УДК 165.4
DOI: 10.25206/2542-0488-2022-7-2-102-107

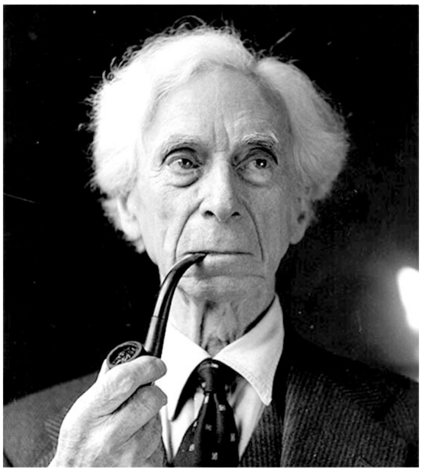
В. В. ЦЕЛИЩЕВ
А. В. ХЛЕБАЛИН

**Институт философии
и права Сибирского отделения
Российской академии наук,
г. Новосибирск**

ПОНИМАНИЕ ИЛИ *AD HOC* ОБЪЯСНЕНИЕ: СЛУЧАЙ АКСИОМЫ СВОДИМОСТИ РАССЕЛА

В статье критикуется широко распространенная интерпретация аксиомы сводимости *Principia Mathematica*, согласно которой аксиома не может считаться логической, что ставит под сомнение успех программы логицизма. В частности, опровергается приписываемый аксиоме сводимости *ad hoc* характер и утверждается ее объяснительная роль в обосновании единообразного подхода Рассела к разрешению теоретико-множественных и семантических парадоксов. Ключевой акцент в объяснительном характере аксиомы сводимости сделан на важности интенсиональных аспектов математического дискурса.

Ключевые слова: разветвленная теория типов, аксиома сводимости, объяснительная схема, понимание, интенсиональность математики.



Бертран РАССЕЛ

Понятие аксиомы сводимости, сыгравшее решающую роль в судьбе логицизма, является весьма сложным для читателя, который не является специалистом в математической логике и философии математики. И тем не менее таким читателям, скорее всего, может быть известно о грандиозном достижении Бертрана Рассела и Альфреда Норта Уайтхеда в виде трехтомного труда *Principia Mathematica* [1—3], явившегося, как часто говорят, вторым этапом становления математической логики, и в популярных изложениях которого обычно находится место для пары слов и о знаменитой (или злополучной) аксиоме сводимости. Рэй Монк, автор весьма популярной биографии Рассела, вкратце излагает историю, в которой аксиома сводимости (как и ее компаньоны) играет довольно неприглядную роль неясного расширения самого понятия логики: «Трудно оценить то, что было достигнуто в результате геркулесовых трудов при написании *Principia Mathematica.* Целью работы была убедительная демонстрация того, что вся математика может быть выведена из логики, но если в *The Principles of Mathematics*[1] было в достаточной степени ясно, что в этом случае имеется в виду (по сути это означало, что все предложения о числах могут быть переформулированы в предложения о классах), то уже в *Principia*, с усложнениями основ логической теории, которые Рассел был вынужден добавить, это стало гораздо менее ясным. Картина становится еще более туманной за счет того факта, что по техническим причинам Рассел и Уайтхед были вынуждены добавить к своему перечню 'логических' аксиом такие, что они едва ли соответствовали представлениям о логических трюизмах, от которых предпочитал отталкиваться Рассел: Аксиому Бесконечности, Аксиому Сводимости и так называемую 'Мультипликативную Аксиому', — и хотя все они были необходимы для последующих доказательств, они весьма расширили понятие 'само-очевидной' истины» [5, p. 194—195].

Подобные мнения, основанные, в общем-то, на достаточно поверхностном знакомстве с ситуацией в логике и основаниях математики, получили довольно широкое хождение. Цель данной статьи в том, чтобы дать более точное представление о незаслуженно 'оболганной' аксиоме сводимости, не прибегая к математическим деталям, опираясь лишь на более общий контекст логицизма как одной из важнейших школ в философии математики.

История логицизма как философии математики включает в себя последовательность отчетливо различимых эпизодов: логицизм Фреге [6], логицизм Рассела и Уайтхеда [1–3], идеи о природе математики Венского Кружка (прежде всего Карнапа [7]) и неологицизм (Райта [8] и Хейла [9]). Данное деление не исключает существования многочисленных ответвлений и оттенков самой идеи сведения математики к логике. Но наиболее известной формой логицизма, безусловно, является логицизм Рассела. За свою известность он расплачивается тем, что именно на него возлагают ответственность за 'крушение' всего направления. В популярном изложении это 'крушение' объясняется сомнительным статусом трех 'принципов' или аксиом, которые не могут быть признаны логическими, и, поскольку без них величественное здание *Principia Mathematica* не обретает завершения, логицистская программа также считается незавершенной.

Эти три 'принципа' — аксиома бесконечности, аксиома выбора и аксиома сводимости. Именно последняя принимает на себя 'огонь' со стороны критиков логицизма в наибольшей степени. Аксиома бесконечности, в той или иной форме, имеет хождение в самых различных вариантах обоснования математики, аксиома выбора делит математический мир на два лагеря и, по крайней мере, один из них не проблематичен. Другими словами, первые две аксиомы довольно широко распространены в математическом теоретизировании, чего не скажешь об аксиоме сводимости.

В техническом смысле аксиома сводимости утверждает, что каждая пропозициональная функция равнообъемна некоторой предикативной функции. По мнению Рассела, непредикативные пропозициональные функции были ответственны за появление парадоксов, избавление от которых требовало блокировать непредикативность. Но, коль скоро в аксиоме сводимости речь идет о любой пропозициональной функции, в том числе и непредикативной, принятие этой аксиомы означало и принятие этих запрещенных непредикативных функций. В чем же тогда подлинная цель аксиомы сводимости, если, на первый взгляд, кажется, что она обесценивает то, ради чего и была задумана разветвленная теория типов?

Дело в том, что данная теория сталкивалась с принципиальным затруднением, репрезентативным примером которого была её неспособность к доказательству важного результата действительного анализа, а именно того, что каждый ограниченный класс действительных чисел имеет наименьшую границу. Теорема с таким доказательством необходима для всех разделов анализа, в которых речь идет о непрерывности. Тем самым разветвленная теория типов попадала в двусмысленное положение: с одной стороны, она блокировала парадоксы, с другой — была слишком слаба для воспроизведения всей математики из логики, ради чего, собственно, она и была задумана. Выход из этого положения требовал некоторого рода компромисса — принятия аксиомы сводимости. Она решала проблему доказательства теоремы о наименьшей границе, но одновременно поднимала проблемы более общего характера, связанные со статусом самой аксиомы. И речь здесь, прежде всего, идет о том, какие именно требования могут быть предъявлены к аксиоме сводимости как логической максиме в том случае, если мы принимаем во внимание то, что её характеристики должны совпадать с характеристиками, которые мы приписываем логическим утверждениям? В частности, является ли аксиома сводимости аналитическим утверждением? Является ли она по своей природе априорным утверждением? Является ли она вообще истиной? Ведь помимо основного недостатка, состоящего в том, что аксиома сводимости не удовлетворяет требованиям логической истины, ей предъявляют и худшее обвинение, а именно — обвинение в *ad hoc* характере. Если это обвинение справедливо, тогда её репутации наносится непоправимый урон. *Ad hoc* характер говорит об отсутствии её понимания как необходимой (либо желательной) части концептуального аппарата оснований математики.

Некоторого рода любопытный итог сугубо математического понимания роли аксиомы сводимости можно найти у историка математики Джереми Грея: «Аксиома делает то, ради чего она была введена, но математики и сам Рассел в дальнейшем посчитали философские аргументы в пользу аксиомы чем-то между совершенно таинственным, непонятным, и попыткой подгонки под ответ» [10, с. 360].

Однако такая оценка не учитывает то, что аксиома сводимости была мотивирована не одними только математическими соображениями. Она была призвана спасти разветвленную теорию типов, нацеленную на разрешение как теоретико-множественных, так и семантических парадоксов. В этом случае вопрос о значимости аксиомы сводимости становится вопросом о том, можно ли оправдать подобный логический 'принцип', делающий своей целью единообразное разрешение парадоксов? Стоит ли такое единообразие странностей аксиомы сводимости? Фрэнк Рамсей, например, так не считал и предлагал четко разделять два типа парадоксов, каждый из которых требовал отдельной трактовки [11, с. 38–39]. Другими словами, он не считал, что следует отстаивать аксиому сводимости, предложив взамен разветвленной теории типов простую теорию типов. Его точка зрения возобладала в логико-математических исследованиях, где концепция понимания и мотивации в математическом теоретизировании были довольно снижены. В более широком контексте понимания природы логики и нормативности человеческого мышления более важным, чем собственно формализм, является поиски принципов, выходящих за рамки 'обслуживания' математики. В этом отношении весьма характерно мнение Грэма Приста о том, что раздельная трактовка теоретико-множественных парадоксов и семантических парадоксов упускает из виду как раз то самое понимание, которое связано с семантикой логико-математического дискурса [12, с. 232–233; также см.: 13; 14].

Но даже соображения о семантике не передают полной значимости разветвленной теории типов, потому что главным аспектом последней является интенсиональный характер формализации. Именно интенсиональность ответственна за передачу смысла, который обеспечивает то, что называется пониманием математического теоретизирования.

Разделение Рамсеем парадоксов на две группы было одной из сторон математической практики, а именно — экстенсиональности математического дискурса. Это является одной из главных причин того, что ведется поиск исключенного при этом интенсионального аспекта: формализованное доказательство делает нечто, что должно быть понято, и не только через апелляцию к коммуникативным характеристикам работы математического сообщества. В самом дискурсе должно быть нечто такое, что должно сопровождать доказательство своего рода объяснениями или гарантиями постижимости этого доказательства.

Затруднения с нелогическим статусом аксиомы сводимости были разрешены заменой разветвленной теории типов простой теорией типов, что было равносильно переходу от интенсионального дискурса к экстенсиональному. Но, как уже указывалось, экстенсиональный дискурс исключал аспекты математического теоретизирования, связанные с пониманием. При этом возникает вопрос: является ли 'утрата смысла' большой потерей? Если аспекты математического знания, связанные с формализацией, не требуют интенсиональности, тогда доминирование экстенсиональности не вызывает проблем. Однако, похоже, что здесь не все так уж безоблачно, например, если мы берем проблему интенсиональности в свете доказательства Второй теоремы Гёделя о неполноте [подробнее см.: 15]. Если же интенсиональность стоит того, чтобы к ней относились внимательно, тогда статус аксиомы сводимости меняется радикально. В самом деле, с экстенсиональной точки зрения она кажется нам излишней, а введение ее в контекст обоснования имеет характер *ad hoc*. Но если учесть важность интенсиональности и единообразный подход к анализу парадоксов (эти, хотя и связанные, вопросы имеют, тем не менее, различные следствия), тогда аксиома сводимости представляет собой устройство, придающее смысл важнейшим аспектам математического теоретизирования. В этом отношении аксиома сводимости может рассматриваться как объяснительная схема, и более того — схема, обеспечивающая понимание тех целей, которые ставит перед собой такая система, как *Principia Mathematica*.

В этом случае мы имеем любопытную инверсию: теперь уже не интенсиональная система со своей аксиомой сводимости является искусственной, а экстенсиональная система простой теории типов создает проблему в виде вопроса: каков смысл формального доказательства? Дело тут не в том, что математическая практика является экстенсиональной, а в исследовании механизма математического мышления, которое само по себе является интенсиональным. То обстоятельство, что аксиома сводимости не является утверждением *ad hoc*, в сильнейшей степени иллюстрируется смысловыми эвристическими и методологическими соображениями Рассела. *Ad hoc* утверждения не требуют подобного рода объяснений, и по этой причине аксиома сводимости может считаться гораздо более обоснованным методологическим приемом для поддержания каркаса интенсионального математического дискурса.

Однако роль разветвленной теории типов гораздо шире, чем единообразная трактовка парадоксов и интенсиональная составляющая математического дискурса. Оба эти аспекта показывают, в каких отношениях может нами усматриваться большая общность, — общность, которая имеет откровенно философский характер. Валерий Суровцев формулирует значимость разветвленной теории следующим образом: «Разветвленная теория типов — это не теория математики. Это более общая теория, которая стремится согласовать способы выражения с их непротиворечивостью. Математика же использует частный язык, который получается посредством ограничения общих средств непротиворечивых выражений. Аксиома сводимости для Рассела как раз и есть такой способ ограничения, с помощью которого мы из обычных средств выражения получаем то, что непротиворечиво можно сказать на языке математики. Вероятно, можно утверждать, что аксиома сводимости — одна из самых философских концепций Рассела» [16, с. 20].

Надо заметить, что собственно философские концепции Рассела не были полностью необходимыми для выполнения собственно математической работы. В качестве базисной концепции логицистской программы, изложенной в *Principia Mathematica*, Рассел принимает пропозициональные функции. Основной его замысел состоял в отказе от концепции классов, ответственной за парадоксы. Однако вся техническая работа *Principia* осуществляется при помощи классов. В этом отношении уместно замечание Альберто Коффа: «Рассел, как обычно, находился по обеим сторонам вопроса» [17, с. 145]. И в такой двойственности Рассела ключевую роль играет как раз аксиома сводимости: «Аксиома сводимости включает все, что по-настоящему существенно в теории классов. И, следовательно, разумно спросить, есть ли какие-либо причины полагать ее истинной» [18, с. 211].

Вопрос об истинности явно выходит за пределы чисто математического контекста. Рассел упоминает, по крайней мере, два общих аспекта аксиомы сводимости. Первый аспект связан с предположением, что аксиома могла бы быть установлена в качестве гипотезы или даже просто своего рода конвенции. В этом случае вопрос об истинности или ложности аксиомы является вопросом, который решается, исходя из соображений полезности такой гипотезы или конвенции для всего корпуса математического теоретизирования. Более того, Рассел также отмечает, что, ввиду сложности разветвленной теории типов, которая включает множество других математических и философских аргументов, довольно трудно однозначно решить, является ли аксиома излишней или можно ли от нее избавиться.

Другой аспект связан с тем, что аксиома является обобщением принципа Лейбница о тождестве неразличимых. По Лейбницу, два разных объекта могут различаться в отношении предикатов. Однако фигурирующие в аксиоме сводимости предикативные функции являются более широким понятием. Рассел в работе *Человеческое познание: его сфера и границы* рассматривает три принципа индивидуации — первый, принадлежащий Лейбницу, второй — Фоме Аквинскому и третий — логическим позитивистам [19, с. 313]. Отвергая ограниченность первого, Рассел обращается ко второму, согласно которому индивидуация определяется пространственно-временными характеристиками вещи[2]. В этом случае аксиома сводимости будет верной для эмпирического мира, что автоматически исключает ее из ряда логических истин. И в том числе по этой причине Рассел считает теорию классов незавершенной [18, с. 212]. Трудности с пониманием общей роли аксиомы сводимости здесь напрямую соотносятся с проблемами теории классов. Но при этом надо иметь в виду, что часть этих трудностей носит чисто философский, а не математический характер. Избавление от классов оказалось не совсем продуктивным, что и потребовало введения аксиомы сводимости. Однако она вряд ли может считаться *ad hoc* гипотезой в свете общей стратегии Рассела, которую весьма точно описал Коффа: «Исходные элементы мира все еще были его [Рассела. — **Прим. авторов**] реальной целью, но годы шли, и можно только дивиться, что помимо sense data оставалось к поминкам после онтологического побоища, которое Рассел продолжал устраивать все остальное время» [17, с. 155]. Таким образом, аксиома сводимости сыграла роль сказочной живой воды, оживившей понятие класса. Возникающая же при этом опасность смешения понятий атрибутов и открытых предложений, за что, например, Уиллард Куайн неоднократно упрекал Рассела, связана с заменой разветвленной теории типов простой теорией, которая самим Куайном воспринималась в качестве само собой разумеющегося обстоятельства [20, p. 241—258]. Однако следует заметить, что Куайн при обсуждении этого вопроса был довольно пристрастен, открыто выражая свою симпатию экстенсиональной трактовке математики и логики.

Благодарности

Статья подготовлена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований. Проект № 20-011-00723.

Примечания

[1] *The Principles of Mathematics* — одна из ключевых ранних работ Рассела, написанная им в период 1899—1902 гг. и впервые опубликованная в 1903 г. [4].

[2] Следует отметить, что в работе *Введение в математическую философию* соответствующий пассаж [18, с. 212] не дает ясного понимания того, почему Рассел выбрал именно этот, второй принцип индивидуации. С нашей точки зрения, третий принцип индивидуации, по которому идентичность вещи является примитивным принципом, выглядит более предпочтительным.

Библиографический список

1. Уайтхед А. Н., Рассел Б. Основания математики. В 3 т. / пер. с англ. Ю. Н. Радаева, И. С. Фролова. Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2005. Т. 1. 722 с. ISBN 5-86465-360-8.

2. Уайтхед А. Н., Рассел Б. Основания математики. В 3 т. / пер. с англ. Г. П. Ярового, Ю. Н. Радаева. Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2006. Т. 2. 738 с. ISBN 5-86465-361-6.

3. Уайтхед А. Н., Рассел Б. Основания математики. В 3 т. / пер. с англ. Ю. Н. Радаева, А. В. Ершова, Р. А. Равинского, И. С. Фролова. Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2006. Т. 3. 460 с. ISBN 5-86465-362-4.

4. Russell B. The Principles of Mathematics. Cambridge: Cambridge University Press, 1903. Vol. 1. 534 p.

5. Monk R. Bertrand Russell: The Spirit of Solitude, 1872—1921. New York: The Free Press, 1996. 695 p. ISBN 0-684-82802-2.

6. Frege G. Die Grundlagen der Arithmetik: Eine logische mathematische Untersuchung ьber den Begriff der Zahl. Breslau: Verlag von Willheml Koebner, 1884. 120 s.

7. Carnap R. Die logizistische Grundlegung der Mathematik // Erkenntnis. 1931. Vol. 2, № 1. S. 91—105. DOI: 10.1007/BF02028142.

8. Wright C. Frege's Conception of Numbers as Objects. Aberdeen: Aberdine University Press, 1983. 193 p. ISBN 0-08-025726-7.

9. Hale B. Abstract Objects. Oxford: Basil Blackwell, 1987. 282 p. ISBN 978-0631145936.

10. Грей Дж. Призрак Платона: модернистская трансформация математики / пер. с англ. В. В. Целищева. Москва: Канон+ РООИ Реабилитация, 2021. 624 с. ISBN 978-5-88373-693-2.

11. Рамсей Ф. П. Основания математики // Философские работы / пер. с англ. В. А. Суровцева. Москва: Канон+ РООИ Реабилитация, 2011. С. 16—86.

12. Прист Г. За пределами мысли / пер. с англ. В. В. Целищева. Москва: Канон+ РООИ Реабилитация, 2022. 464 с. ISBN 978-5-88373-719-9.

13. Priest G. The Structure of the Paradoxes of Self-Reference // Mind. 1994. Vol. CIII, № 409. P. 25—34. DOI: 10.1093/mind/103.409.25.

14. Ладов В. А. Б. Рассел и Ф. Рамсей о проблеме парадоксов // Вестник Томского государственного университета. Серия: Философия. Социология. Политология. 2018. № 43. С. 101—110. DOI: 10.17223/1998863X/43/9.

15. Целищев В. В., Хлебалин А. В. О неявном интенсиональном прочтении Гёделем G2 // Философия науки. 2021. № 3 (90). С. 76—86. DOI: 10.15372/PS20210305.

16. Суровцев В. А. Программа логицизма и теория типов Бертрана Рассела // Введение в математическую философию. Избранные работы / Рассел Б.; пер. с англ. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. Москва: Канон+ РООИ Реабилитация, 2022. С. 7—22.

17. Коффа А. Семантическая традиция от Канта до Карнапа: к Венскому вокзалу / пер. с англ. В. В. Целищева. Москва: Канон+ РООИ Реабилитация, 2019. 528 с. ISBN 978-5-88373-567-6.

18. Рассел Б. Введение в математическую философию. Избранные работы / пер. с англ. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. Москва: Канон+ РООИ Реабилитация, 2022. 272 с. ISBN 978-5-88373-699-4.

19. Рассел Б. Человеческое познание: его сфера и границы / пер. с англ. Н. В. Воробьева. Киев: Ника-Центр, 2001. 560 с. ISBN 966-521-093-9.

20. Quine W. V. O. Set Theory and Its Logic. Cambridge: Harvard University Press. 1963. 361 p. ISBN 0-674-80207-1.

ЦЕЛИЩЕВ Виталий Валентинович, доктор философских наук, профессор (Россия), научный руководитель Института философии и права Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск.
SPIN-код: 2637-3030
AuthorID (РИНЦ): 71719
AuthorID (SCOPUS): 56308362200
ResearcherID: W-5593-2018
Адрес для переписки: leitval@gmail.com
ХЛЕБАЛИН Александр Валерьевич, кандидат философских наук, заместитель директора по научной работе Института философии и права Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск.
SPIN-код: 2737-5920
AuthorID (РИНЦ): 181236
ORCID: 0000-0002-3536-3974
ResearcherID: AAH-2027-2020
Адрес для переписки: sasha_khl@mail.ru

Для цитирования

Целищев В. В., Хлебалин А. В. Понимание или ad hoc объяснение: случай аксиомы сводимости Рассела // Омский научный вестник. Сер. Общество. История. Современность. 2022. Т. 7, № 2. С. 102—107. DOI: 10.25206/2542-0488-2022-7-2-102-107.

Статья поступила в редакцию 23.03.2022 г.

UDC 165.4
DOI: 10.25206/2542-0488-2022-7-2-102-107

V. V. TSELISHCHEV
A. V. KHLEBALIN

Institute of Philosophy and Law
of the Siberian Branch of the Russian
Academy of Sciences,
Novosibirsk, Russia

UNDERSTANDING AND *AD HOC* EXPLANATION: A CASE OF RUSSELL'S REDUCIBILITY AXIOM

The article examines the common interpretation of the axiom of reducibility in *Principia Mathematica* according to which the axiom cannot be considered as logical, which casts doubt on the success of the program of logicism. In particular, the *ad hoc* character attributed to the reducibility axiom is refuted and its explanatory role in substantiating Russell's uniform approach to resolving set-theoretic and semantic paradoxes is affirmed. The key emphasis in the explanatory nature of the axiom of reducibility is placed on the intensional interpretation of mathematical discourse.

Keywords: branched type theory, axiom of reducibility, explanatory scheme, understanding, intensionality of mathematics.

Acknowledgments

This paper is prepared within the framework of the scientific project No. 20-011-00723, supported by the Russian Foundation for Basic Research.

References

1. Whitehead A. N., Russell B. Osnovaniya matematiki. V 3 t. [Principia Mathematica. In 3 vols.] / trans. from Engl. Yu. N. Radayev, I. S. Frolov. Samara, 2005. Vol. 1. 722 p. ISBN 5-86465-360-8. (In Russ.).

2. Whitehead A. N., Russell B. Osnovaniya matematiki. V 3 t. [Principia Mathematica. In 3 vols.] / trans. from Engl. G. P. Yarovoy, Yu. N. Radayev. Samara, 2006. Vol. 2. 738 p. ISBN 5-86465-361-6. (In Russ.).

3. Whitehead A. N., Russell B. Osnovaniya matematiki: V 3 t. [Principia Mathematica. In 3 vols.] / trans. from Engl. Yu. N. Radayev, A. V. Ershov, R. A. Ravinskiy, I. S. Frolov. Samara, 2006. Vol. 3. 460 p. ISBN 5-86465-362-4. (In Russ.).

4. Russell B. The Principles of Mathematics. Cambridge: Cambridge University Press, 1903. Vol. 1. 534 p. (In Engl.).

5. Monk R. Bertrand Russell: The Spirit of Solitude, 1872–1921. New York: The Free Press, 1996. 695 p. ISBN 0-684-82802-2. (In Engl.).

6. Frege G. Die Grundlagen der Arithmetik: Eine logische mathematische Untersuchung ьber den Begriff der Zahl [The Foundations of Arithmetic: A Logical Mathematical Inquiry into the Notion of Number]. Breslau: Verlag von Willheml Koebner, 1884. 120 s. (In Germ.).

7. Carnap R. Die logizistische Grundlegung der Mathematik [The Logistic Foundation of Mathematics] // Erkenntnis. 1931. Vol. 2, nu. 1. S. 91–105. DOI: 10.1007/BF02028142. (In Germ.).

8. Wright C. Frege's Conception of Numbers as Objects. Aberdeen: Aberdine University Press, 1983. 193 p. ISBN 0-08-025726-7. (In Engl.).

9. Hale B. Abstract Objects. Oxford: Basil Blackwell, 1987. 282 p. ISBN 978-0631145936. (In Engl.).

10. Gray J. Prizrak Platona: modernistskaya transformatsiya matematiki [Plato's Ghost: The Modernist Transformation of Mathematic] / trans. from Engl. V. V. Tselishchev. Moscow: Kanon+ ROOI Reabilitatsiya Publ., 2021. 624 p. ISBN 978-5-88373-693-2. (In Russ.).

11. Ramsey F. P. Osnovaniya matematiki [The Foundations of Mathematics] // Filosofskiye raboty [Philosophical Works] / trans. from Engl. V. A. Surovtsev. Moscow: Kanon+ ROOI Reabilitatsiya Publ., 2011. P. 16–86. (In Russ.).

12. Priest G. Za predelami mysli [Beyond the Limits of Thought] / trans. from Engl. V. V. Tselishchev. Moscow: Kanon+ ROOI Reabilitatsiya Publ., 2022. 464 p. ISBN 978-5-88373-719-9. (In Russ.).

13. Priest G. The Structure of the Paradoxes of Self-Reference // Mind. 1994. Vol. CIII, no. 409. P. 25–34. DOI: 10.1093/mind/103.409.25. (In Engl.).

14. Ladov V. A. B. Rassel i F. Ramsey o probleme paradoksov [Russell and Ramsey on the Problem of Paradoxes] // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya. *Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 2018. No. 43. P. 101–110. DOI: 10.17223/1998863X/43/9. (In Russ.).

15. Tselishchev V. V., Khlebalin A. V. O neyavnom intensional'nom prochtenii Gedelem G2 [On Implicit Intensional Godel's Interpretation of G2] // Filosofiya nauki. *Philosophy of Science*. 2021. No. 3 (90). P. 76–86. DOI: 10.15372/PS20210305. (In Russ.).

16. Surovtsev V. A. Programma logitsizma i teoriya tipov Bertrana Rassela [The Program of Logicism and Bertrand Russell's Theory of Types] // Vvedeniye v matematicheskuyu filosofiyu. Izbrannyye raboty [Introduction to Mathematical Philosophy. Selected Works] / Russell B.; trans. from Engl. V. V. Tselishchev, V. A. Surovtsev. Moscow: Kanon+ ROOI Reabilitatsiya Publ., 2022. P. 7–22. (In Russ.).

17. Coffa A. Semanticheskaya traditsiya ot Kanta do Karnapa [The Semantic Tradition from Kant to Carnap: To the Vienna Station] / trans. from Engl. V. V. Tselishchev. Moscow: Kanon+ ROOI Reabilitatsiya, 2019. 528 p. ISBN 978-5-88373-567-6. (In Russ.).

18. Russell B. Vvedeniye v matematicheskuyu filosofiyu. Izbrannyye raboty [Introduction to Mathematical Philosophy. Selected Works] / trans. from Engl. V. V. Tselishchev, V. A. Surovtsev. Moscow: Kanon+ ROOI Reabilitatsiya, 2022. 272 p. ISBN 978-5-88373-699-4. (In Russ.).

19. Russell B. Chelovecheskoye poznaniye: ego sfera i granitsy [Human Knowledge: Its Scope and Limits] / trans. from Engl. N. V. Vorob'yev. Kyiv: Nika-Center Publ., 2001. 560 p. ISBN 966-521-093-9. (In Russ.).

20. Quine W. V. O. Set Theory and Its Logic. Cambridge: Harvard University Press, 1963. 361 p. ISBN 0-674-80207-1. (In Engl.).

TSELISHCHEV Vitaly Valentinovich, Doctor of Philosophical Sciences, Professor, Scientific Director of Philosophy and Law Institute, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk.
SPIN-code: 2637-3030
AuthorID (RSCI): 71719
AuthorID (SCOPUS): 56308362200
ResearcherID: W-5593-2018
Correspondence address: leitval@gmail.com

KHLEBALIN Aleksander Valerievich, Candidate of Philosophical Sciences, Deputy Director for Research of Philosophy and Law Institute, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk.
SPIN-code: 2737-5920
AuthorID (RSCI): 181236
ORCID: 0000-0002-3536-3974
ResearcherID: AAH-2027-2020
Correspondence address: sasha_khl@mail.ru

For citations

Tselishchev V. V., Khlebalin A. V. Understanding and ad hoc Explanation: A Case of Russell's Reducibility Axiom // Omsk Scientific Bulletin. Series Society. History. Modernity. 2022. Vol. 7, no. 2. P. 102–107. DOI: 10.25206/2542-0488-2022-7-2-102-107.

Received March 23, 2022.