномерно распределенный заряд q = 1 нКл. Определить потенциал электрического поля в точке, лежащей на оси стержня на расстоянии a = 20 см от ближайшего его конца.

18. Тонкие стержни образуют квадрат со стороной длиной a = 10 см. Стержни равномерно заряжены, их общий заряд q = 10 нКл. Найти потенциал в центре квадрата.

19. В вершинах равностороннего со стороной a = 5 м треугольника расположены три одинаковых заряда q = 3 мкКл каждый. Определить модуль вектора напряженности электрического поля в центре треугольника и вершине тетраэдра, построенного на этом треугольнике.

20. Шарик массой m = 0,2 г с зарядом q = 1 мкКл, подвешенный на нити длиной l = 0,2 м, вращается вокруг неподвижного заряда, такого же, как и заряд шарика. Угол между нитью и вертикалью 30^{o}, заряды находятся в одной плоскости. Найти угловую скорость равномерного вращения и силу натяжения нити.

21. Шарик массой m = 15 г с зарядом q = 15 мкКл может вращаться в вертикальной плоскости на нити длиной l = 15 см. В центре вращения находится

второй шарик с зарядом, равным по значению и знаку заряда вращающегося шарика. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарику в нижнем положении, чтобы он смог сделать полный оборот?

22. Полусфера несет заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью σ =1 нКл/м^2. Найти напряженность электрического поля в геометрическом центре полусферы.

23. Два прямых тонких стержня длиной l_1 = 12 см и l_2 = 6 см заряжены каждый с линейной плотностью τ = 400 нКл/м. Стержни начинаются в одной точке и образуют прямой угол. Найти напряженность поля в точке, лежащей на пересечении перпендикуляров, восстановленных из концов стержней.

24. Тонкая круглая пластинка несет равномерно распределенный по плоскости заряд q = 1 нКл. Радиус пластины R = 5 см. Определить потенциал электрического поля в двух точках: 1) в центре пластины; 2) в точке, лежащей на оси, перпендикулярной плоскости пластины и отстоящей от центра пластины на a = 5 см.

25. В центр квадрата, в каждой вершине которого находится заряд q = 2,33 нКл, помещен отрицательный заряд q_o. Найти этот заряд, если на каждый заряд q действует результирующая сила F=0.

26. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда q_o = 0,4 мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 2 α = 60^o. Найти массу m каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса l = 20 см.

27. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд q нужно сообщить шарикам, чтобы сила натяжения нитей стала равной T = 98 мН? Расстояние от центра шарика до точки подвеса l = 10 см; масса каждого шарика m = 5 г.

28. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины (l = 20 см) так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда q_o = 0,4 мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 2α = 60^o. Найти плотность материала шариков, если известно, что при погружении этих шариков в керосин угол расхождения нитей стал равным 2β = 54^o.

29. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины и опущены в диэлектрик, плотность которого ρ = 800 кг/м^3 и диэлектрическая проницаемость ε = 2. Какова должна быть плотность ρ_0 материала шариков, чтобы углы расхождения нитей в воздухе и в диэлектрике были одинаковыми?

30. Медный шар радиусом R = 0,5 см помещен в масло. Плотность масла ρ = 800 кг/м^3. Найти заряд шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле. Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность E=3,6 МВ/м. (Плотность меди δ = 8900 кг/м^3).

31. В центре сферы радиусом R = 20 см находится точечный заряд q = 10 нКл. Определить поток вектора напряженности через часть сферической поверхности площадью S = 20 см^2.

32. Прямоугольная плоская площадка, со сторонами a = 3 см и b = 2 см, находится на расстоянии R = 1 м от точечного заряда q = 1 мкКл. Площадка ориентирована так, что линии напряженности в центре площадки составляют угол 30^o с ее поверхностью. Найти поток вектора напряженности через площадку.

33. Электрическое поле создано точечным зарядом q = 0,1 мкКл. Определить поток электрического смещения через круглую площадку радиусом R = 30 см. Заряд равноудален от краев площадки и находится на расстоянии а = 40 см от ее центра.

34. Плоская квадратная пластина со стороной длиной l = 10 см находится на некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной (σ =1 мкКл/м^2) плоскости. Плоскость пластины составляет угол α = 30^0 с линиями поля. Найти поток электрического смещения через эту пластину.

35. Электрическое поле создано бесконечной прямой, равномерно заряженной нитью (τ = 0,3 мкКл/м). Определить поток электрического смещения через прямоугольную площадку, две большие стороны которой параллельны заряженной линии и одинаково удалены от нее на расстоянии r = 20 см. Стороны площадки имеют размеры a = 20 см, b = 40 см.

36. На некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью σ = 0,1 нКл/см^2 расположена круглая пластинка. Нормаль к плоскости пластинки составляет с линиями напряженности угол 30^0. Определите поток N_E вектора напряженности через эту пластинку, если ее радиус r = 15 см.

37. Электростатическое поле создается двумя бесконечными параллельными плоскостями, заряженными равномерно одноименными зарядами с поверхностной плотностью соответственно σ_1 = 2 нКл/м^2 и σ_2 = 4 нКл/м^2. Определите напряженность электростатического поля: 1) между плоскостями; 2) за пределами плоскостей. Постройте график изменения напряженности поля вдоль оси x, перпендикулярной плоскостям.

38. Электростатическое поле создается двумя бесконечными параллельными плоскостями, заряженными равномерно разноименными зарядами с поверхностной плотностью σ_1 = 1 нКл/м^2 и σ_2 = 2 нКл/м^2. Определите напряженность электростатического поля: 1) между плоскостями; 2) за

пределами плоскостей. Постройте график изменения напряженности поля вдоль линии, перпендикулярной плоскостям.

39. На металлической сфере радиусом R = 15 см находится заряд q = 2 нКл. Определите напряженность электростатического поля: 1) на расстоянии r_1 = 10 см от центра сферы; 2) на поверхности сферы; 3) на расстоянии r_2 = 20 см от центра сферы. Постройте график зависимости E(r).

40. Поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами радиусами R_1 = 5 см и R_2 = 8 см. Заряды сфер соответственно равны q_1 = 2 нКл и q_2 = - 1 нКл. Определите напряженность электростатического поля в точках, лежащих от центра сфер на расстояниях: 1) r_1 = 3 см; 2) r_2 = 6 см; 3) r_3 = 10 см. Постройте график зависимости E(r).

41. Шар радиусом R = 10 см в вакууме заряжен равномерно с объемной плотностью ρ = 10 нКл/м^3. Определите напряженность электростатического поля: 1) на расстоянии r_1 = 5 см от центра шара; 2) на расстоянии r_2 = 15 см от центра шара. Постройте зависимость E(r).

42. Фарфоровый шар радиусом R = 10 см заряжен равномерно с объемной плотностью ρ = 15 нКл/м^3. Определите напряженность электростатического поля: 1) на расстоянии r_1 = 5 см от центра шара; 2) на поверхности шара; 3) на расстоянии r_2 = 15 см от центра шара. Постройте график зависимости E(r). Диэлектрическая проницаемость фарфора ε = 5.

43. Длинный прямой провод, расположенный внутри диэлектрика (ε = 2), несет заряд, равномерно распределенный по всей длине провода с линейной плотностью τ = 2 нКл/м. Определите напряженность и смещение электростатического поля на расстоянии r = 1 м от провода.

44. Внутренний цилиндрический проводник длинного прямолинейного коаксиального кабеля радиусом R_1 = 1,5 мм заряжен с линейной плотностью τ_1 = 0,20 нКл/м. Внешний цилиндрический проводник этого кабеля радиусом R_2 = 3 мм заряжен с линейной плотностью τ_2 = - 0,15 нКл/м. Пространство между проводниками заполнено резиной (ε = 3). Определите напряженность электростатического поля в точках, лежащих от оси кабеля на расстояниях 1) r_1 = 1 мм; 2) r_2 = 2 мм; 3) r_3 = 5 мм. Постройте график зависимости E(r).

45. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью ρ = 5 нКл/м^3 по шару радиусом R = 10 см из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε = 5. Определите напряженность электростатического поля на расстояниях r_1 = 5 см и r_2 = 15 см от центра шара. Постройте график зависимости E(r).

46. Эбонитовый сплошной шар (ε = 3) радиусом R = 5 см несет заряд, равномерно распределенный с объемной плотностью ρ = 10 нКл/м^3. Определите напряженность и смещение электрического поля в точках: 1) на расстоянии

r_1 = 3 см от центра шара; 2) на поверхности шара; 3) на расстоянии r_2 = 10 см от центра шара. Постройте графики зависимостей E(r), D(r).

47. Полый стеклянный шар (ε = 5) несет равномерно распределенный по объему заряд. Его объемная плотность ρ = 100 нКл/м^3. Внутренний радиус шара R_1 = 5 см, наружный - R_2 = 10 см. Вычислите напряженность и смещение электростатического поля в точках, отстоящих от центра сферы на расстоянии: 1) r_1 = 3 см; 2) r_2 = 6 см; 3) r_3 = 12 см. Постройте графики зависимостей E(r), D(r).

48. Длинный парафиновый цилиндр (ε = 2) радиусом R = 2 см несет заряд, равномерно распределенный по объему с объемной плотностью ρ = 10 нКл/м^3. Определить напряженность и смещение электростатического поля в точках, находящихся от оси цилиндра на расстоянии: 1) r_1 = 1 см; 2) r_2 = 3 см. Обе точки равноудалены от концов цилиндра. Построить графики зависимостей E(r), D(r).

49. Большая плоская пластина толщиной d = 1 см несет заряд, равномерно распределенный по объему с объемной плотностью ρ = 100 нКл/м^3. Найти напряженность электростатического поля вне пластины на малом расстоянии от ее поверхности.

50. В центре тонкостенной металлической оболочки радиусом R = 10 см, несущей заряд q = 10 нКл, находится точечный заряд q_0 = 5 нКл. Найти напряженность электростатического поля на расстояниях: 1) r_1 = 5 см, 2) r_2 = R, 3) r_3 = 15 см от центра. Построить график зависимости E(r).

51. В вакууме в объеме шара радиусом R = 5 см распределен электрический заряд. Объемная плотность заряда меняется как $\rho = \rho_0 \cdot r$, где ρ_0 = 5 нКл/м^3, r – расстояние от центра шара. Найти напряженность электростатического поля на расстояниях: 1) r_1 = 3 см, 2) r_2 = R, 3) r_3 = 10 см от центра шара. Построить график зависимости E(r).

52. Очень длинный цилиндр из диэлектрика (ε = 3) радиусом R = 5 см заряжен таким образом, что объемная плотность заряда меняется как $\rho = \rho_0 \cdot r$, где ρ_0 = 1 мкКл/м^3, r – расстояние от оси цилиндра. Найти напряженность и смещение электростатического поля на расстояниях: 1) r_1 = 1 см, 2) r_2 = R, 3) r_3 = 10 см от оси цилиндра. Построить графики зависимостей E(r), D(r).

53. Бесконечно длинная тонкостенная трубка радиусом R = 2 см несет равномерно распределенный по поверхности заряд σ = 1 нКл/м^2. Определить напряженность электростатического поля в точках, отстоящих от оси трубки на r_1 = 1 см, r_2 = 3 см. Построить график зависимости E(r).

54. Прямой металлический стержень диаметром d = 5 см и длиной l = 4 м несет равномерно распределенный по его поверхности заряд q = 500 нКл. Определить напряженность электростатического поля в точке, находящейся против середины стержня на расстоянии a = 1 см от его поверхности.

55. Электрический заряд распределен в вакууме по объему шара радиусом $R = 2$ м. Объемная плотность заряда меняется по закону $\rho = \rho_0/(1+r^3)$, где $\rho_0 = 1$ мкКл/м^3, r – расстояние от центра шара. Найти напряженность электрического поля на расстояниях: 1) $r_1 = 1$ м, 2) $r_2 = 10$ м от центра шара.

56. Электрический заряд распределен в вакууме по объему очень длинного цилиндра радиусом $R = 3$ см. Объемная плотность заряда меняется по закону $\rho = \rho_0 \cdot r$, где $\rho_0 = 2$ нКл/м^3, r – расстояние от оси цилиндра. Найти напряженность электростатического поля в точках, расположенных на расстояниях: 1) $r_1 = 1$ см, 2) $r_2 = 5$ см от оси цилиндра.

57. Три металлические концентрические тонкостенные сферы радиусами $R_1 = 2$ см, $R_2 = 2R_1$, $R_3 = 3R_1$ имеют заряды $q_1 = 2$ нКл, $q_2 = 4$ нКл и $q_3 = -3$ нКл соответственно. Найти напряженность электростатического поля в точках, расположенных на расстояниях: 1) $r_1 = 1$ см, 2) $r_2 = 3$ см, 3) $r_3 = 5$ см, 4) $r_4 = 10$ см от центра сфер. Построить график зависимости E(r).

58. Металлический шар радиусом $R = 5$ см, несущий заряд $q = 5$ нКл, окружен толстостенным металлическим шаром с внутренним радиусом $R_1 = 7$ см и наружным - $R_2 = 9$ см. Заряд внешнего шара равен нулю. Найти напряженность электростатического поля на расстояниях: 1) $r_1 = 3$см, 2) $r_2 = 6$ см, 3) $r_3 = 8$ см, 4) $r_4 = 10$ см от центра шаров. Построить график зависимости E(r).

59. Две параллельные бесконечные плоскости равномерно заряжены разноименными зарядами с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 20$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = -50$ нКл/м^2. Пространство между плоскостями заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 5$). Найти напряженность и смещение электростатического поля 1) между пластинами, 2) за пределами пластин. Построить графики зависимостей E и D от координаты x, если ось x перпендикулярна плоскостям.

60. Две металлические концентрические тонкостенные сферы радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 5$ см несут заряды $q_1 = 10$ нКл и $q_2 = -2$ нКл соответственно. Пространство между сферами заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 5$). Найти напряженность и смещение электростатического поля на расстояниях: 1) $r_1 = 1$ см, 2) $r_2 = 3$см, 3) $r_3 = 10$ см от центра сфер. Построить графики зависимостей E(r), D(r), где r – расстояние от центра сфер.

61. Электростатическое поле создается равномерно заряженным по объему шаром радиусом $R = 10$ см. Потенциал этого поля на расстоянии $l = 5$см от поверхности шара $\varphi = 150$ В. Найти напряженность поля на расстоянии $r = 5$ см от центра шара.

62. Электростатическое поле создается сферой радиусом $R = 5$ см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м^2. Определите разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях $r_1 =$

10 см и r_2 = 15 см от центра сферы.

63. Электростатическое поле создается равномерно заряженным по объему шаром радиусом R = 1 м с общим зарядом q = 50 нКл. Определите разность потенциалов для точек, лежащих от центра шара на расстояниях: 1) r_1 = 0,5 м и 2) r_2 = 2 м.

64. Электростатическое поле создается шаром радиусом R = 8 см, равномерно заряженным с объемной плотностью ρ = 10 нКл/м^3. Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях r_1 = 5 см и r_2 = 15см от центра шара.

65. Электростатическое поле создается шаром радиусом R = 10 см, равномерно заряженным с объемной плотностью ρ = 20 нКл/м^3. Определите разность потенциалов между точками, лежащими внутри шара на расстояниях r_1 = 2 см и r_2 = 8 см от его центра.

66. Электростатическое поле создается шаром радиусом R = 8 см, равномерно заряженным с объемной плотностью ρ = 10 нКл/м^3. Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях r_1 = 10 см и r_2 = 15см от центра шара.

67. Электростатическое поле создается в вакууме бесконечным металлическим цилиндром радиусом R = 8 мм, равномерно заряженным с линейной плотностью τ = 10 нКл/м. Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях r_1 = 2 мм и r_2 = 7 мм от поверхности этого цилиндра.

68. Определите напряженность электростатического поля на расстоянии d = 1 см от оси коаксиального кабеля, если радиус его центральной жилы r_1 = 0,5 см, а радиус оболочки r_2 = 1,5 см. Разность потенциалов между центральной жилой и оболочкой U = 1 кВ.

69. Имеются две концентрические металлические сферы радиусами R_1 = 3 см и R_2 = 6 см. Пространство между сферами заполнено парафином (ε = 2). Заряд внутренней сферы равен q_1 = -1 нКл, внешней q_2 = 2 нКл. Найти потенциал электрического поля на расстоянии: 1) r_1 = 1 см; 2) r_2 = 5 см; 3) r_3 = 9 см от центра сфер.

70. Металлический шар радиусом R = 5 см несет заряд q = 1 нКл. Шар окружен слоем эбонита (ε = 3) толщиной d = 2 см. Вычислить потенциал электрического поля на расстоянии: 1) r_1 = 3 см; 2) r_2 = 6 см; 3) r_3 = 9 см от центра шара.

71. Сплошной парафиновый шар (ε = 2) радиусом R = 10 см равномерно заряжен с объемной плотностью ρ = 1 мкКл/м^3. Определить потенциал электрического поля в центре шара и на его поверхности.

72. Напряженность однородного электрического поля в некоторой точке равна $E = 600$ В/м. Вычислить разность потенциалов между этой точкой и другой, лежащей на прямой, составляющей угол $\alpha = 60^o$ с направлением вектора напряженности. Расстояние между точками равно $\Delta r = 2$ мм.

73. Сплошной шар из диэлектрика ($\varepsilon = 3$) радиусом $R = 10$ см заряжен с объемной плотностью $\rho = 50$ нКл/м^3. Вычислить разность потенциалов между центром шара и точками, лежащими на его поверхности.

74. Две бесконечные параллельные плоскости равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 5$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = - 2$ нКл/м^2. Определить разность потенциалов двух точек электростатического поля, находящихся на равных расстояниях $l = 2$ см от положительно заряженной плоскости, если одна из точек находится между плоскостями, а другая – за пределами плоскостей.

75. Три проводящие концентрические сферы радиусов $R_1 = 10$ см, $R_2 = 2R_1$, $R_3 = 3R_1$ имеют заряды $q_1 = 2$ нКл, $q_2 = 2q_1$, $q_3 = - 3q_1$ соответственно. Определить потенциал каждой из сфер.

76. Очень длинный металлический стержень диаметром $d = 4$ см равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Определить разность потенциалов между двумя точками, одна из которых лежит на оси стержня, а другая – на расстоянии $l = 5$ см от его поверхности.

77. Две бесконечные параллельные плоскости равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 6$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = - 2$ нКл/м^2. Пространство между плоскостями заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 5$). Определить разность потенциалов двух точек электростатического поля, находящихся на равных расстояниях $l = 1$ см от положительно заряженной плоскости, если одна из точек находится между плоскостями, а другая – за пределами плоскостей.

78. Две бесконечные параллельные плоскости равномерно заряжены одноименными зарядами с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 8$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = 3$ нКл/м^2. Пространство между плоскостями заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 3$). Определить разность потенциалов двух точек электростатического поля, находящихся между плоскостями на расстояниях $r_1 = 1$см и $r_2 = 5$ см от первой плоскости.

79. Металлический шар радиусом $R = 5$ см окружен полым толстостенным металлическим шаром с внутренним радиусом $R_1 = 8$ см и внешним $R_2 = 12$ см. Заряд внешнего шара равен нулю. Найти потенциалы шаров. Построить график зависимости $\varphi(r)$.

80. Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены разноименными зарядами с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 3$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = - 3$ нКл/м^2. Расстояние между пластинами $d = 5$ см. Между пластинами на равном расстоянии от них поместили лист металла толщиной $d = 3$ см. Найти потенциал листа, если отрицательно заряженная пластина заземлена.

81. Длинный парафиновый цилиндр ($\varepsilon = 2$) радиусом $R = 5$ см несет заряд, равномерно распределенный с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м^3. Определить разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях $r_1 = 1$ см и $r_2 = 2$ см от оси цилиндра.

82. Электрический заряд равномерно распределен в вакууме по объему шара радиуса $R = 5$ см. Потенциал электростатического поля на расстоянии $r_1 = 10$ см от центра шара $\varphi_1 = 100$ В. Найти потенциал поля на расстоянии $r_2 = 3$ см от центра шара (считать потенциал бесконечно удаленной точки равным нулю).

83. Длинный металлический стержень диаметром $d = 2$ см несет равномерно распределенный заряд. Найти линейную плотность заряда на стержне, если разность потенциалов точек электростатического поля, отстоящих от поверхности стержня на расстояния $l_1 = 1$ см и $l_2 = 2$ см, равна $\Delta\varphi = 100$ В.

84. Металлический шар радиусом $R = 5$ см несет заряд $q = 10$ нКл. Определите потенциал электростатического поля: 1) на поверхности шара; 2) на расстоянии $l = 2$ см от его поверхности. Постройте график зависимости $\varphi(r)$.

85. Полый металлический шар несет на себе равномерно распределенный заряд. Определите радиус шара, если потенциал в центре шара равен $\varphi_1 = 200$ В, а в точке, лежащей от его центра на расстоянии $r = 50$ см, $\varphi_2 = 40$ В.

86. Электростатическое поле создается положительным точечным зарядом. Определите числовое значение и направление градиента потенциала этого поля на расстоянии $r = 10$ см от заряда, если потенциал поля в этой точке равен $\varphi = 100$ В.

87. Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, заряженной равномерно с поверхностной плотностью $\sigma = 5$ нКл/м^2. Определите числовое значение и направление градиента потенциала этого поля.

88. Электростатическое поле создается бесконечной прямой нитью, заряженной равномерно с линейной плотностью $\tau = 50$ пКл/см. Определите числовое значение и направление градиента потенциала в точке на расстоянии $r = 0,5$ м от нити.

89. Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м^2. Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях $x_1 = 20$ см и $x_2 = 50$ см от плоскости.

90. Электростатическое поле создается равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом $R = 10$ см с общим зарядом $q = 15$ нКл. Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях $r_1 = 5$ см и $r_2 = 15$ см от поверхности сферы.

Тема 2. Работа сил электрического поля. Движение заряженных частиц в электрическом поле. Электроемкость проводников и конденсаторов. Энергия электрического поля

Краткие теоретические сведения для решения задач

2.1. Работа сил электростатического поля по перемещению заряда

Работа δA, совершаемая кулоновскими силами при малом перемещении $d\vec{r}$ точечного заряда q в электростатическом поле:

$$\delta A = \left(\vec{F}\cdot d\vec{r}\right) = F\,dr\cos\left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = q\,E\,dr\cos\left(\vec{E}, d\vec{r}\right),$$

где $\vec{E}$ - напряжённость поля в месте нахождения заряда q. Работа кулоновской силы при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2 не зависит от формы траектории заряда q (т.е. кулоновские силы являются консервативными силами).

В то же время работа δA, совершаемая силами электростатического поля при малом перемещении точечного заряда q в электростатическом поле, равна убыли потенциальной энергии этого заряда в поле:

$$\delta A = -\,dW_p \quad \text{и} \quad A_{1\text{-}2} = -\,\Delta W_p = W_{p1} - W_{p2},$$

где W_{p1} и W_{p2} — значения потенциальной энергии заряда q в точках 1 и 2 поля.

Так как энергетической характеристикой электростатического поля является его потенциал, то работа $A_{1\text{-}2}$, совершаемая силами электростатического поля при перемещении точечного заряда q из точки 1 поля (потенциал φ_1) в точку 2 (потенциал φ_2):

$$A_{1\text{-}2} = q\,(\varphi_1 - \varphi_2).$$

2.2. Проводники в электростатическом поле. Электроемкость проводника

К проводникам относятся вещества, в которых имеются свободные электрические заряды. Для проводников, находящихся в электростатическом поле, выполняются следующие условия:

а) всюду внутри проводника напряжённость поля $\vec{E} = 0$, а у его поверхности **E**=E_n, т.е. вектор напряженности перпендикулярен поверхности проводника;

б) весь объём проводника эквипотенциален;

в) поверхность проводника является эквипотенциальной поверхностью;

г) некомпенсированные (сторонние) заряды располагаются в проводнике только на его внешней поверхности.

Напряжённость **E** и электрическое смещение **D** электростатического поля вблизи поверхности проводника связаны с поверхностной плотностью σ зарядов на проводнике:

$$D_n = \sigma_{стор},\ E_n = \sigma_{стор} / \varepsilon\varepsilon_o,$$

где ε - относительная диэлектрическая проницаемость среды.

При сообщении проводнику электрического заряда изменяется и его потенциал. Заряд проводника в однородной и изотропной диэлектрической среде пропорционален его потенциалу:

$$q = C\varphi.$$

Электрической ёмкостью (электроёмкостью, ёмкостью) называется скалярная физическая величина, численно равная заряду, который нужно сообщить проводнику, чтобы его потенциал стал равен единице.

$$C = q / \varphi.$$

Электрическая ёмкость уединённого проводящего шара (или сферы) радиусом R рассчитывается по формуле

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R,$$

где ε - диэлектрическая проницаемость окружающей среды.

2.3. Взаимная ёмкость. Конденсаторы

Взаимная ёмкость двух проводников численно равна заряду, который нужно перенести с одного проводника на другой для изменения разности потенциалов между ними на единицу.

$$C = q / (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Ёмкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где S - площадь обкладок; d - расстояние между обкладками; ε - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками.

Ёмкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2 / (R_2 - R_1),$$

где R_1 и R_2 - внутренний и внешний радиусы конденсатора.

Ёмкость цилиндрического конденсатора

$$C = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h / \ln (R_2 / R_1).$$

где R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней обкладок, h – длина конденсатора.

Ёмкость батареи параллельно соединённых конденсаторов

$$C_{пар} = \sum C_i.$$

Ёмкость батареи последовательно соединённых конденсаторов

$$C_{посл} = 1 / \sum (1/C_i).$$

2.4. Потенциальная энергия системы точечных зарядов. Энергия заряженного проводника и электрического поля

Электрические заряды вследствие электрического взаимодействия обладают взаимной потенциальной энергией. Для двух точечных зарядов энергия

$$W_p = (q_1 q_2) / 4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_{12}.$$

Для системы точечных электрических зарядов потенциальная энергия

$$W_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \varphi_i ,$$

где φ_i - потенциал электрического поля, создаваемый всеми зарядами системы за исключением i-го, в точке, где находится i-й заряд.

Собственная энергия заряженного уединённого проводника

$$W_э = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}.$$

Собственная энергия заряженного конденсатора

$$W_э = \frac{q^2}{2C} = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q|\Delta\varphi|}{2}.$$

Распределение энергии поля в пространстве характеризуется объёмной плотностью энергии электростатического поля:

$$w_э = \frac{dW_э}{dV} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{(ED)}{2}.$$

Энергия электростатического поля, заключенная в объеме V:

$$W_э = \int\limits_{(V)} w_э dV = \int\limits_{(V)} \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV.$$

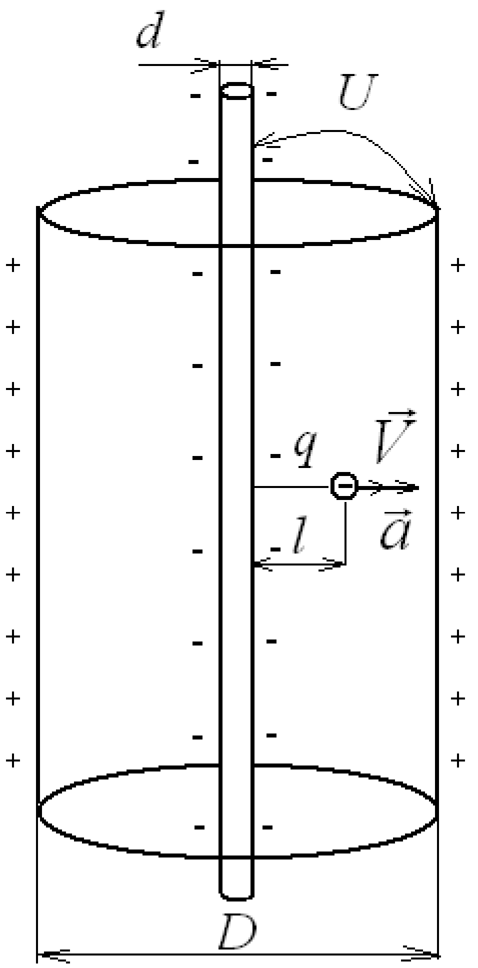
Примеры решения задач

Пример 1. Раскаленный катод радиолампы в виде тонкой нити диаметром d = 1 мм испускает электроны. Анод имеет вид цилиндра диаметром D = 10 мм, коаксиального с катодом (рис.2.1). Между катодом и анодом приложена разность потенциалов U = 100 В. Найти ускорение и скорость электронов в точке, отстоящей от поверхности катода на расстояние l = 2,5 мм. (Начальная скорость электронов мала).

Дано:
d = 1 мм
D = 10 мм
U = 100 В
l = 2,5 мм
$|q| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
$m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг

a, v - ?

Решение



Ускорение электрона можно найти из второго закона Ньютона, но для этого надо знать силу, действующую на электрон. Сила, действующая на заряд, находящийся в электрическом поле, как известно, равна $F = |q|E$, значит, необходимо найти напряженность электрического поля между катодом и анодом. Так как катод представляет собой тонкую нить, воспользуемся формулой для напряженности поля, созданного тонкой заряженной нитью с линейной плотностью заряда τ.

$E = \frac{|\tau|}{2\pi\varepsilon_0 r}$, где r – расстояние от оси нити. Для нахождения τ воспользуемся связью между напряженностью и разностью потенциалов электростатического поля. В данном случае

$$U = \int_{d/2}^{D/2} E\,dr = \int_{d/2}^{D/2} \frac{|\tau|}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{|\tau|}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{D}{d} .$$

Тогда $|\tau| = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 U}{\ln\frac{D}{d}}$ и модуль

напряженности поля равен $$E = \frac{U}{r\ln\frac{D}{d}} .$$

Теперь по второму закону Ньютона $$a = \frac{F}{m} = \frac{|q|E}{m} = \frac{|q|U}{mr\ln\frac{D}{d}} .$$

Рассчитаем ускорение электрона, учитывая, что

$$r = \frac{d}{2} + l = 0{,}5 + 2{,}5 = 3 \text{ мм}.$$

$$a = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 100}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 3\cdot 10^{-3}\cdot \ln 10} = 2{,}55\cdot 10^{15}\ \text{м/с}^2 .$$

Для нахождения скорости электрона воспользуемся связью работы и кинетической энергии. По теореме о кинетической энергии приращение кинетической энергии тела равно суммарной работе всех сил, действующих на тело: $\Delta W_к = A_{всех\ сил}$. В этом случае на электрон действует только сила электрического поля, а начальная скорость электрона по условию мала, поэтому

$$\frac{mv^2}{2} = |q|\Delta\varphi ,$$

где $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между катодом и точкой, в которой находится электрон. Отсюда $\quad v = \sqrt{\dfrac{|q|\Delta\varphi}{m}}$.

Разность потенциалов найдем, используя связь напряженности поля и разности потенциалов:

$$\Delta\varphi = \int\limits_{d/2}^{r} |E|\,dr = \int\limits_{\frac{d}{2}}^{r} \frac{U}{r\,\ln\frac{D}{d}}\,dr = U\,\frac{\ln\frac{r}{d/2}}{\ln\frac{D}{d}} = 100\,\frac{\ln 6}{\ln 10} = 77{,}8 \text{ В.}$$

И, наконец, рассчитаем скорость электрона

$$v = \sqrt{\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 77{,}8}{9{,}1\cdot 10^{-31}}} = 5{,}23\cdot 10^{6} \text{ м/с.}$$

Ответ: $\boldsymbol{a} = 2{,}55\cdot 10^{15}$ м/с^2, $v = 5{,}23\cdot 10^{6}$ м/с.

Пример 2. Электрон влетает в поле плоского конденсатора со скоростью v_0 = 1 Мм/с под углом $\alpha = 30^o$ к его пластинам. Длина пластин l = 5 см. Найти напряженность поля, при которой скорость электрона при вылете из конденсатора будет направлена параллельно его пластинам.

Дано:
$\alpha = 30^o$
l = 5 см
$|q| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл
$m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг
v_0 = 1 Мм/с

E - ?

Решение

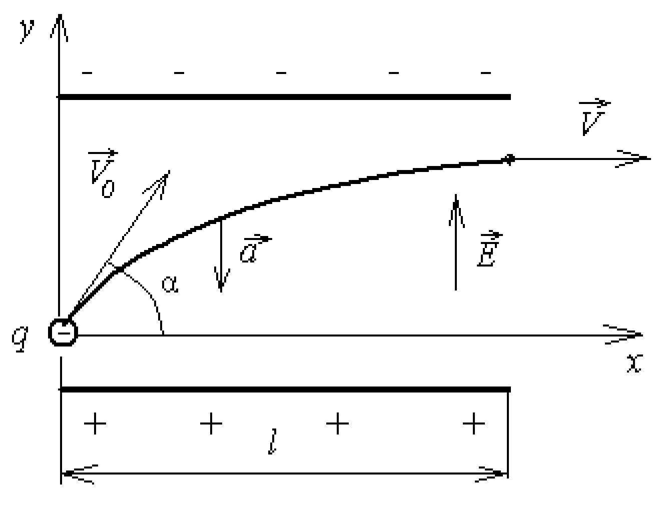


Рис.2.2

Поле плоского конденсатора является однородным, поэтому на электрон в этом поле будет действовать постоянная сила, а значит движение электрона будет равноускоренным. Для описания этого движения выберем начало координат в точке влета электрона, направим ось x вдоль пластин, а ось y – перпендикулярно им (рис.2.2). Тогда закон движения электрона примет вид $\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$. Скорость электрона при этом равна $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$.

Запишем эти уравнения в проекциях на выбранные оси координат:

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t,$$

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{a t^2}{2},$$

$$v_x = v_0 \cos\alpha,$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - a t.$$

Так как в точке вылета $x = l$, то $t = \frac{l}{v_0 \cos\alpha}$, а так как электрон вылетает параллельно пластинам, то в точке вылета $v_y = 0$, тогда $0 = v_0 \sin\alpha - a t$. Отсюда

$$a = \frac{v_0 \sin\alpha}{t} = \frac{v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{l}.$$

По второму закону Ньютона $a = \frac{F}{m} = \frac{|q|E}{m}$, отсюда $E = \frac{m a}{|q|}$.

Тогда окончательно получаем

$$E = \frac{m v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{|q| l}.$$

Вычислим напряженность поля: $E = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(10^6\right)^2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}05} = 49{,}3$ В/м.

Ответ: E = 49,3 В/м.

<u>Пример 3.</u> Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком. Расстояние между пластинами d = 2 мм. На пластины подана разность потенциалов U_1 = 600 В. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, то разность потенциалов на пластинах возрастет до U_2 = 1800 В. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике $\sigma_{св}$ и диэлектрическую восприимчивость κ диэлектрика.

Дано:	
$d = 2$ мм $U_1 = 600$ В $U_2 = 1800$ В	
$\sigma_{св}$, κ - ?	

Решение

Так как конденсатор после зарядки отключили от источника напряжения, то величина заряда на его обкладках остается постоянной. Заряд конденсатора связан с его емкостью и разностью потенциалов соотношением $q = CU$, поэтому можно записать, что

$$C_1 U_1 = C_2 U_2 .$$

Здесь $C_1 = \dfrac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$ - емкость конденсатора с диэлектриком,

$C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$ - емкость конденсатора без диэлектрика.

Тогда получается, что диэлектрическая проницаемость диэлектрика ε равна

$$\varepsilon = \frac{C_1}{C_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1800}{600} = 3 .$$

Но диэлектрическая восприимчивость связана с диэлектрической проницаемостью соотношением $\kappa = \varepsilon - 1$, то есть $\kappa = 2$.

Известно, что поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике равна проекции вектора поляризации на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика. В плоском конденсаторе вектор поляризации перпендикулярен поверхности диэлектрика, поэтому $\sigma_{св} = P$.

В однородных изотропных диэлектриках вектор поляризации пропорционален напряженности поля $P = \kappa \varepsilon_0 E$.

Напряженность электрического поля в диэлектрике легко найти, так как поле плоского конденсатора является однородным: $E = \dfrac{U_1}{d}$. Тогда выражение для поверхностной плотности связанных зарядов диэлектрика примет вид

$$\sigma_{св} = \kappa \varepsilon_0 \frac{U_1}{d} .$$

Вычислим $\sigma_{св} = 2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{600}{2 \cdot 10^{-3}} = 5{,}3 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2 .

Ответ: $\kappa = 2$, $\sigma_{св} = 5{,}3 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2.

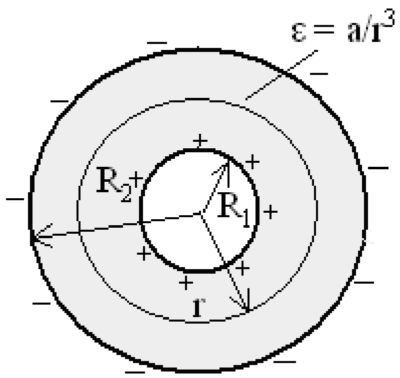
<u>Пример 4.</u> Определить электроемкость сферического конденсатора с радиусами обкладок $R_1 = 1$ см и $R_2 = 5$ см, который заполнен изотропным диэлектриком с

диэлектрической проницаемостью, изменяющейся по закону $\varepsilon = \frac{a}{r^3}$, где $a = 5$ $м^3$ – постоянная, r – расстояние от центра конденсатора.

Дано:	
$R_1 = 1$ см	
$R_2 = 5$ см	
$a = 5$ $м^3$	
C - ?	

Решение

Мысленно зарядим конденсатор. На его внутренней обкладке появится свободный заряд q, а на внешней – такой же по модулю отрицательный заряд $-q$ (рис.2.3). По методу Гаусса рассчитаем напряженность электрического поля внутри диэлектрика. При этом теорему Гаусса следует применить для электрического смещения $\vec{D}$, чтобы не учитывать свойства диэлектрика. Проведем между обкладками гауссову поверхность в виде сферы радиуса r. Поток вектора электрического смещения через эту поверхность равен $N_D = \oint_S \left(\vec{D}\, d\vec{S}\right) = D \cdot S = D \cdot 4\pi r^2$. Свободный заряд, попавший внутрь данной сферы, – это заряд внутренней обкладки q. Используем теорему Гаусса:



$D \cdot 4\pi r^2 = q$ и выразим отсюда D:

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}.$$

Когда изотропный диэлектрик, полностью заполняет пространство между эквипотенциальными поверхностями (как в данном случае), то электрическое смещение связано с напряженностью поля простым соотношением: $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$. Тогда напряженность поля внутри конденсатора равна

$$E = \frac{q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r^2} = \frac{q r}{4\pi \varepsilon_0 a}.$$

Найдем теперь разность потенциалов между обкладками конденсатора:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E\, dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q r}{4\pi \varepsilon_0 a} dr = \frac{q\left(R_2^2 - R_1^2\right)}{8\pi \varepsilon_0 a}.$$

Теперь, по определению, емкость конденсатора равна

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{8\pi \varepsilon_0 a}{R_2^2 - R_1^2}.$$

Вычислим значение емкости:

$$C = \frac{8 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 5}{0{,}05^2 - 0{,}01^2} = 4{,}67 \cdot 10^{-7}\ Ф.$$

Ответ: $C = 4{,}67 \cdot 10^{-7}$ Ф.

<u>Пример 5.</u> На два последовательно соединенных конденсатора с емкостями $C_1 = 100$ пФ и $C_2 = 200$ пФ подано постоянное напряжение $U = 300$ В. Определить энергию, запасенную в каждом конденсаторе.

Дано:
$C_1 = 100$ пФ
$C_2 = 200$ пФ
$U = 300$ В

W_1, W_2 - ?

<u>Решение</u>

Так как конденсаторы соединены последовательно, то заряды всех обкладок по модулю одинаковы. Поскольку заряд связан с емкостью конденсатора и напряжением на нем соотношением $q = CU$, то можно записать:

$$C_1U_1 = C_2U_2 .$$

С другой стороны, при последовательном соединении конденсаторов

$$U = U_1 + U_2 .$$

Решая эти уравнения совместно, найдем напряжение на первом и втором конденсаторе:
$$U_1 = \frac{U C_2}{C_1 + C_2}; \qquad U_2 = \frac{U C_1}{C_1 + C_2}.$$

Подставляя эти значения в формулу для энергии конденсатора, получим

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{C_1 C_2^2 U^2}{2(C_1 + C_2)^2} ;$$

$$W_2 = \frac{C_2 U_2^2}{2} = \frac{C_2 C_1^2 U^2}{2(C_1 + C_2)^2} .$$

Наконец, подставляя в полученные формулы числовые значения величин, получим

$$W_1 = \frac{100 \cdot 10^{-12} \cdot \left(200 \cdot 10^{-12}\right)^2 \cdot 300^2}{2 \cdot \left(100 \cdot 10^{-12} + 200 \cdot 10^{-12}\right)^2} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж};$$

$$W_2 = \frac{200 \cdot 10^{-12} \cdot \left(100 \cdot 10^{-12}\right)^2\ 300^2}{2 \cdot \left(100 \cdot 10^{-12} + 200 \cdot 10^{-12}\right)^2} = 1 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $W_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Дж, $W_2 = 1 \cdot 10^{-6}$ Дж.

<u>Пример 6.</u> Электрический заряд распределен в вакууме по объему шара радиусом $R = 10$ см. Объемная плотность заряда внутри шара изменяется по закону $\rho = \rho_0 \cdot r$, где $\rho_0 = 1$ мКл/м^3. Найти энергию электрического поля, заключенную в шаре.

Дано:
$R = 10$ см $\rho_0 = 1$ мКл/м^3
W - ?

<u>Решение</u>

Чтобы найти энергию электрического поля в некотором объеме, надо знать объемную плотность энергии, а для этого, в свою очередь, надо знать напряженность электрического поля. Так как по условию заряд распределен в пространстве сферически симметрично, то для нахождения напряженности поля надо применить теорему Гаусса. Выберем гауссову поверхность в виде сферы радиуса $r < R$ (рис.2.4). Силовые линии электрического поля в любой точке сферы будут перпендикулярны к ней, а модуль напряженности во всех точках сферы будет одинаков. Тогда поток вектора напряженности через поверхность сферы равен

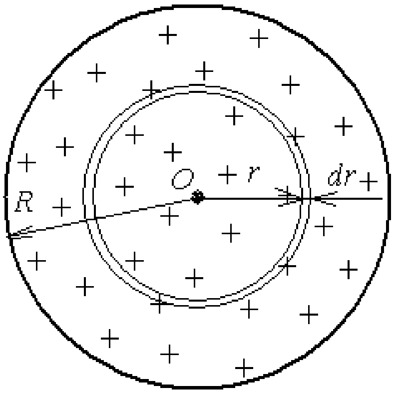


Рис.2.4

$$N_E = \oint_S \left(\vec{E}\, d\vec{S}\right) = \oint_S E\, dS = E \oint_S dS = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2$$

.

Заряд, попавший внутрь этой сферы, надо искать интегрированием: $q = \int_V \rho\, dV$, при этом, так как ρ зависит только от r, элемент объема dV – это объем сферического слоя радиусом r и толщиной dr, то есть $dV = 4\pi r^2 dr$. Тогда заряд q равен

$$q = \int_V \rho\, dV = \int_0^r \rho_0 \cdot r \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi \rho_0 r^4}{4}.$$

Используем теорему Гаусса, приравнивая поток вектора напряженности через поверхность S суммарному заряду внутри этой поверхности, деленному на электрическую постоянную ε_0:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi \rho_0 r^4}{4\varepsilon_0}.$$

Выразим отсюда напряженность электрического поля E: $E = \dfrac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0}$.

Теперь найдем объемную плотность энергии электрического поля внутри шара:

$$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\rho_0^2 r^4}{32\varepsilon_0}.$$

И, наконец, найдем энергию электрического поля, заключенную в шаре:

$$W = \int\limits_V w\, dV = \int\limits_0^R \frac{\rho_0^2 r^4}{32\varepsilon_0} 4\pi r^2\, dr = \frac{4\pi \rho_0^2 R^7}{7 \cdot 32\varepsilon_0} = \frac{\pi \rho_0^2 R^7}{56\varepsilon_0}.$$

Вычислим значение энергии:

$$W = \frac{3{,}14 \cdot \left(10^{-3}\right)^2 (0{,}1)^7}{56 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 6{,}34 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Ответ: $W = 6{,}34 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Задачи для аудиторных занятий

1. На расстоянии r_1 = 4 см от бесконечной длинной заряженной нити находится точечный заряд q = - 0,66 нКл. Под действием поля заряд приближается к нити до расстояния r_2 = 2 см; при этом совершается работа А = 5 мкДж. Найти линейную плотность заряда на нити.

Ответ: τ = 0,6 мкКл/м.

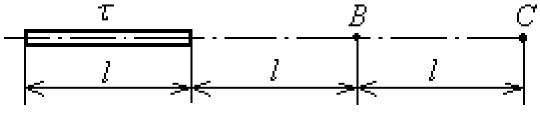
2. Разность потенциалов между катодом и анодом электронной лампы U = 90 В, расстояние r = 1мм. С каким ускорением ***a*** движется электрон от катода к аноду? Какова скорость v электрона в момент удара об анод? За какое время t электрон пролетает расстояние от катода до анода? Поле считать однородным.

Ответ: ***a*** = $1{,}58 \cdot 10^{16}$ м/с^2; v = 5,63 Мм/с; t = 0,356 нс.

3. Электрон движется в плоском горизонтально расположенном конденсаторе параллельно его пластинам со скоростью v_0 = $3{,}6 \cdot 10^7$ м/с. Напряженность поля внутри конденсатора Е = 3,7 кВ/м; длина пластин конденсатора ℓ = 20 см. На какое расстояние сместится электрон в вертикальном направлении под действием электрического поля за время его движения в конденсаторе?

Ответ: Δy = 1 см.

4. На отрезке прямого провода равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ = 1 мкКл/м. Определить работу A сил поля по перемещению заряда q = 1 нКл из точки B в точку C (рис.2.5).



Ответ: A = 2,62 мкДж.

Рис.2.5

5. Найти ёмкость земного шара. Радиус земного шара принять равным $6400 \cdot 10^3$ м. Каким станет потенциал земного шара, если ему сообщить заряд $q = 1$ Кл?

Ответ: $C = 711$ мкФ, $\varphi = 1400$ В.

6. Заряженные шары, первый радиусом $R_1 = 0{,}05$ м и второй радиусом $R_2 = 0{,}15$ м, соединили металлической проволокой. При этом с первого шара на второй перешел заряд $\Delta q = 5$ нКл. После их разъединения потенциал первого шара оказался равным $\varphi = 2000$ В. Найти потенциалы шаров до их соединения.

Ответ: $\varphi_1 = 2900$ В, $\varphi_2 = 1700$ В.

7. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 8 \cdot 10^{-3}$ м^2 и расстояние между ними $d = 5$ мм. Напряженность поля между обкладками конденсатора $E = 6 \cdot 10^4$ В/м. После отключения конденсатора от источника напряжения пластины раздвигают. При этом разность потенциалов между пластинами увеличивается в два раза. Найти емкость конденсатора, разность потенциалов между пластинами и поверхностную плотность зарядов на пластинах до и после их раздвижения.

Ответ: $C_1 = 14{,}2$ пФ, $C_2 = 7{,}1$ пФ, $U_1 = 300$ В, $U_2 = 600$ В, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0{,}53$ мкКл/м^2.

8. Два конденсатора емкостью $C_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ Ф и $C_2 = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф соединены между собой и присоединены к батарее с ЭДС $\varepsilon = 120$ В. Определить заряд каждого конденсатора и разность потенциалов между его обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно, 2) последовательно.

Ответ: 1) $U_1 = U_2 = 120$ В, $q_1 = 0{,}36$ мКл, $q_2 = 0{,}72$ мКл;
2) $U_1 = 80$ В, $U_2 = 40$ В, $q_1 = q_2 = 0{,}24$ мКл.

9. Плоский воздушный конденсатор с расстоянием между пластинами $d_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ м заряжен до разности потенциалов $U = 2000$ В. Не отключая конденсатор от источника напряжения, раздвигают его пластины до расстояния $d_2 = 6 \cdot 10^{-3}$ м. Найти изменение объемной плотности энергии конденсатора.

Ответ: $\Delta w = -0{,}61$ Дж/м^3.

10. Металлический шар, погруженный в керосин ($\varepsilon = 2$), имеет потенциал $\varphi = 4{,}5$ кВ и поверхностную плотность заряда $\sigma = 11$ мкКл/м^2. Найти энергию шара.

Ответ: $W = 65$ мкДж.

11. Сила притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора $F = 50$ мН. Площадь каждой пластины $S = 200$ см^2. Найти объемную плотность энергии w поля конденсатора.

Ответ: $w = 5$ Дж/м^3.

12. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином (ε = 2). Площадь пластин $S = 40\cdot10^{-4}$ м^2, расстояние между пластинами $d = 2\cdot10^{-3}$ м. Напряженность поля в конденсаторе $E = 32\cdot10^3$ В/м. Не отключая конденсатор от источника напряжения, из него вынимают диэлектрик. На сколько изменится энергия конденсатора?

Ответ: ΔW = - 36 нДж.

Домашнее задание

1. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $r_1 = 10^{-2}$ м от нити, до точки $r_2 = 2\cdot10^{-2}$ м, α-частица изменила свою скорость от $v_1 = 2\cdot10^5$ м/с до $v_2 = 3\cdot10^6$ м/с. Найти линейную плотность заряда нити.

2. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечной нитью с линейной плотностью заряда $\tau = 2\cdot10^{-7}$ Кл/м. Какую скорость получит электрон под действием поля , приблизившись к нити с расстояния $r_1 = 10^{-2}$ м до расстояния $r_2 = 5\cdot10^{-3}$ м?

3. На расстоянии $r_1 = 6\cdot10^{-2}$ м от бесконечно длинной заряженной нити с линейной плотностью $\tau = 10^{-6}$ Кл/м находится точечный заряд $q = -10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается до расстояния $r_2 = 3\cdot10^{-2}$ м. Найти совершаемую при этом работу.

4. Около заряженной, бесконечно протяженной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10^{-6}$ Кл/м^2 находится точечный заряд $q = 10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается по силовой линии на $\Delta r = 3\cdot10^{-2}$ м. Найти совершаемую при этом работу.

5. Около заряженной, бесконечно протяженной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 2\cdot10^{-6}$ Кл/м^2 находится точечный заряд $q = 2\cdot10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается по силовой линии и изменяет скорость от $v_1 = 2\cdot10^5$ м/с до $v_2 = 2\cdot10^6$ м/с. Найти расстояние, на которое переместился заряд.

6. Около бесконечно протяженной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 2\cdot10^{-6}$ Кл/м^2 находится точечный заряд. Под действием поля заряд перемещается по силовой линии на $\Delta r = 2\cdot10^{-2}$ м. При этом совершается работа $A = 4\cdot10^{-7}$ Дж. Найти величину заряда.

7. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится протон. Под действием поля он перемещается по силовой линии на расстояние $\Delta r = 2\cdot10^{-2}$ м и изменяет скорость от $v_1 = 10^7$ м/с до $v_2 = 10^8$ м/с. Найти поверхностную плотность заряда на плоскости σ.

8. Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда q = 1 мкКл из точки ***1*** в точку ***2*** поля, созданного заряженным проводящим шаром (рис.2.6). Потенциал φ шара равен 1 кВ.

9. Бесконечная прямая нить несет равномерно распределенный заряд (τ = 0,1 мкКл/м). Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда q = 50 нКл из точки ***1*** в точку ***2*** (рис.2.7).

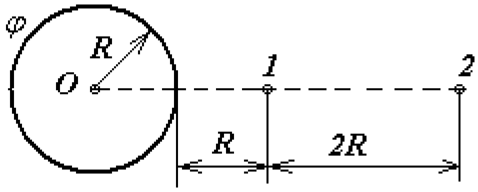


Рис.2.6

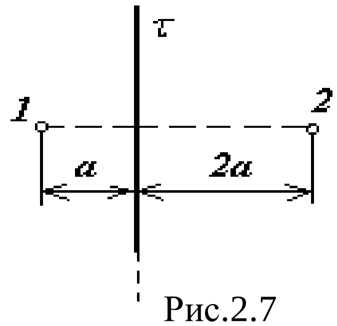


Рис.2.7

10. Из точки ***1*** на поверхности бесконечно длинного отрицательно заряженного цилиндра (τ =20 нКл/м) вылетает электрон (v_0 = 0). Определить кинетическую энергию $W_к$ электрона в точке ***2***, находящейся на расстоянии 9R от поверхности цилиндра, где R – его радиус (рис.2.8).

11. Расстояние между пластинами плоского конденсатора d = 4 см. Электрон начинает двигаться от отрицательной пластины в тот момент, когда от положительной пластины начинает двигаться протон. На каком расстоянии от положительной пластины встретятся протон и электрон?

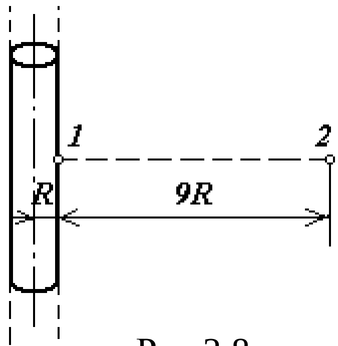


Рис.2.8

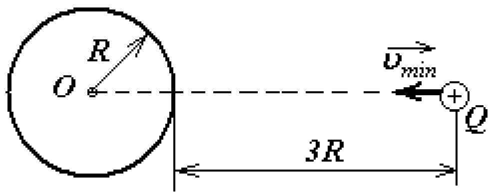


Рис.2.9

12. Расстояние между пластинами плоского конденсатора d = 1 см. От одной из пластин одновременно начинают двигаться протон и α-частица. Какое расстояние S пройдет α-частица за то время, в течение которого протон пройдет весь путь от одной пластины до другой?

13. Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии d = 2 см друг от друга. К пластинам приложена разность потенциалов U = 120 В. Какую скорость получит электрон под действием поля, пройдя по линии напряженности расстояние Δr = 3 мм?

14. Электрон в однородном электрическом поле получает ускорение $\boldsymbol{a} = 10^{12}$ м/с^2. Найти напряженность электрического поля E, скорость v, которую получит электрон за время t = 1 мкс своего движения, работу сил электрического поля A за это время и разность потенциалов U, пройденную при этом электроном. Начальная скорость электрона равна нулю.

15. Бесконечная плоскость заряжена отрицательно с поверхностной плотностью σ = 35,4 нКл/м^2. По направлению силовой линии поля, созданного плоскостью, летит электрон. Определить минимальное расстояние l_{min}, на которое может подойти к плоскости электрон, если на расстоянии l_0 = 5 см он имел кинетическую энергию $W_к$ = 80 эВ.

16. Электрон, летевший горизонтально со скоростью v_0 = 1,6 Мм/с, влетел в однородное электрическое поле с напряженностью E = 90 В/см, направленное вертикально вверх. Какова будет по абсолютному значению и направлению скорость v электрона через 1 нс?

17. Вдоль силовой линии однородного электрического поля движется протон. В точке поля с потенциалом φ_1 = 100 В протон имел скорость v_1 = 0,1 Мм/с. Определить потенциал φ_2 точки поля, в которой скорость протона возрастает в n = 2 раза. Отношение заряда протона к его массе e/m = 96 МКл/кг.

18. В однородное электрическое поле напряженностью E = 1 кВ/м влетает вдоль силовой линии электрон со скоростью v_0 = 1 Мм/с. Определить расстояние l, пройденное электроном до точки, в которой его скорость v_1 будет равна половине начальной.

19. Какой минимальной скоростью v_{min} должен обладать протон, чтобы он мог достигнуть поверхности заряженного до потенциала φ = 400 В металлического шара (рис. 2.9)?

20. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом φ_1 = 100 В электрон имел скорость v_1 = 6 Мм/с. Определить потенциал φ_2 точки поля, в которой скорость v_2 электрона будет равна $0{,}5v_1$.

21. Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью v = 10 Мм/с, направленной параллельно пластинам. На сколько приблизится электрон к положительно заряженной пластине за время движения внутри конденсатора (поле считать однородным), если расстояние между пластинами d = 16 мм, разность потенциалов U = 30 В и длина пластин l = 6 см?

22. Электрон влетел в плоский конденсатор, имея скорость v = 10 Мм/с, направленную параллельно пластинам. В момент вылета из конденсатора направление скорости электрона составляло угол $\alpha = 35^{o}$ с первоначальным направлением скорости. Определить разность потенциалов U между пластинами

(поле считать однородным), если длина пластин l = 10 см и расстояние между ними d = 2 см.

23. Электрон влетел в плоский конденсатор, находясь на одинаковом расстоянии от каждой пластины и имея скорость v = 10 Мм/с, направленную параллельно пластинам, расстояние между которыми d = 2 см. Длина каждой пластины l = 10 см. Какую наименьшую разность потенциалов U нужно приложить к пластинам, чтобы электрон не вылетел из конденсатора?

24. Электрон влетает в плоский конденсатор параллельно пластинам, с некоторой начальной скоростью v_0 на одинаковом расстоянии от них. Разность потенциалов между пластинами U = 300 В; расстояние между пластинами d = 2 см; длина конденсатора l = 10 см. Какова должна быть предельная начальная скорость v_0 электрона, чтобы электрон не вылетел из конденсатора?

25. Электрон с некоторой скоростью влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Напряженность поля в конденсаторе E = 100 В/м; расстояние между пластинами d = 4 см. Через какое время после того, как электрон влетел в конденсатор, он попадет в на одну из пластин? На каком расстоянии от начала конденсатора электрон попадет на пластину, если он ускорен разностью потенциалов U = 60 В?

26. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам со скоростью $v_0 = 9 \cdot 10^6$ м/с. Разность потенциалов между пластинами U = 100 В; расстояние между пластинами d = 1 см. Найти полное, нормальное и тангенциальное ускорение электрона через время t = 10 нс после начала его движения в конденсаторе.

27. Протон и α-частица, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз вертикальное смещение протона полем конденсатора будет больше смещения α-частицы?

28. Протон и α-частица, ускоренные одной и той же разностью потенциалов, влетают в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз вертикальное смещение протона полем конденсатора будет больше смещения α-частицы?

29. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_0 = 1 \cdot 10^7$ м/с. Напряженность поля в конденсаторе E = 10 кВ/м; длина конденсатора l = 5 см. Найти модуль скорости электрона при вылете его из конденсатора и угол между направлением скорости и пластинами.

30. Протон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_0 = 1{,}2 \cdot 10^5$ м/с. Напряженность поля внутри конденсатора E = 3 кВ/м; длина пластин конденсатора l = 10см. Во

сколько раз скорость протона при вылете из конденсатора будет больше его начальной скорости?

31. Коаксильный электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрической цилиндрической оболочки, между которыми находится диэлектрик (ε = 3,2). Найти ёмкость единицы длины такого кабеля, если радиус жилы r =1,3 см, радиус оболочки R = 3,0 см.

32. При сообщении заряда проводящему шару ёмкостью $C = 2 \cdot 10^{-12}$ Ф его потенциал φ становится равным 1000 В. Определить потенциал поля на расстоянии r = 0,03 м от поверхности шара.

33. Шарик, заряженный до потенциала φ = 800 В, имеет поверхностную плотность заряда $\sigma = 8,85 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2. Определить электроёмкость шарика.

34. Проводящий шар наэлектризован так, что его потенциал φ_0 становится равным 2000 В. Потенциал φ поля на расстоянии r = 0,04 м от поверхности шара равен 1200 В. Найти электроёмкость шара C и поверхностную плотность заряда σ.

35. На проводящий шар ёмкостью $C = 1,77 \cdot 10^{-12}$ Ф поместили $N = 2 \cdot 10^{19}$ электронов. Определить потенциал шара φ и поверхностную плотность заряда σ.

36. Найти количество электронов N, составляющих заряд наэлектризованного шарика, если поверхностная плотность заряда $\sigma = 3,54 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2, а его электроёмкость $C = 0,45 \cdot 10^{-11}$ Ф.

37. Масса электронов, составляющих заряд, сообщенный шарику при зарядке, $m = 18,2 \cdot 10^{-20}$ кг. Шарик зарядился до потенциала φ = 700 В. Найти электроёмкость C и радиус шарика R.

38. Две концентрические металлические сферы радиусами R_1 = 2 см и R_2 = 2,1 см образуют сферический конденсатор. Определить его электроемкость C, если пространство между сферами заполнено парафином (ε = 2,1).

39. Конденсатор состоит из двух концентрических сфер. Радиус R_1 внутренней сферы равен 10 см, внешней R_2 = 10,2 см . Промежуток между сферами заполнен парафином (ε = 2,1). Внутренней сфере сообщен заряд q = 5 мкКл .Определить разность потенциалов U между сферами.

40. Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов U = 600 В, находятся два слоя диэлектриков: стекла толщиной d_1 = 7 мм (ε = 7) и эбонита толщиной d_2 = 3 мм (ε = 3). Площадь S каждой пластины конденсатора равна 200 см^2 . Найти: 1) электроемкость C конденсатора; 2) смещение D, напряженность E поля и падение потенциала $\Delta\varphi$ в каждом слое.

41. Расстояние между пластинами плоского конденсатора d = 1,33 м , площадь пластин S = 20 см^2 . В пространстве между пластинами конденсатора находятся два слоя диэлектриков: слюды толщины d_1 = 0,7 мм (ε =7) и эбонита толщиной d_2 = 0,3 мм (ε = 3). Определить электроемкость C конденсатора.

42. На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью σ = 0,2 мкКл/м^2. Расстояние между пластинами d_1 = 1мм. На сколько изменится разность потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния между пластинами до d_2 = 3 мм ?

43. В плоский конденсатор вдвинули плитку парафина (ε = 2,1) толщиной d = 1 см, которая вплотную прилегает к его пластинам. На сколько нужно увеличить расстояние между пластинами, чтобы получить прежнюю ёмкость?

44. Электроемкость С плоского конденсатора равна 1,5 мкФ. Расстояние d между пластинами равно 5 мм. Какова будет электроемкость С конденсатора, если на нижнюю пластину положить лист эбонита (ε = 3) толщиной d_1 = 3 мм?

45. Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая стеклянная пластинка. Конденсатор заряжен до разности потенциалов U_1 = 100 В. Какова будет разность потенциалов U_2, если вытащить стеклянную пластинку (ε = 7) из конденсатора?

46. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов U = 600 В и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с диэлектриком (фарфор). Определить диэлектрическую проницаемость ε фарфора, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до U_1 = 100 В.

47. Два конденсатора электроемкостями C_1 = 3 мкФ и C_2 = 6 мкФ соединены между собой и присоединены к батарее с ЭДС $\mathcal{E}$ = 120 В. Определить заряды q_1 и q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно; 2) последовательно.

48. Конденсатор электроемкостью C_1 = 0,2 мкФ был заряжен до разности потенциалов U_1 = 320 В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов U_2 = 450 В, напряжение U на нем изменилось до 400 В. Вычислить ёмкость C_2 второго конденсатора.

49. Конденсатор электроемкостью C_1 = 0,6 мкФ был заряжен до разности потенциалов U_1 = 300 В и соединен со вторым конденсатором электроемкостью C_2 = 0,4 мкФ, заряженным до разности потенциалов U_2 = 150 В. Найти заряд Δq, перетекший с пластин первого конденсатора на второй.

50. Три одинаковых плоских конденсатора соединены последовательно. Электроемкость такой батареи конденсаторов С = 89 пФ. Площадь каждой пластины S = 100 см^2, диэлектрик – стекло (ε = 7). Какова толщина d стекла?

51. Конденсаторы соединены так, как это показано на рис.2.10. Электроемкости конденсаторов: C_1 = 0,2 мкФ; C_2 = 0,1 мкФ; C_3 = 0,3 мкФ; C_4 = 0,4 мкФ. Определить электроемкость С батареи конденсаторов.

52. Конденсаторы электроемкостями C_1 = 0,2 мкФ, C_2 = 0,6 мкФ, C_3 = 0,3 мкФ, C_4 = 0,5 мкФ соединены так, как это указано на рис.2.11. Разность потенциалов U между точками A и B равна 320 В. Определить разность потенциалов U_i и заряд q_i на пластинах каждого конденсатора (i = 1,2,3,4).

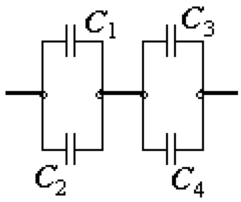


Рис.2.10

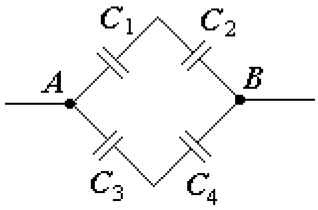


Рис.2.11

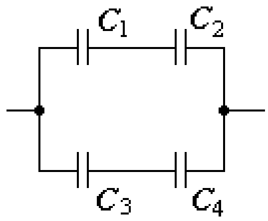


Рис.2.12

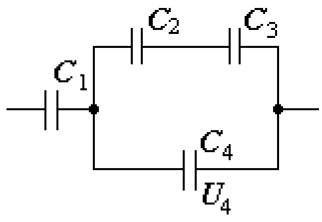


Рис.2.13

53. Конденсаторы электроемкостями C_1 = 10 нФ, C_2 = 40 нФ, C_3 = 2 нФ и C_4 = 30 нФ соединены так, как это показано на рис.2.12. Определить электроемкость C соединения конденсаторов.

54. Конденсаторы электроемкостями C_1 = 2 мкФ, C_2 = 2 мкФ, C_3 = 3 мкФ, C_4 = 1 мкФ соединены так, как указано на рис 2.13. Разность потенциалов на обкладках четвертого конденсатора U_4 = 100 В. Найти заряды и разности потенциалов на обкладках каждого конденсатора, а также общий заряд и разность потенциалов батареи конденсаторов.

55. Шар A радиусом 0,05 м имеет заряд $q_1 = 7 \cdot 10^{-9}$ Кл и шар B радиусом 0,01 м имеет такой же заряд $q_2 = 7 \cdot 10^{-9}$ Кл. Шары соединяют тонкой проволокой. Какой заряд переместится с одного шара на другой? Каков будет общий потенциал и заряды шаров после соединения?

56. Два проводящих заряженных шарика с радиусами R_1 = 0,015 м и R_2 = 0,06 м соединили тонкой проволокой. Общий потенциал шаров после соединения φ = 780 В. Найти потенциалы шаров φ_1 и φ_2 и заряд q_1 меньшего шара до соединения, если заряд большого шара $q_2 = 6{,}0 \cdot 10^{-9}$Кл.

57. Потенциалы шариков радиусами R_1 = 0,03 м и R_2 = 0,06 м равны $\varphi_1 = 6{,}0 \cdot 10^2$ В и $\varphi_2 = 9{,}0 \cdot 10^2$ В. Шарики соединяют тонкой проволокой. Найти, какой заряд Δq перейдет при этом с одного шарика на другой и окончательный потенциал φ шариков после соединения.

58. Два заряженных металлических шара радиусами R_1 = 0,04 м и R_2 = 0,06 м привели в соприкосновение. При этом их потенциал стал φ = 4000 В. Найти,

какой заряд Δq перешел при этом с одного шара на другой, если потенциал второго шара до соединения был равен 2000 В.

59. Два металлических шара радиусом R_1 = 0,05 м и R_2 = 0,1 м заряжены, первый до потенциала φ_1 = 600 В, а второй имеет заряд $q_2 = 3 \odot 10^{-8}$ Кл. Шарики соединяют металлической проволокой. Определить, на сколько изменятся потенциалы шаров после их соединения.

60. Определить заряд q_1 и потенциал шара φ_1 радиусом R_1 = 0,02 м, если при соприкосновении с ним незаряженного шара радиусом $R_2 = 2 \odot 10^{-3}$ м последний приобретает заряд $q_2 = 10^{-8}$ Кл.

61. Два шарика одинакового радиуса R = 1 см и массы m = 0,15 кг заряжены до одинакового потенциала φ = 3 кВ и находятся на некотором расстоянии r_1 друг от друга. При этом их энергия гравитационного взаимодействия $W_{гр} = 1,0 \odot 10^{-17}$ Дж. Шарики сближаются до расстояния r_2. Работа, необходимая для сближения шариков, $A = 2\cdot10^{-5}$ Дж. Найти энергию электростатического взаимодействия шариков после их сближения.

62. Шар 1 радиусом R_1 = 10 см, заряженный до потенциала φ = 3 кВ, после отключения от источника напряжения соединяется проволочкой (ёмкостью которой можно пренебречь) сначала с удаленным незаряженным шаром 2, а затем, после отсоединения от шара 2, с удаленным незаряженным шаром 3. Шары 2 и 3 имеют радиусы $R_2 = R_3$ = 10 см. Найти: а) первоначальную энергию шара 1; б) энергию шаров 1 и 2 после соединения и работу разряда при соединении; в) энергии шаров 1 и 3 после соединения и работу разряда при соединении.

63. Заряженный шар радиусом R_1 = 2 см приводится в соприкосновение с незаряженным шаром 2, радиус которого R_2 = 3 см. После того как шары разъединили, энергия шара 2 оказалась равной 0,4 Дж. Какой заряд был на шаре 1 до соприкосновения с шаром 2?

64. Шар А радиусом R_1 = 0,05 м, заряженный до потенциала φ_1 = 3000 В, приводится в соприкосновение с шаром В радиусом R_2 = 0,04 м, обладающим энергией $W_2 = 4{,}5\cdot10^{-4}$ Дж. Определить работу разряда A.

65. Проводящий шар наэлектризован так, что его потенциал становится равен φ_0 = 2000 В. Потенциал поля на расстоянии $a = 4 \odot 10^{-2}$ м от поверхности шара φ_1 = 1200 В. Найти энергию шара W.

66. Найти энергию шара W, если поверхностная плотность заряда $\sigma = 5 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2, а его электроемкость $C = 5 \cdot 10^{-11}$ Ф.

67. Заряженный шар радиусом R_1 = 0,04 м соединяют с незаряженным шаром радиусом R_2 = 0,02 м. Найти энергию каждого шара после соединения и работу разряда, если с первого шара на второй перешел заряд $\Delta q = 10^{-8}$ Кл.

68. Шар радиусом R_1 = 0,02 м, заряженный до потенциала φ = 4000 В, после отключения от источника напряжения соединяют проволокой с незаряженным шариком В радиусом R_2 = 0,03 м. Найти энергию шаров после разряда W_1 и W_2 и работу разряда А.

69. Проводящий шар радиусом $R_1 = 10^{-2}$ м наэлектризован. Потенциал поля на расстоянии a = $5 \cdot 10^{-2}$ м от шара равен 500 В. Определить энергию шара W.

70. Шарик диаметром d = $4 \cdot 10^{-2}$ м заряжается до потенциала φ = 2000 В. Определить энергию шара W.

71. Энергия плоского воздушного конденсатора $W_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Дж. Определить энергию конденсатора W_2 после заполнения его диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε = 2, если конденсатор отключен от источника питания.

72. Энергия плоского воздушного конденсатора $W_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Дж. Определить энергию конденсатора W_2 после заполнения его диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε = 2, если конденсатор подключен к источнику питания.

73. Плоский воздушный конденсатор ёмкостью $C_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф был заряжен до разности потенциалов U_1 =2000 В и отключен от источника напряжения. Затем к нему параллельно присоединили второй незаряженный конденсатор ёмкостью $C_2 = 3 \cdot 10^{-6}$ Ф. Какая часть энергии, запасенной в первом конденсаторе, была при этом передана второму конденсатору?

74. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора S = 0,01 $м^2$, расстояние между ними d_1 = 1 мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов U = 0,1 кВ. Пластины раздвигаются до расстояния d_2 = 25 мм. Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключается; б) отключается.

75. Конденсатор электроемкостью C_1 = 666 пФ зарядили до разности потенциалов U = 1,5 кВ и отключили от источника тока. Затем к конденсатору присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор электроемкостью C_2 = 444 пФ. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

76. Конденсаторы электроемкостями C_1 = 1 мкФ, C_2 = 2 мкФ, C_3 = 3 мкФ включены в цепь с напряжением U = 1,1 кВ. Определить энергию каждого конденсатора в случаях: 1) последовательного их включения; 2) параллельного включения.

77. Электроемкость С плоского конденсатора равна 111 пФ. Диэлектрик – фарфор. Конденсатор зарядили до разности потенциалов U = 600 В и отключили от источника напряжения. Какую работу А нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора? Трение пренебрежимо мало (ε = 5).

78. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (фарфор), объём V которого равен 100 см^3. Поверхностная плотность заряда σ на пластинах конденсатора равна 8,85 нКл/м^2. Вычислить работу А, которую необходимо совершить для того, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора. Трением диэлектрика о пластины конденсатора пренебречь (ε = 5).

79. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (ε = 4,5). Емкость конденсатора $C_1 = 9 \cdot 10^{-6}$ Ф. Конденсатор заряжен до разности потенциалов U_1 = 200 В. Не отключая конденсатор от источника напряжения, в нем заменяют диэлектрик. При этом энергия конденсатора уменьшается в 3 раза. Найти диэлектрическую проницаемость диэлектрика ε и энергию конденсатора W_1 до и W_2 после замены диэлектрика.

80. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком (ε = 5) и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Энергия конденсатора при этом равна $W_1 = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ Дж. После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик из него вынули. Какую работу надо было совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора?

81. Металлический шар радиусом R = 3 см несет заряд q = 20 нКл. Шар окружен слоем парафина толщиной d = 2 см. Определить энергию W электрического поля, заключенного в слое диэлектрика (ε = 2).

82. Сплошной парафиновый шар радиусом R = 10 см заряжен равномерно по объему с объемной плотностью ρ = 10 нКл/м^8. Определить энергию W_1 электрического поля, сосредоточенную в самом шаре, и энергию W_2 вне его (ε = 2).

83. Эбонитовый шар равномерно заряжен по объёму. Во сколько раз энергия электрического поля вне шара превосходит энергию поля, сосредоточенную в шаре (ε = 3)?

84. Уединенная металлическая сфера электроемкостью С = 10 пФ заряжена до потенциала φ = 3 кВ. Определить энергию W поля, заключенного в сферическом слое, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в три раза больше радиуса сферы.

85. Уединенный металлический шар радиусом R_1 = 6 см несет заряд q. Концентрическая этому шару поверхность делит пространство на две части (внутренняя конечная и внешняя бесконечная) так, что энергии электрического поля обеих частей одинаковы. Определить радиус R_2 этой сферической поверхности.

86. Электрическое поле создано заряженной (q = 0,1 мкКл) сферой радиусом R = 10 см. Какова энергия W поля, заключенная в объёме, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в два раза больше радиуса сферы

87. Плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 120 \cdot 10^{-4}$ м^2 сообщен заряд $q = 4 \cdot 10^{-9}$ Кл. Пространство между пластинами заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 6$). После отключения пластин от источника напряжения диэлектрик из него вынимают, при этом разность потенциалов между пластинами увеличивается в три раза. Найти изменение объёмной плотности энергии конденсатора.

88. Сферическую оболочку радиуса $R_1 = 20$ см, равномерно заряженную зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл, расширили до радиуса $R_2 = 30$ см. Найти работу, совершаемую при этом электрическими силами.

89. В центре сферической оболочки, равномерно заряженной зарядом $q = 5$ мкКл, расположен точечный заряд $q_0 = 1{,}5$ мкКл. Найти работу электрических сил при расширении оболочки – увеличении её радиуса от $R_1 = 50$ мм до $R_2 = 100$ мм.

90. Пластины плоского конденсатора площадью $S = 0{,}01$ м^2 каждая притягиваются друг к другу с силой $F = 30$ мН. Пространство между пластинами заполнено слюдой. Найти заряд q, находящийся на пластинах, напряженность E поля между пластинами и объёмную плотность энергии w_0 поля ($\varepsilon = 7$).

Варианты домашнего задания

№ варианта	№№ задач домашнего задания					
	Тема №1			Тема №2		
1	1	31	61	1	31	61
2	2	32	62	2	32	62
3	3	33	63	3	33	63
4	4	34	64	4	34	64
5	5	35	65	5	35	65
6	6	36	66	6	36	66
7	7	37	67	7	37	67
8	8	38	68	8	38	68
9	9	39	69	9	39	69
10	10	40	70	10	40	70
11	11	41	71	11	41	71
12	12	42	72	12	42	72
13	13	43	73	13	43	73
14	14	44	74	14	44	74
15	15	45	75	15	45	75
16	16	46	76	16	46	76

17	17	47	77	17	47	77
18	18	48	78	18	48	78
19	19	49	79	19	49	79
20	20	50	80	20	50	80
21	21	51	81	21	51	81
22	22	52	82	22	52	82
23	23	53	83	23	53	83
24	24	54	84	24	54	84
25	25	55	85	25	55	85
26	26	56	86	26	56	86
27	27	57	87	27	57	87
28	28	58	88	28	58	88
29	29	59	89	29	59	89
30	30	60	90	30	60	90

Номер варианта домашнего задания соответствует порядковому номеру фамилии студента в журнале группы.

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики: Т.2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. М: Наука, 1987. 496 с.
2. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособ. для инж.-техн. специальностей вузов. 4-е изд., испр. М.: Высш. школа, 1997. 542 с.
3. Детлаф Ф.Ф., Яворский Б.М. Курс физики: Учеб. пособ. для втузов. М.: Наука, 1989. 608 с.
4. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики для втузов. М.: Изд-во «Мир и образование», 2003. 384 с.
5. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике: Учеб. пособие. М.: Наука, 1988. 288 с.
6. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведения упражнений по физике во втузе: Учеб пособие для студ. втузов. – М.: Высш. школа, 1981. 318 с.
7. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1986. 334 с.

8. Чертов А.Г., Воробьев А.А., Федоров М.Ф. Задачник по физике: Учеб. пособие для втузов. – М.: Высш. школа, 1973. 512 с.

9. Электростатика и постоянный ток. Магнетизм: Учеб. пособие / Сост.: В.А. Егорова, В.Н. Иванов, А.М. Ласица, В.Н. Лиссон и др. Омск: Изд-во ОмГТУ, 1999. 72 с.

Редактор Н.Н. Пацула
ИД № 06039 от 12.10 2001.
Сводный темплан 2006.

Подписано к печати 19.04.06. Бумага офсетная. Формат 60 х 84 1/16. Отпечатано на дупликаторе. Усл. печ. л. 3,5. Уч.-изд. л.
Тираж экз. Заказ

Изд-во ОмГТУ. 644050, г. Омск, пр. Мира, 11
Типография ОмГТУ.