Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ»

Омск – 2016

Методические указания разработаны в соответствии с ООП по направлению подготовки магистратуры:

28.04.02 «Наноинженерия»

Руководство по СРС и выполнению индивидуального домашнего задания. Требования к оформлению индивидуального задания

Индивидуальное задание решается в соответствии с номером варианта.

Вариант выполнения индивидуального задания каждого семестра определяется по порядковому номеру в списке группы (для студентов очной формы обучения)

Индивидуальное задание оформляются в обычной тетради (в клетку) или на листах форматом А4 (с одной стороны листа).

На титульном листе указываются:

- полное наименование образовательного учреждения и соответствующей кафедры;
- тема домашнего задания;
- ФИО студента, номер группы и факультет (институт);
- номер варианта;
- ФИО преподавателя.

Образец оформления титульного листа приведен в Приложении 1.

Порядок оформления решения задач

1. После полного текста задания кратко оформить условие задачи: ввести обозначения всех величин, которые будут использованы в процессе решения задачи,и их числовые значения. Числовые значения, исключая те случаи, когда определяются безразмерные отношения, следует тут же перевести в систему СИ, проставляя рядом соответствующее наименование. В краткой записи условия следует также выписать все искомые величины (или отношения величин) со знаком вопроса.

2. Указать те основные законы и формулы, на которых базируется решение данной задачи. Разъяснить смысл буквенных обозначений, входящих в исходную формулу. Если такая формула является частным случаем фундаментального закона, то ее необходимо вывести из этого закона, используя граничные условия.

3. Сделать чертеж или график, поясняющий содержание задачи (в тех случаях, когда это возможно). Выполнить его надо аккуратно, подобрав оптимальный размер. Рисунок может быть выполнен на компьютере или при помощи карандаша, циркуля, линейки. На чертеже или графике должны быть нанесены обозначения всех буквенных величин, которые используются в расчетных формулах и могут быть пояснены чертежом.

4. Каждый этап решения задачи сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.

5. Произвести расчеты, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единиц измерения искомой величины.

6. При подстановке в рабочую формулу, а также при выражении ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на десять в соответствующей степени. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ и т.д. Рекомендуемая запись числовых значений облегчает расчетные действия с ними, является более компактной и наглядной.

Образец оформления решения задач индивидуального задания приведен в Приложении 2.

Содержание дисциплины «Основы квантовой механики» и сборник индивидуальных заданий

1 семестр

Модуль 1. Базовые принципы и экспериментальные основания квантовой механики.

Экспериментальные основания квантовой механики. Опыты Дэвиссона-Джермера. Спектры атомов. Существование ядра атома. Корпускулярно-волновой дуализм. Волны де Бройля. Неразличимость тождественных частиц. Фермионы и бозоны. Принцип Паули. Амплитуда вероятности. Плотность вероятности.

Модуль 2. Одномерные задачи квантовой механики

Уравнение Шрёдингера. Стационарные решения. Свободная частица. Финитное движение в степенном потенциале. Бесконечно глубокая прямоугольная одномерная потенциальная яма. Гармонический осциллятор. Прямоугольный потенциальный барьер, коэффициент прохождения. Надбарьерный и подбарьерный случаи. Квазиклассическое приближение.

Модуль 3. Пространственные задачи квантовой механики

Квантование момента импульса. Движение в центрально-симметричном поле. Главное, орбитальное, магнитное и спиновое квантовые числа. Атом водорода и водородоподобные ионы. Правила отбора. Принципы заполнения орбиталей в сложных атомах. Двухатомная молекула.

Таблица 1

Варианты индивидуальных заданий 1 семестра

№ варианта	Номера задач			
1	1	11	21	31
2	2	12	22	32
3	3	13	23	33
4	4	14	24	34
5	5	15	25	35
6	6	16	26	36
7	7	17	27	37
8	8	18	28	38
9	9	19	29	39
10	10	20	30	40

Индивидуальное задание 1 семестра

Базовые принципы и экспериментальные основания квантовой механики.

1. Покоящееся ядро Hs-269 испытывает альфа-распад. Кинетическая энергия альфа-частицы 9368 кэВ. С какой скоростью движется дочернее (т.е. образовавшееся в результате распада) ядро?
2. Покоящееся ядро Og-294 испытывает альфа-распад. Кинетическая энергия альфа-частицы 11 МэВ. Найдите импульс ядра отдачи.
3. Ядро Lv-291 движется со скоростью 20 км/с и испытывает альфа-распад. Скорость альфа-частицы 850 км/сек. Найдите кинетическую энергию дочернего ядра.
4. Ядро Fl-289 движется со скоростью 25 км/с и испытывает альфа-распад. Скорость ядра отдачи 7.50 км/сек. Найдите кинетическую энергию альфа-частицы.
5. Ядро фтора-19 имеющее кинетическую энергию 120 МэВ налетает на покоившееся ядро свинца-208 и сливается с ним. С какой скоростью движется образовавшееся составное ядро?
6. Ядро ксенона-128, имеющее кинетическую энергию 520 МэВ налетает на покоившееся ядро золота-197 и сливается с ним. Найдите импульс составного ядра
7. Ядро хлора-37, имеющее кинетическую энергию 230 МэВ налетает на покоившееся ядро титана-50 и сливается с ним. С какой скоростью движется образовавшееся составное ядро
8. В 1967 году в Дубне (СССР) был синтезирован новый элемент, который теперь называется дубнием (Db). Чтобы получить этот элемент, неподвижную мишень из америция-243 облучали ионами неона-22. Известно, что новый элемент

может возникнуть лишь при условии, что поверхности ядер соприкоснутся. Какова должна быть минимальная энергия ядра неона (в МэВ), необходимая для этого?

9. В 2002 году в Дубне (Россия) был синтезирован новый элемент, который теперь называется оганесоном (Og). Чтобы получить этот элемент, неподвижную мишень из калифорния-249 облучали ионами кальция-48. Известно, что новый элемент может возникнуть лишь при условии, что поверхности ядер соприкоснутся. Какова должна быть минимальная энергия ядра кальция (в МэВ), необходимая для этого?

10. Сколько электронов в двухзарядном положительном атомарном ионе ртути? Каковы масса и заряд этого иона?

11. Сколько электронов в однозарядном отрицательном ионе азота, входящего в состав воздуха?

12. Сколько протонов в ядре атома свинца-204?

13. Сколько нейтронов в ядре атома висмута-209?

14. Как и во сколько раз различаются объёмы атома и ядра германия-72?

15. Вычислите кинетическую энергию альфа-частицы (в МэВ), де-бройлевская длина волны которой 150 фм.

16. Вычислите де-бройлевскую длину волны электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 25 В

17. Вычислите де-бройлевскую длину волны ядра дубния-262, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 25 МВ.

18. . Покоящийся атом дейтерия, находившийся в основном состоянии, поглотил фотон длиной волны 60 нм. В результате атом испустил электрон (т.е. произошла ионизация). Электрон вылетел в том же направлении, куда двигался фотон. Определите скорость электрона и ядра.

19. . Фотон с энергией 1.75 кэВ рассеивается на электроне на угол 30о. Какова длина волны рассеянного фотона?

20. Какова должна быть максимальная длина волны излучения, вызывающего фотоэффект в литии?

21. Альфа-частица при торможении может испустить максимум четыре фотона с длиной волны 200 нм. Какова скорость α-частицы?

22. Доказать, что свободный электрон не может излучить один фотон.

23. Параллельный пучок лучей длиной волны 0,55 мкм падает нормально на зеркальную поверхность, производя давление 0,75 нН/см^2. Определить концентрацию фотонов в пучке и число фотонов, падающих по нормали на 2.5 см^2 за 14 сек.

24. Спектральная плотность энергетической светимости является функцией циклической частоты. Преобразуйте ее так, чтобы она стала функцией длины волны излучения.

25. Используя спектральную плотность энергетической светимости как функцию длины волны излучения, получите закон Вина - длину волны, на которой интенсивность излучения максимальна.

26. Получите приближённое выражение для постоянной Стефана-Больцмана, приведя интеграл от спектральной плотности энергетической светимости к безразмерному виду.

27. Получите закон Стефана-Больцмана из соображений размерности.

28. Из смотрового окна закалочной печи, имеющего диаметр 6,0 см, ежесекундно излучается 81 Дж энергии. Излучение этого окна в четыре раза меньше, чем излучение абсолютно черного тела, имеющего такую же температуру. Какова температура печи?

29. Электрическая лампа мощностью 100 Вт имеет вольфрамовую нить длиной 19 см и диаметром 100 мкм. Эта нить нагревается до 3000 К. Во сколько раз отличается излучательная способность нити от излучательной способности абсолютно черного тела?

30. Гелий-неоновый лазер непрерывного действия мощностью 40 мВт генерирует излучение с длиной волны 632.8 нм. Определите массу луча этого лазера, если его длина 40 см, а диаметр 2,5 мм.

31. Температура абсолютно черного тела составляет 900 К. Определить, на сколько она изменится, если длина волны, отвечающая пику спектра излучения, увеличится на 0,40 мкм.

32. Вычислить длину волны, соответствующую максимуму в спектре излучения электрической лампочки, температура нити которой 3000 К.

33. Рабочим телом гелий-неонового лазера служит смесь гелия и неона в пропорции 5:1 по числу атомов, находящаяся в стеклянной колбе под давлением 300 Па при температуре +10°С. Сколько атомов неона содержится в кубе активной среды с ребром 25 мм?

34. Лазер с ядерной накачкой (ЛЯН) представляет собой трубку с газом, помещённую в поток тепловых нейтронов. Нейтроны вызывают реакции в ядерно-активном веществе ^{10}B, которое нанесено в виде тонкого слоя на внутреннюю поверхность трубки. В ядерной реакции образуются быстрые ионы, которые ионизуют и возбуждают атомы находящегося в трубке рабочего газа ксенона, формируя активную среду. Напишите уравнение ядерной реакции в ЛЯН, если в результате неё образуются два продукта, массовые числа которых различаются на 3.

35 Электроионизационный CO_2-лазер генерирует электромагнитное излучение длины волны 9,6 мкм в импульсном режиме. Длительность импульса 30 мксек, мощность излучения в импульсе 70 МВт. Определите амплитуду элек5трической индукции этого излучения в воздухе, если диаметр луча лазера 8,5 мм.

36. В эксимерном лазере ультрафиолетовое излучение с длиной волны 193 нм генерируется при диссоциативной рекомбинации молекулы $Ar^{+}F$. Мощность излучения лазера 12 кВт в непрерывном режиме. Определите максимальную силу, которая может действовать на зеркальце радиусом 20 мм со стороны этого излучения, если диаметр луча лазера 340 мкм.

37. Найти неопределенность скорости для медной пылинки диаметром 1.6 мкм, координата, которой определена с погрешностью 12 нм.

38. Предположим, что электрон в атоме водорода обращается вокруг ядра по круговой орбите радиусом 50·пм. Используя законы классической физики, найдите его скорость.

39. На какой максимальный промежуток времени может виртуально появиться пара протон-антипротон?

40. Получить стационарное уравнение Шредингера из нестационарного.

Таблица 2

Варианты индивидуальных заданий 2 семестра

№ варианта	Номера задач		
1	41	51	61
2	42	52	62
3	43	53	63
4	44	54	64
5	45	55	65
6	46	56	66
7	47	57	67
8	48	58	68
9	49	59	69
10	50	60	70

Индивидуальное задание 2 семестра

Одномерные задачи квантовой механики. Пространственные задачи квантовой механики.

41. Пусть в некоторой точке пространства в некоторый момент времени волновая функция Ψ=2+3i. Найдите Ψ^* и |Ψ|.

42. Пусть в некоторой точке пространства в некоторый момент времени волновая функция Ψ=2 exp(3i). Найдите Ψ^* , вещественную и мнимую части ВФ, а также |Ψ|.

43. Почему функция sin(kx) не может быть решением стационарного уравнения Шрёдингера для свободной частицы?

44. Может ли функция cos(kx) быть решением стационарного уравнения Шрёдингера для свободной частицы?

45. Оцените прозрачность прямоугольного барьера высотой $23 \cdot 10^{-13}$ Дж и толщиной 20 фм для альфа-частицы, имеющей полную энергию 8,5 МэВ.

46. Вероятность прохождения нейтрона через прямоугольный барьер высотой 12.5 МэВ и шириной 9.2 фм составляет 1.5%. Какова скорость этого нейтрона?

47. Вычислить прозрачность прямоугольного барьера высотой $37 \cdot 10^{-13}$ Дж и толщиной 12 фм для протона, имеющего полную энергию 9,5 МэВ.

48. Получите приближённую формулу для уровней энергии частицы, которая падает в поле силы тяжести и отражается от абсолютно упругой горизонтальной плоскости.

49. Оцените энергию основного состояния нейтрона, который свободно падает в поле силы тяжести.

50. Длина волны λ излучаемого атомом фотона составляет 0,6 мкм. Принимая время жизни возбужденного состояния $\Delta t = 10^{-8}$ с, определить отношение естественной ширины энергетического уровня, на который был возбужден электрон, к энергии, излученной атомом$\Delta E/E$.

51. Принимая, что электрон находится внутри атома диаметром 230 пм, определить (в электрон-вольтах) неопределенность энергии этого электрона.

52. Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» шириной l с бесконечно высокими «стенками» находится в возбужденном состоянии (n=2). Определить вероятность обнаружения частицы в области $2/4\ l \leq X \leq 3/4\ l$.

53. Электрон находится в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» шириной l с бесконечно высокими «стенками». Определить вероятность нахождения электрона в средней трети «ямы», если электрон находится в возбужденном состоянии (n = 3).

54. Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» шириной l с бесконечно высокими «стенками» находится в основном состоянии. Определить вероятность обнаружения частицы в левой трети «ямы».

55. Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» шириной l с бесконечно высокими «стенками» находится в возбужденном состоянии (n=3). Определить, в каких точках «ямы» ($0 \leq X \leq l$) плотность вероятности обнаружения частицы максимальна. Пояснить полученный результат графически.

56. Электрон с энергией E = 5 эВ движется в положительном направлении оси x, встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высоты U = 10 эВ и шириной l = 0,1 нм. Определить коэффициент D прозрачности потенциального барьера.

57. Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину l = 0,1 нм. Определить в электрон-вольтах разность энергии U – E, при которой вероятность прохождения электрона сквозь барьер составит 0,5.

58. Протон с энергией 6.5 МэВ движется в положительном направлении оси x, встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой 10 МэВ и шириной 7.5 фм. Определить вероятность прохождения протоном этого барьера.

59. Первоначальная масса радиоактивного изотопа йода $^{131}_{53}\mathrm{I}$ (период полураспада $T_{1/2}$ = 8сут) равна 1 г. Определить: 1) начальную активность изотопа; 2) его активность через 3 сут.

60. Начальная активность 1 г изотопа радия $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ равна 1 Ки. Определить период полураспада $T_{1/2}$ этого изотопа.

61. Определить период полураспада $T_{1/2}$ некоторого радиоактивного изотопа, если его активность за 5 сут уменьшилась в 2,2 раза.

62. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определить, в какой элемент превращается $^{238}_{92}\mathrm{U}$ после трех α- и двух β^--распадов.

63. Определить энергетический эффект реакции $^{7}_{3}\mathrm{Li}+^{1}_{1}\mathrm{H}\rightarrow^{7}_{4}\mathrm{Be}+^{1}_{0}\mathrm{n}$.

64. Определить энергетический эффект реакции $^{2}_{1}\mathrm{H}+^{3}_{1}\mathrm{H}\rightarrow^{4}_{2}\mathrm{He}+^{1}_{0}\mathrm{n}$.

65. Альфа-частица с энергией 12 МэВ движется в одномерной потенциальной яме, имеющей форму гармонического осциллятора, находясь в основном состоянии. Найдите жёсткость такого осциллятора.

66. Альфа-частица с энергией 6.2 МэВ движется в одномерной потенциальной яме, имеющей форму гармонического осциллятора, находясь во втором возбуждённом состоянии. Найдите жёсткость такого осциллятора.

67. Получите приближённую формулу для уровней энергии гармонического осциллятора из условия образования стоячих волн.

68. Каков должен быть порядковый номер элемента, чтобы его водородоподобный ион мог излучить фотон с длиной волны, равной 100 пм.

69. Получите приближённое выражение для уровней энергии водородоподобного иона из условия образования стоячих волн.

70. С какой скоростью движется атом водорода после испускания фотона, соответствующего максимальной длине волны в серии Лаймана?

Приложение 1

<u>Образец выполнения титульного листа</u>

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра физики

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ
по дисциплине «Основы квантовой механики»

Часть 1

Выполнил: Иванов Иван Иванович
гр. ТЭС-161, ЭНИ
Вариант № 3

Проверил: Петров П. П.

Омск – 2016

Приложение 2

<u>Образец оформления решения задач</u>

№ 111.

Вычислить вероятность того, что частица, находящаяся в первом возбужденном энергетическом состоянии в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме (БГОППЯ) шириной $2b$, будет обнаружена в средней ее трети.

Дано: $n = 1$; $-\frac{b}{3} \le x \le \frac{b}{3}$.	*Решение*. Прежде чем решать любую задачу точно, желательно спрогнозировать ответ на основе качественных соображений. Искомая вероятность есть площадь под соответствующим участком графика. Хорошо видно, что эта площадь мала. Так что данная вероятность должна получиться, видимо, меньше 0,5.
$\Pi - ?$	

Условие нормировки для БГОППЯ при $n = 1$ имеет вид:

$$\int_{-b}^{b} |\Phi_1(x)|^2 dx = 1. \qquad (9.11)$$

Таким образом: $\Phi_{01} = 1/\sqrt{b}$. (9.13)

Для вычисления вероятности воспользуемся соответствующими формулами:

$$\Pi = \int_{-b/3}^{b/3} |\Phi_1(x)|^2 dx = \int_{-b/3}^{b/3} \frac{1}{b} \sin^2 \frac{\pi x}{b} dx = \frac{1}{b} \int_{-b/3}^{b/3} \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{2\pi x}{b}\right) dx =$$

$$= \frac{1}{2b} \int_{-b/3}^{b/3} dx - \frac{1}{2b} \int_{-b/3}^{b/3} \cos\frac{2\pi x}{b} dx = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi}\left(\sin\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{2\pi}{3}\right) = 0{,}196$$

Этот количественный результат прекрасно согласуется с качественными рассуждениями: действительно, $\Pi < 0{,}5$.