

# РАСЧЕТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИАТОРА ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ С ЛОКАЛЬНОЙ ТЕПЛОВОЙ НАГРУЗКОЙ

А. Б. Сулин, Т. В. Рябова, А. А. Никитин

Университет ИТМО,  
Россия, 197101, г. Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

Рассмотрена задача оптимизационного расчета геометрических характеристик оребренной теплообменной поверхности с локальным источником теплоты в условиях естественной конвекции. Решение получено для условия максимальной удельной объемной мощности теплообмена. Предложена инженерная методика учета локального характера приложения тепловой нагрузки. Расчетные характеристики приведены в функции от температурного напора, высоты ребра и толщины основания радиатора.

**Ключевые слова:** естественная конвекция, оребренный радиатор, локальная тепловая нагрузка, термоэлектрический модуль.

## Введение

Термоэлектрические охлаждающие устройства и тепловые насосы широко применяются для обеспечения тепловых режимов [1, 2]. Рациональные подходы к проектированию данных устройств позволяют достичь оптимальных решений по энергопотреблению и массогабаритным показателям [3, 4]. Применение радиаторов с естественной конвекцией для отвода теплоты от модулей Пельтье является оправданным, например, для термоэлектрических охладителей малой производительности в связи с высокой надежностью и простотой реализации такого типа конструкций [5, 6]. Процессы теплопередачи в радиаторах с естественной конвекцией исследованы, например, в [7–13]. В то же время расчет системы теплоотвода с оптимальными геометрическими параметрами при локально приложенной тепловой нагрузке осложнен неоднородностью температурного поля в основании радиатора и требует применения обоснованной расчетной методики.

## Объект исследования

Решение задачи оптимизации геометрических параметров оребренной системы выполняется на основе совместного анализа процессов теплопроводности в ребрах и теплоотдачи на их поверхности с целью достижения максимального теплового потока при заданном объеме радиатора [14, 15]. Геометрическая схема рассматриваемой системы приведена на рис. 1.

В предположении постоянной величины коэффициента теплоотдачи удельный тепловой поток на единицу объема радиатора может быть записан в виде:

$$q^{\text{в}} = \frac{Q}{V} = \frac{\alpha \cdot \vartheta_0}{h} \left( 1 + \frac{2h}{S + \delta} \cdot \eta \right), \quad (1)$$

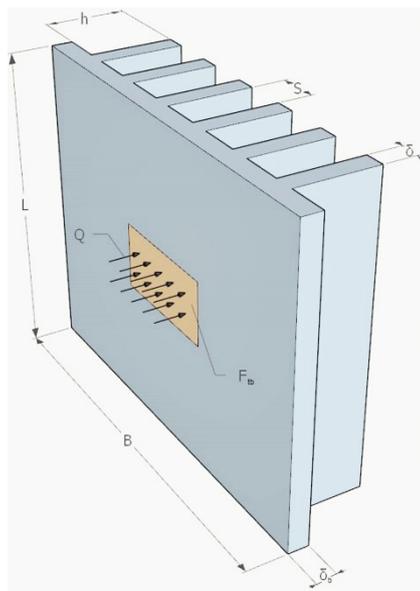


Рис. 1. Геометрическая схема системы  
Fig. 1. The geometric scheme of the system

где  $Q$  — тепловая нагрузка от модуля Пельтье, Вт;  $V = L \cdot B \cdot h$  — объем, занимаемый радиатором,  $\text{м}^3$ ;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $\vartheta_0$  — температурный напор в основании ребра,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\eta$  — эффективность прямого ребра прямоугольного профиля; геометрические характеристики в соответствии с рис. 1.

Коэффициент теплоотдачи при свободной конвекции на вертикальных ребрах

$$\alpha = \frac{Nu_S \cdot \lambda_{\text{ж}}}{S}, \quad (2)$$

где  $\lambda_{\text{ж}}$  — коэффициент теплопроводности воздуха,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ .

$$Nu_S = c_1 \left( Ra_S \frac{S}{L} \right)^m \left[ 1 - \exp \left( -c_2 \left( Ra_S \frac{S}{L} \right)^n \right) \right], \quad (3)$$

$$Ra_S \frac{S}{L} = 80 \left( \frac{S}{h} \right)^{0,2}, \quad (10)$$

где  $c_1 = 0,112$ ;  $c_2 = 129$ ;  $m = 0,534$ ;  $n = 0,284$ .  
Число Рэлея

$$Ra_h = \frac{gh^3}{\nu^2} \beta \vartheta_0 Pr, \quad (4)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения,  $m/c^2$ ;  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости,  $m^2/c$ ;  $\beta$  — коэффициент объемного расширения  $1/K$ ;  $Pr$  — число Прандтля.

Задача оптимизационного расчета заключается в определении межреберного расстояния  $S$  и толщины ребра  $\delta$ , при которых удельный тепловой поток на единицу объема  $q^{(V)}$  будет максимальным. Математически оптимизационная задача формулируется уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial q^{(V)}}{\partial \delta} &= 0; \\ \frac{\partial q^{(V)}}{\partial S} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

с учетом зависимостей для коэффициента теплоотдачи (2) и (3), а также выражения для эффективности ребра, аппроксимированного зависимостью

$$\eta = \left( 1 + \frac{2 \lambda_{ж}}{3 \lambda} \frac{h^2}{S \cdot \delta} Nu_S \right)^{-1}, \quad (6)$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности материала ребра,  $Вт/(м \cdot К)$ .

Дифференцируя (1) по  $\delta$  и приравнявая результат нулю с учетом (6) получаем

$$\frac{\delta_{onm}}{h} = \sqrt{\frac{2 \alpha S}{3 \lambda}}. \quad (7)$$

Тогда соотношение (6) с учетом (7) имеет вид

$$\eta = \frac{S}{S + \delta}. \quad (8)$$

Дифференцируя (1) по  $S$  с учетом (3) и (5)

получаем зависимость искомого отношения  $\frac{S_{onm}}{h}$  от комплексов  $\frac{\lambda}{\lambda_{ж}}$  и  $\frac{Ra_h h}{L}$ .

Поскольку для газов величина  $S_{onm}$  слабо зависит от теплопроводности ребра, можно определить зависимость  $S_{onm}$  от комплекса  $\frac{Ra_h h}{L}$ .

$$\frac{S_{onm}}{h} = 3,15 \left( \frac{Ra_h h}{L} \right)^{-0,264}. \quad (9)$$

можно убедиться, что  $S$  слабо зависит от  $h$  и определяется параметрами  $L$  и  $\vartheta_0$ . С ростом  $\vartheta_0$  и уменьшением  $L$  оптимальное межреберное расстояние уменьшается. Величина оптимальной толщины ребра  $\delta_{onm}$  практически не зависит от  $\alpha$  и  $\vartheta_0$  и определяется в основном параметрами  $h, b, \frac{\lambda_{ж}}{\lambda}$ .

Локальный характер приложения тепловой нагрузки к основанию оребренного радиатора предложено учитывать, представляя основание прямоугольным ребром на круглой трубе [16], которая является локальным источником теплоты. Классическое выражение для эффективности ребра [17] преобразуется в вид

$$E_p = \frac{th(mh')}{mh'}. \quad (11)$$

Здесь в выражении

$$m = \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda \delta_{очн}}}, \quad (12)$$

где  $\alpha$  и  $\delta_{очн}$  — коэффициент теплопроводности и толщина основания радиатора.

Условная высота прямоугольного ребра

$$h' = 0,5 d_H (p - 1) \cdot (1 + 0,35 \ln p), \quad (13)$$

где условный диаметр локального «пятна» тепловой нагрузки

$$d_H = \sqrt{\frac{4F_{ТБ}}{\pi}}, \quad (14)$$

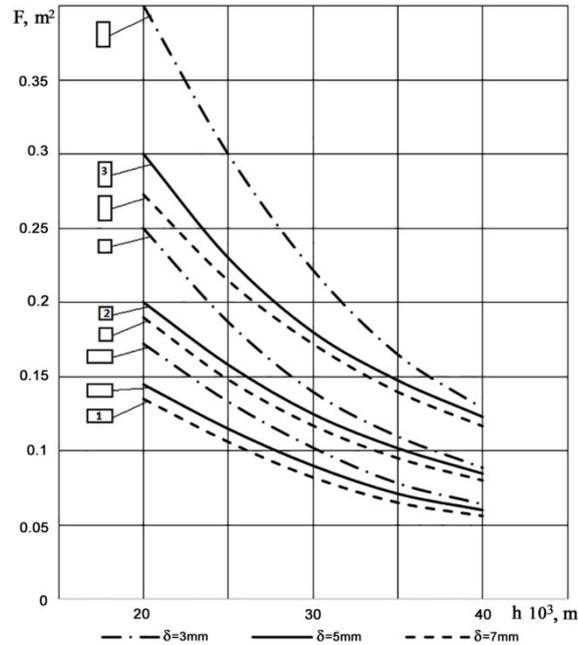
где  $F_{ТБ}$  — площадь термобатареи (модуля Пельтье).

$$\rho = 1,27 \frac{c}{d_H} \sqrt{\left( \frac{A}{C} - 0,3 \right)}, \quad (15)$$

где  $A$  — больший размер основания радиатора;  $C$  — меньший размер основания радиатора.

### Обсуждение результатов

На базе описанной методики выполнена серия расчетов оптимальных геометрических характеристик свободно конвективных радиаторов в функции от температурного напора, высоты ребра и толщины основания. Соотношение габаритных размеров основания заданы как 3:1; 1:1; 1:3. На рис. 2 приведены расчетные зависимости для площади основания радиатора оптимальной геометрии при заданном температурном напоре в основании оребрения 15 К для различных тол-



**Рис. 2. Геометрические характеристики радиатора оптимальной геометрии в функции от высоты ребер и толщины основания**  
**Толщина основания радиатора:**  
 - · - - - 3 мм; — — — 5 мм; - - - - 7 мм;  
**1 — горизонтально ориентированный радиатор;**  
**2 — равносторонний радиатор;**  
**3 — вертикально ориентированный радиатор**  
**Fig. 2. Geometric characteristics of the radiator of optimal geometry as a function of the height of the ribs and the thickness of the base**  
**The thickness of the radiator base:**  
 - · - - - 3 mm; — — — 5 mm; - - - - 7 mm;  
**1 — horizontally oriented radiator;**  
**2 — equilateral radiator;**  
**3 — vertically oriented radiator**

щин основания и высоты ребер от 20 до 40 мм. Мощность тепловой нагрузки принята равной 25 Вт. Площадь локального источника теплоты принята равной 20×20 мм.

На рис. 3 приведены расчетные зависимости для площади основания радиатора оптимальной геометрии при заданной толщине основания 5 мм в зависимости от высоты ребра и температурного напора.

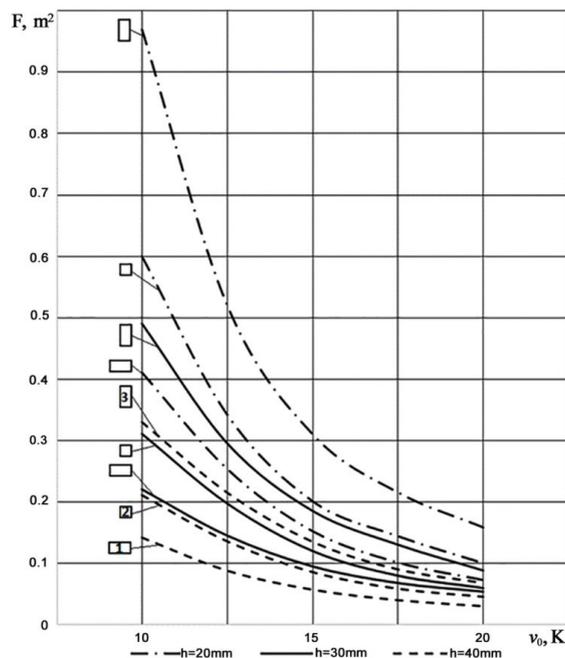
Поскольку применение радиаторов с естественной конвекцией без побудителей расхода для термоэлектрических систем охлаждения и термостатирования обладают максимально высокой надежностью, их оптимизационный расчет является актуальной задачей. Эффективная работа радиаторов с естественной конвекцией зависит от многих факторов: толщина основания радиатора, толщина и высота ребер, межреберное расстояние, температурный напор от радиатора к окружающей среде, ориентация радиатора относительно вектора силы гравитации, соотношения геометрических размеров основания радиатора. Применительно к использованию данных радиаторов для отвода локальной тепловой нагрузки, например, от модуля Пельтье, осложняющим анализ обстоятельством является много-

мерность температурного поля в основании. Перечисленные факторы учтены в предложенной в данной статье методике расчета. Показано, что вертикально ориентированный радиатор обладает наилучшими геометрическими характеристиками вследствие затруднения свободно конвективных течений в межреберном пространстве, в то время как у горизонтально ориентированного радиатора данные характеристики наилучшие.

### Выводы и заключение

По результатам серии расчетов могут быть сделаны следующие выводы.

1. Изменение ориентации основания радиатора с вертикальной (1:3) на горизонтальную (3:1) приводит к снижению площади основания примерно вдвое.
2. Увеличение высоты ребра с 20 мм до 40 мм приводит к снижению площади основания в 2–2,5 раза.
3. Увеличение температурного напора от основания ребра к окружающему воздуху от 10 К до 20 К приводит к снижению требуемой площади основания в 3 раза при высоте ребра 40 мм и в 4–5 раз при высоте ребра 20 мм.



**Рис. 3. Геометрические характеристики радиатора оптимальной геометрии в функции от температурного напора и высоты ребер**  
**Высота ребра: —·—·— 20 мм; — — — 30 мм; - - - - 40 мм;**  
**1 — горизонтально ориентированный радиатор;**  
**2 — равносторонний радиатор;**  
**3 — вертикально ориентированный радиатор**  
**Fig. 3. Geometric characteristics of the radiator of optimal geometry as a function of temperature head and rib height**  
**Rib height: —·—·— 20 mm; — — — 30 mm; - - - - 40 mm;**  
**1 — horizontally oriented radiator;**  
**2 — equilateral radiator;**  
**3 — vertically oriented radiator**

4. Увеличение температурного напора, высоты ребра и толщины основания в максимальной степени положительно сказывается на геометрических характеристиках вертикально ориентированного радиатора и в минимальной — горизонтально ориентированного.

5. Геометрические характеристики радиатора с квадратной геометрией основания занимают промежуточное положение между горизонтально и вертикально ориентированным радиатором.

Таким образом, теоретически показано, что оптимальная организация геометрии естественно конвективного радиатора может привести к снижению его массогабаритных показателей в 2–3 раза.

#### Список источников

1. Sajid M., Hassan I., Rahman A. An overview of cooling of thermoelectric devices // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2017. Vol. 78 (C). P. 15–22. DOI: 10.1016/j.rser.2017.04.098.
2. Zhao D., Tan G. A review of thermoelectric cooling: Materials, modeling and applications // *Applied Thermal Engineering*. 2014. Vol. 66, Issues 1-2. P. 15–24. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2014.01.074.
3. Sun X., Yang Y., Zhang H. [et al.]. Experimental Research of a Thermoelectric Cooling System Integrated with Gravity Assistant Heat Pipe for Cooling Electronic Devi-

ces // *Energy Procedia*. 2017. Vol. 105. P. 4909–4914. DOI: 10.1016/j.egypro.2017.03.975.

4. Lim H., Jeong J.-W. Energy saving potential of thermoelectric modules integrated into liquid desiccant system for solution heating and cooling // *Applied Thermal Engineering*. 2018. Vol. 136. P. 49–62. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.02.096.

5. Baldry M., Timchenko V., Menictas C. Optimal design of a natural convection heat sink for small thermoelectric cooling modules // *Applied Thermal Engineering*. 2019. Vol. 160. 114062. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2019.114062.

6. Babaelahi M., Jafari H. New optimum design for cooling system in thermoelectric thermal devices // *Extreme Mechanics Letters*. 2019. Vol. 27. P. 1–7. DOI: 10.1016/j.eml.2018.11.003.

7. Xie J., Choo K. F., Xiang J. [et al.]. Characterization of natural convection in a PCM-based heat sink with novel conductive structures // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 108. 104306. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2019.104306.

8. Huang X., Shi C., Zhou J. Performance analysis and design optimization of heat pipe sink with a variable height fin array under natural convection // *Applied Thermal Engineering*. 2019. Vol. 159. 113939. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2019.113939.

9. Feng Sh., Shi M., Yan H. Natural convection in a cross-fin heat sink // *Applied Thermal Engineering*. 2018. Vol. 132. P. 30–37. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2017.12.049.

10. Meng X., Zhu J., Wei X. Natural convection heat transfer of a straight-fin heat sink // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2018. Vol. 123. P. 561–568. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.03.002.

11. Effendi N. S., Kim K. J. Orientation effects on natural convective performance of hybrid fin heat sinks // *Applied Thermal Engineering*. 2017. Vol. 123. P. 527–536. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2017.05.134.

12. Alexandersen J., Sigmund O., Aage N. Large scale three-dimensional topology optimisation of heat sinks cooled by natural convection // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 100. P. 876–891. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.05.013.

13. Micheli L., Reddy K. S., Mallick Taras. K. General correlations among geometry, orientation and thermal performance of natural convective micro-finned heat sinks // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. Vol. 91. P. 711–724. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.08.015.

14. Ройзен Н. И., Дулькин И. Н. Тепловой расчет орбитальных поверхностей М.: Энергия, 1977. 256 с.

15. Керн Д., Краус А. Развитые поверхности теплообмена. М.: Энергия, 1977. 464 с.

16. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. М.: Атомиздат, 1979. 216 с.

17. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. М.: Энергия, 1975. 488 с.

---

**СУЛИН Александр Борисович**, доктор технических наук, ординарный доцент факультета низкотемпературной энергетики.

SPIN-код: 5540-5765

AuthorID (РИНЦ): 445299

AuthorID (SCOPUS): 6507491881

Адрес для переписки: miconata@rambler.ru

**РЯБОВА Татьяна Владимировна**, кандидат технических наук, старший преподаватель факультета низкотемпературной энергетики, заместитель декана по учебной работе.

SPIN-код: 7445-1807

AuthorID (РИНЦ): 700649

Адрес для переписки:

Ryabova\_tatyana@corp.ifmo.ru

**НИКИТИН Андрей Алексеевич**, кандидат технических наук, декан факультета низкотемпературной энергетики.

SPIN-код: 8352-1164

AuthorID (РИНЦ): 626563

ORCID: 0000-0002-0084-7282

AuthorID (SCOPUS): 57206142757

Адрес для переписки: andyquest@mail.ru

#### Для цитирования

Сулин А. Б., Рябова Т. В., Никитин А. А. Расчетные характеристики радиатора естественной конвекции с локальной тепловой нагрузкой // *Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение*. 2020. Т. 4, № 2. С. 9–15. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-2-9-15.

Статья поступила в редакцию 03.03.2020 г.

© А. Б. Сулин, Т. В. Рябова, А. А. Никитин

## DESIGN CHARACTERISTICS OF NATURAL CONVECTION RADIATOR WITH LOCAL HEAT LOAD

A. B. Sulin, T. V. Ryabova, A. A. Nikitin

ITMO University,  
Russia, Saint Petersburg, Kronverkskiy Ave., 49, 197101

**The problem of optimized calculation of the geometric characteristics of a finned heat-exchange surface with a local heat source under conditions of natural convection is considered. The solution was obtained for the condition of the maximum specific volumetric heat transfer power. An engineering technique is proposed for taking into account the local nature of the application of heat load. The design characteristics are given as functions of temperature head, fin height and thickness of the radiator base.**

**Keywords:** natural convection, finned radiator, local heat load, thermoelectric module.

### References

1. Sajid M., Hassan I., Rahman A. An overview of cooling of thermoelectric devices // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2017. Vol. 78 (C). P. 15–22. DOI: 10.1016/j.rser.2017.04.098. (In Engl.).
2. Zhao D., Tan G. A review of thermoelectric cooling: Materials, modeling and applications // *Applied Thermal Engineering*. 2014. Vol. 66, Issues 1-2. P. 15–24. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2014.01.074. (In Engl.).
3. Sun X., Yang Y., Zhang H. [et al.]. Experimental Research of a Thermoelectric Cooling System Integrated with Gravity Assistant Heat Pipe for Cooling Electronic Devices // *Energy Procedia*. 2017. Vol. 105. P. 4909–4914. DOI: 10.1016/j.egypro.2017.03.975. (In Engl.).
4. Lim H., Jeong J.-W. Energy saving potential of thermoelectric modules integrated into liquid desiccant system for solution heating and cooling // *Applied Thermal Engineering*. 2018. Vol. 136. P. 49–62. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.02.096. (In Engl.).
5. Baldry M., Timchenko V., Menictas C. Optimal design of a natural convection heat sink for small thermoelectric cooling modules // *Applied Thermal Engineering*. 2019. Vol. 160. 114062. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2019.114062. (In Engl.).
6. Babaelahi M., Jafari H. New optimum design for cooling system in thermoelectric thermal devices // *Extreme Mechanics Letters*. 2019. Vol. 27. P. 1–7. DOI: 10.1016/j.eml.2018.11.003. (In Engl.).
7. Xie J., Choo K. F., Xiang J. [et al.]. Characterization of natural convection in a PCM-based heat sink with novel conductive structures // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 108. 104306. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2019.104306. (In Engl.).
8. Huang X., Shi C., Zhou J. Performance analysis and design optimization of heat pipe sink with a variable height fin array under natural convection // *Applied Thermal Engineering*. 2019. Vol. 159. 113939. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2019.113939. (In Engl.).
9. Feng Sh., Shi M., Yan H. Natural convection in a cross-fin heat sink // *Applied Thermal Engineering*. 2018. Vol. 132. P. 30–37. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2017.12.049. (In Engl.).
10. Meng X., Zhu J., Wei X. Natural convection heat transfer of a straight-fin heat sink // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2018. Vol. 123. P. 561–568. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.03.002. (In Engl.).
11. Effendi N. S., Kim K. J. Orientation effects on natural convective performance of hybrid fin heat sinks // *Applied Thermal Engineering*. 2017. Vol. 123. P. 527–536. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2017.05.134. (In Engl.).
12. Alexandersen J., Sigmund O., Aage N. Large scale three-dimensional topology optimisation of heat sinks cooled by natural convection // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 100. P. 876–891. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.05.013. (In Engl.).
13. Micheli L., Reddy K. S., Mallick Taras. K. General correlations among geometry, orientation and thermal performance of natural convective micro-finned heat sinks // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. Vol. 91. P. 711–724. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.08.015. (In Engl.).
14. Royzen N. I., Dul'kin I. N. *Teplovoy raschet orebrennykh poverkhnostey* [Thermal calculation of finned surfaces]. Moscow, 1977. 256 p. (In Russ.).
15. Kern D., Kraus A. *Razvityye poverkhnosti teploobmena* [Developed heat transfer surfaces]. Moscow, 1977. 464 p. (In Russ.).
16. Uong Kh. *Osnovnyye formuly i dannyye po teploobmenu dlya inzhenerov*. [Basic heat transfer formulas and data for engineers]. Moscow, 1979. 216 p. (In Russ.).
17. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, 1975. 488 p. (In Russ.).

---

**SULIN Aleksandr Borisovich**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of Cryogenic Engineering Department.  
SPIN-code: 5540-5765  
AuthorID (RSCI): 445299  
AuthorID (SCOPUS): 6507491881  
Address for correspondence: miconta@rambler.ru

**RYABOVA Tatyana Vladimirovna**, Candidate of Technical Sciences, Deputy Dean for Educational Affairs, Senior Lecturer of Cryogenic Engineering Department.

SPIN-code: 7445-1807; AuthorID (RSCI): 700649

Address for correspondence:

Ryabova\_tatyana@corp.ifmo.ru

**NIKITIN Andrey Alekseyevich**, Candidate of Technical Sciences, Dean Cryogenic Engineering Department.

SPIN-code: 8352-1164

AuthorID (RSCI): 626563

ORCID: 0000-0002-0084-7282

AuthorID (SCOPUS): 57206142757

Address for correspondence: andyquest@mail.ru

#### For citations

Sulin A. B., Ryabova T. V., Nikitin A. A. Design characteristics of natural convection radiator with local heat load // Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2020. Vol. 4, no. 2. P. 9–15. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-2-9-15.

Received March 3, 2020.

© A. B. Sulin, T. V. Ryabova, A. A. Nikitin