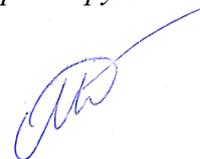


На правах рукописи



МЯСОЕДОВА ТАТЬЯНА МИХАЙЛОВНА

**ГЕНЕРАЦИЯ МНОЖЕСТВА КОНТУРНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ НА
ОСНОВЕ ЦИКЛОГРАФИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К
ОБРАБОТКЕ КАРМАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

05.01.01 – Инженерная геометрия и компьютерная графика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Омск-2022

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Омский государственный технический университет» (ОмГТУ) на кафедре «Инженерная геометрия и САПР».

Научный руководитель: **Панчук Константин Леонидович**
доктор технических наук, доцент, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Омский государственный технический университет», профессор кафедры «Инженерная геометрия и САПР».

Официальные оппоненты: **Местецкий Леонид Моисеевич**
доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», профессор кафедры «Математические методы прогнозирования».

Конопацкий Евгений Викторович

доктор технических наук, доцент, государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», профессор кафедры «Специализированные информационные технологии и системы».

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», г. Москва.

Защита состоится "21" июня 2022 г. в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.178.15, созданного на базе Омского государственного технического университета по адресу: 644050, г. Омск, пр. Мира, д. 11, Главный корпус, ауд. П-202.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Омского государственного технического университета и на официальном сайте <http://www.omgtu.ru>

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные гербовой печатью учреждения, просим направлять по адресу 644050, г. Омск, пр. Мира 11, ОмГТУ, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.178.15. Тел: (3812) 65-24-79.

E-mail: dissov_omgtu@omgtu.ru.

Автореферат разослан "___" _____ 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д212.178.15,
доктор технических наук, доцент



Варепо Л. Г.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Современное развитие технологий ведет к повышению точности и к повышению качества изделий машиностроения, в связи с этим возрастают требования к автоматизированным системам технологической подготовки производства (CAD/CAM системам). Базовым элементом CAD/CAM систем является модуль подготовки управляющих программ, позволяющий генерировать важные процедуры и параметры обработки, в том числе траектории движения фрезерного инструмента для обработки карманных поверхностей, представляющих собой цилиндрические поверхности с основаниями в виде плоских замкнутых контуров и образующими прямыми, перпендикулярными их плоскостям.

Карманные поверхности фрезеруют на станках с ЧПУ, как правило, по контурно-параллельной (эквидистантной) траектории. При проектировании траектории инструмента последовательно выполняются расчет эквидистант относительно контура карманной области и расчет рабочих перемещений инструмента, связывающих эквидистантные траектории в одну траекторию. В процессе проектирования геометрической формы эквидистантных кривых на них могут образовываться нерабочие участки в виде петель самопересечения и пересечения, что затрудняет последующие расчеты, связанные с устранением этих дефектов при формировании рабочих траекторий инструмента. Этой задаче в существующих исследованиях недостаточно уделяется внимания.

Существующие способы расчета траектории инструмента для фрезерования карманов, заложенные в алгоритмах САМ-систем, основаны на методах, приводящих к приближенным результатам вычислений рабочих перемещений инструмента, что сказывается на точности формообразования сложной карманной поверхности. При этом вычислительные алгоритмы применяемых приближенных методов весьма чувствительны к определенным геометрическим особенностям многосвязной карманной области, содержащей острова. Сфера использования этих алгоритмов, как правило, ограничена карманными одно- и многосвязными областями с граничными контурами простой геометрической формы, составленными из отрезков прямых и дуг окружностей.

Важным аспектом решения задачи расчета оптимальной траектории инструмента является компьютерная визуализация результатов вычислений на стадии промежуточных расчетов, что позволяет минимизировать возможные ошибки и повысить эффективность работы проектировщиков. Особенно это важно при проектировании современных изделий машиностроения с одно- и многосвязными карманными областями со сложной геометрией граничных контуров. Существующие приближенные методы проектирования рабочих перемещений инструмента малопригодны для решения с поэтапной компьютерной визуализацией этой сложной задачи проектирования.

Таким образом, в исследованиях, посвященных моделированию контурно-параллельных траекторий (эквидистант) инструмента для обработки карманных поверхностей, отсутствует целостное решение комплексной задачи (КЗ) проектирования траектории движения инструмента для обработки карманных поверхности (рисунок 1). Как показал анализ, в работах, посвященных этой тематике, выполняются исследования, как правило, отдельных этапов решения КЗ, различающиеся методами, математическими моделями и вычислительными алгоритмами. В результате можно сделать вывод, что постановка и решение КЗ формирования траектории движения инструмента для обработки карманных поверхностей на основе общего теоретического подхода с получением аналитических решений на всех промежуточных этапах решения КЗ, являются актуальными.

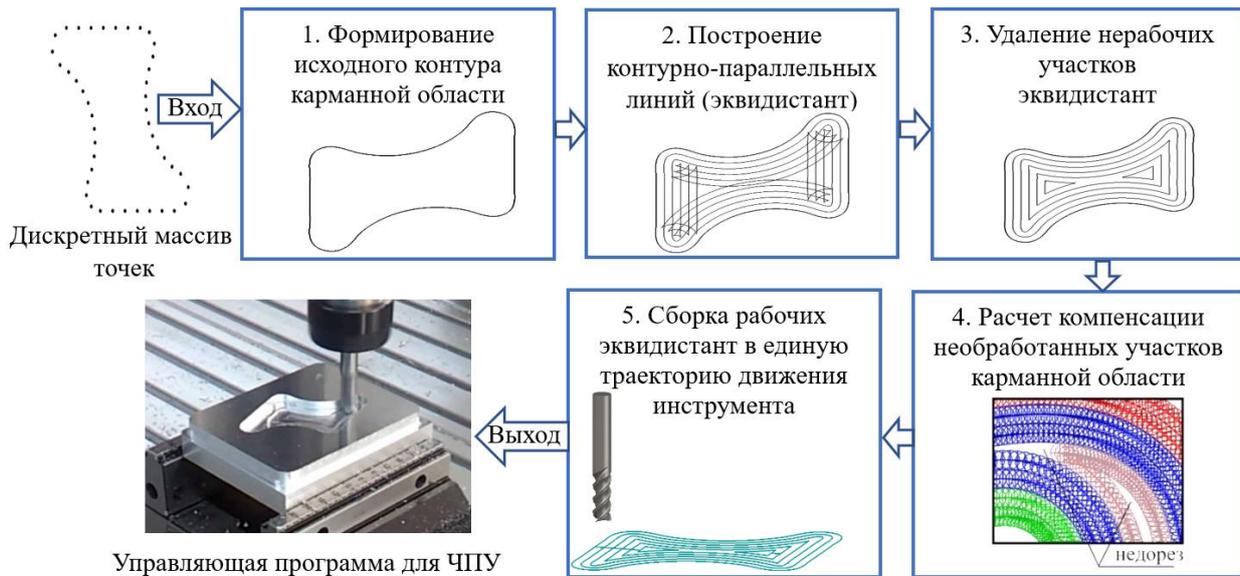


Рисунок 1– Этапы решения комплексной задачи проектирования траектории движения инструмента для обработки карманных поверхностей

Степень разработанности темы исследования. Формообразование криволинейного контура карманной области (**КЗ, этап 1**) выполняется кривыми, к которым предъявляется ряд ограничений, связанных с особенностями формирования эквидистантных линий этого контура (R. T. Farouki (2008)). Одно из них заключается в том, что эквидистантные линии контуров карманных поверхностей для формирования рабочих контурно-параллельных траекторий движения инструмента требуют отсечения нерабочих участков, которые образуются при самопересечении и пересечении эквидистант. Верещага В.М., Бездитный А.А. (2011) решают задачу нахождения и построения эквидистанты дискретно представленной кривой в точечном исчислении. Шоман О.В. (2011) построение эквидистант и эквидистантных поверхностей рассматривает на основе нормальной функции. Валишин А.А., Туманов И.А. и Ахунд-заде М.Р. (2020) рассматривают задачу построения сети эквидистант для сложных негладких кривых. В перечисленных работах не рассматриваются задачи построения эквидистантных линий к граничному контуру области с островами. Довольно часто для контуров карманной области с островами и без островов применяют рациональные кривые (R. T. Farouki (1990), H. Pottmann (1995)). В качестве базисных функций рациональных кривых для формообразования карманных контуров применяют полиномы для полиномиальных кривых, полиномы Бернштейна для кривых *Bézier* или базисные функции для *B-Spline*. Обобщением *B-Spline* являются сплайны *NURBS*. Создание рабочих траекторий инструмента в форме *NURBS* стало универсальным стандартом в технических приложениях (R. Kumar (2002), L.A. Piegl (2000)). Однако сплайны *NURBS* произвольной формы не обладают рациональностью своих эквидистант и при расчете нерабочих участков эквидистант применяются приближенные методы. Стремление к рациональности эквидистантных кривых привело к созданию класса плоских *PH-кривых* (*Pythagorean-Hodograph curves*) (R. T. Farouki and T. Sakkalis (1990)). Несмотря на то, что эквидистанты *PH-кривых* являются рациональными, расчет обрезки нерабочих участков эквидистант по-прежнему требует применения приближенных методов. В некоторых случаях для получения контурных кривых используются *PS-кривые* (В.К. Choi (1999)). При этом для формирования граничных контуров карманов и эквидистант к ним применяют линейную интерполяцию, что так же приводит к приближенным расчетам контурно-параллельных траекторий перемещения инструмента для карманной обработки.

Возникающие самопересечения и пересечения эквидистант контура карманной области и эквидистант контуров островов (**КЗ, этапы 2, 3**) устраняют: методами, основанными на диаграмме Вороного (Held, M. (1991), T. N. Wong (1996)) с поиском медиальной оси *MA* (“*Medial Axis*”); методами расчета по функции расстояний (R. T. Farouki (2008)); методами построения эквидистант без расчета самопересечений и пересечений с использованием разложения области с островами на домены (H. I. Choi (1999)); методами попарных пересечений (H. Pottmann (1995)) и др. Работа H. Persson (1978) – одна из первых, в которых изучалась обработка карманов с использованием диаграмм Вороного. M. Held (1994) развивает идею H. Persson. Его алгоритм, основанный на расширении метода H. Persson, обеспечивает общий подход к полностью автоматизированной обработке карманов, что дает дальнейшее развитие этого направления в последующих работах. A. Hansen и F. Arbab (1998) предлагают метод вычисления самопересечений и пересечений эквидистант, где расчеты сводятся к вычислению пересечений прямой линии с прямой линией, окружности с кривой или прямой линии с окружностью – так называемый метод попарного пересечения. Однако этот подход требует значительных вычислительных затрат. Важное значение для задач анализа и устранения самопересечений и пересечений эквидистант имеет медиальная ось *MA*. Медиальная ось *MA* плоской области представляет собой геометрическое место центров кругов, касательных к контуру области. *MA* была предложена и исследована H. Blum (1967). В последующем были разработаны различные алгоритмы вычисления *MA* для плоских областей. Более эффективный алгоритм для вычисления *MA* выпуклой многоугольной области был представлен F. P. Preparata (1977). D. T. Lee (1982) разработал алгоритм для выпукло-вогнутой многоугольной области. Работа M. Held (1994) содержит всесторонний обзор алгоритмов применения диаграммы Вороного, которые он использует в контексте обработки карманов. Л. М. Местецкий (2009) предложил способ описания *MA* (скелета) в виде составной кривой для скелетов многоугольных фигур. Скелеты задаются в виде плоского прямолинейного графа, не требующего получения уравнений параболических ребер на этапе построения диаграммы Вороного. Л. М. Местецкий (2010) предложил способ описания *MA* (скелета) в виде составной кривой *Bézier* второй порядка для скелетов многоугольных фигур. А. В. Толок и М. А. Локтев (2016) предложили способ построения прямолинейного скелета для сложных замкнутых контуров, описанных с помощью математического аппарата *R*-функций. В работе Lixin Cao и Jian Liu (2008) генерируется *MA* в сочетании с функцией радиуса, т.е. генерируется линия *Medial Axis Transformation (MAT)* области с криволинейным контуром с использованием подвижного трёхгранника Френе. Все указанные подходы определения *MA* и *MAT* основаны на методах приближенных вычислений, при этом конечный результат расчетов не исключает получение ложных ветвей *MA* и *MAT*.

Проектирование пути инструмента по схеме контурно-параллельных фрезерных переходов сопряжено с задачей связывания эквидистантных кривых (**КЗ, этапы 4, 5**). В работе T. N. Wong (1996) предложен алгоритм, который может автоматически соединять эквидистантные линии контура карманной области. Но общее время расчета минимального расстояния между двумя кривыми зависит от общего количества кривых, включая контур области и контуры островов. В работе L. Zhiwei (2013) семейства эквидистант всех островов и эквидистант контура карманной области объединяют в единую связную *PS-кривую* с помощью триангуляции Делоне. Однако при такой схеме связывания пути инструмента остаются необработанными участки карманной области. В работе S. Manseung (2013) связывание эквидистант в одну линию-траекторию движения инструмента происходит с устранением необработанных участков карманной поверхности путем введения дополнительных движений инструмента в виде петель, что требует уникальных расчетов для выполнения процедуры дополнительных переходов и увеличивает время обработки карманной области. Таким образом, в общей пестрой

картине исследований присутствуют многочисленные модели и алгоритмы, ориентированные на разработку отдельных этапов комплексной задачи проектирования пути инструмента по схеме контурно-параллельных фрезерных переходов, начиная от этапа формирования граничных контуров карманных поверхностей до этапа получения единой рабочей траектории инструмента. Однако целостное модельное исследование этой комплексной задачи проектирования, единый алгоритмический подход к получению аналитических решений на всех этапах проектирования в существующих исследованиях отсутствуют.

Объект исследования. Геометрическое моделирование линий и поверхностей в решении научных и прикладных проблем инженерной геометрии и компьютерной графики.

Предмет исследования. Метод геометрического моделирования множества контурно-параллельных траекторий движения инструмента для обработки карманных поверхностей на основе циклографического отображения.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационного исследования является разработка геометрической модели и соответствующих алгоритмов аналитического решения комплексной задачи генерации множества контурно-параллельных линий на основе циклографического отображения применительно к обработке карманных поверхностей изделий машиностроения.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие теоретические и прикладные задачи:

1. Обосновать решение обратной задачи циклографического моделирования кривой пространства R^3 (восстановление в пространстве кривой-образа по циклографическому прообразу) и необходимость её применения в решении задачи генерации контурно-параллельных линий.

2. Выполнить формообразование граничных контуров карманной области и островов в ней на основе сегментного построения замкнутых гладких сплайн-кривых.

3. Выполнить, опираясь на решение обратной задачи циклографического моделирования кривой, формообразование рабочих контурно-параллельных линий карманной области с островами с аналитическим решением всех сопутствующих задач формообразования.

4. Разработать способ анализа, выявления и отсекания нерабочих участков самопересечений контурно-параллельных линий для контура карманной области и самопересечений контурно-параллельных линий для контуров островов в ней.

5. Разработать способ анализа, выявления и отсекания нерабочих участков пересечения встречных контурно-параллельных линий для контура карманной области и контуров островов в ней.

6. Разработать алгоритм сборки рабочих перемещений инструмента при обработке карманных поверхностей по схеме контурно-параллельных фрезерных проходов в единую траекторию инструмента.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Решена обратная задача циклографического моделирования кривой пространства R^3 . Решение положено в основу рассмотрения всех сопутствующих задач генерации контурно-параллельных линий.

2. Разработана геометрическая модель формообразования контурно-параллельных линий непрерывного семейства *OC* (“*Offset Curves*”), принадлежащих многосвязным карманным областям с выпукло-вогнутыми контурами. Предложенная геометрическая модель отличается тем, что основана на решении обратной задачи циклографического моделирования линии пространства R^3 и позволяет получать параметрические уравнения сегментов рабочих линий семейства *OC*.

3. Разработана математическая модель и алгоритм формообразования замкнутых

гладких полиномиальных сплайн-кривых Эрмита и *Bezier* высоких порядков, определяющих выпуклый криволинейный контур карманной области. Модель и алгоритм могут быть использованы для технологического проектирования высокоскоростной обработки на станках с ЧПУ.

4. Разработана математическая модель и алгоритм построения замкнутой гладкой составной рациональной кривой *Bézier* второго порядка по заданному массиву точек для формообразования граничных контуров карманной области и островов в ней. Эту кривую, благодаря простоте векторно-параметрического представления и несложной вычислительной технологии её формообразования, предпочтительно использовать для проектирования выпукло-вогнутых контуров карманной области и островов в ней.

5. Разработан способ анализа, выявления и отсекаания нерабочих участков линий семейств *ОС* многосвязных областей с выпукло-вогнутыми граничными контурами отличающийся тем, что позволяет получать параметрические уравнения рабочих участков линий семейств *ОС* на основе решения обратной задачи циклографического моделирования линии пространства R^3 .

6. Разработана геометрическая модель преобразования многосвязной карманной области в односвязную, основанная на циклографическом моделировании линии пространства. Модель отличается пространственным характером и позволяет выполнять сборку единой составной линии рабочих перемещений инструмента и получать параметрические уравнения сегментов этой линии.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Результаты выполненных исследований в области циклографического моделирования геометрических объектов пространства R^3 вносят вклад в развитие теоретической базы конструктивных методов отображения в инженерной геометрии, в теорию непрерывного геометрического моделирования кривых линий и поверхностей и развивает геометрические основы компьютерного исследования процессов проектирования и технологии производства.

Практическая значимость полученных результатов исследований заключается в следующем:

1. Разработаны алгоритмы формообразования граничного контура для карманной области изделия с островами в ней на основе замкнутых обводов гладкости C^2 из сегментов рациональных кривых *Bézier*, моделирующих кривые второго порядка, и замкнутых полиномиальных сплайн-кривых высокого порядка гладкости стыковки их сегментов [1,7,11,12,14].

2. Предложена геометрическая модель и соответствующий вычислительный алгоритм аналитического решения задачи формообразования рабочих линий семейства *ОС*, моделирующих траектории движения инструмента для обработки карманной поверхности изделия [2-6,8-10,13,15-23].

3. Разработан алгоритм сборки траектории движения инструмента, обрабатывающего карманную поверхность, на основе предложенной циклографической модели формообразования.

Предложенные алгоритмы могут быть встроены в существующие САПР управляющих программ для станков с ЧПУ, предназначенные для конструкторско-технологической подготовки процессов карманной обработки на станках с ЧПУ.

Результаты исследований диссертационной работы были приняты к внедрению в виде математических моделей, вычислительных алгоритмов и компьютерных программ с целью обеспечения автоматизации расчетов траектории движения режущего инструмента для обработки карманных поверхностей на оборудовании с ЧПУ на базе федерального государственного унитарного предприятия "Федеральный научно-производственный центр "ПРОГРЕСС", г. Омск и на базе публичного акционерного общества «Новолипецкий металлургический комбинат», г. Липецк. Акты внедрения приведены в

приложении к диссертационной работе.

Предложенная геометрическая модель формообразования линий семейства *OC* может быть использована в специализированных CAD/CAM системах, предназначенных для автоматизации технологической подготовки при обработке многосвязных карманных поверхностей. Геометрическая модель послужила основой для разработки программ для ЭВМ: «Расчет эквидистантных линий для связных областей, ограниченных криволинейным контуром» [22], и «Расчет эквидистантных (контурно-параллельных) линий для связных областей, ограниченных ломаным контуром» [23].

Материалы диссертационного исследования в виде вычислительных примеров были использованы при подготовке учебного пособия: «Математические основы геометрического моделирования кривых линий» (авторы: К.Л. Панчук, В.Ю. Юрков, Н.В. Кайгородцева) для аспирантов, обучающихся по специальности 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика».

Исследования по теме диссертации выполнялись в рамках реализации договорной НИР «Разработка технологии изготовления режущего инструмента для обработки композиционных материалов в технологии сверхскоростного и криогенного шлифования» в ОмГТУ (тема №17705596339190002350/21071, шифр «Цифра»).

Методология и методы исследования. При выполнении диссертационной работы использовались методы геометрического моделирования применительно к циклографическому отображению пространства R^3 . Методология исследования основывалась на принципах и подходах конструктивного и аналитического методов геометрического моделирования, при этом использовались методы аналитической, вычислительной и дифференциальной геометрий. В процессе работы для проведения вычислительных экспериментов использовалась система компьютерной алгебры *Maple* и язык программирования *Python*.

Положения, выносимые на защиту:

1. Геометрическая модель генерации линий семейств *OC* и линий *MAT* для области с островами, ограниченной выпукло-вогнутым контуром, с получением параметрических уравнений сегментов, составляющих линии *OC* и *MAT*.
2. Математические модели и алгоритмы формообразования замкнутой гладкой составной линии контура карманной области.
3. Способ анализа, выявления и отсекания нерабочих участков линий семейств *OC* многосвязных областей с выпукло-вогнутыми граничными контурами с получением параметрических уравнений рабочих участков линий семейств *OC*.
4. Геометрическая модель преобразования многосвязной карманной области в односвязную для выполнения сборки единой составной линии рабочих перемещений инструмента и получения параметрических уравнений сегментов этой линии.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность результатов обеспечивается корректностью математических выкладок и согласованностью полученных математических результатов с другими известными результатами.

Результаты теоретических исследований работы подтверждены публикациями в рецензируемых изданиях и обсуждены на научно-технических конференциях различных уровней публикациями в рецензируемых журналах и обсуждались на научно-технических конференциях разного уровня: Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и машин» (г. Омск, 2018), 28-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению «ГрафиКон» (г. Томск, 2018), XII Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и машин» (г. Омск, 2018), III Международная научно-техническая конференция «Проблемы машиноведения» (г. Омск, 2019), IV Региональная научно-техническая конференция «Ученые Омска – региону» (г. Омск, 2019), XIII Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и

машин» (г. Омск, 2019), VII всероссийская научно-техническая конференция «Россия молодая: передовые технологии – в промышленность» (г. Омск, 2019), IV Международная научно-техническая конференция «Проблемы машиноведения» (г. Омск, 2020), 19-th International Conference on Geometry and Graphics «ICGG 2020» (São Paulo, Brazil, 2020).

Соответствие паспорту специальности. Диссертационная работа по содержанию, целям, задачам, методам исследования и научной новизне соответствует научной специальности 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» по пунктам: п.1 «Теория изображений и практические методы её реализации при построении геометрических моделей»; п. 2. «Теория и практика непрерывного и дискретного геометрического моделирования. Конструирование кривых линий, поверхностей и тел по наперед заданным требованиям»; п. 6. «Геометрические основы компьютерного исследования процессов: проектирования, конструирования и технологии производства».

Публикации. Основные результаты исследований опубликованы в 23 научных работах, 3 из которых опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, 8 – в изданиях, входящих в международную реферативную базу данных и систем цитирования Scopus (Q3), 1 – в издании, входящем в международную реферативную базу данных и систем цитирования Web of Science (Q1). Получены 2 свидетельства о регистрации электронных ресурсов.

Личное участие автора. Постановка задач исследования и формулирование основных теоретических положений выполнены совместно с научным руководителем [1,2,7,9,10,11,12,17,21]. Автором лично получены следующие основные научные результаты: разработаны алгоритмы формообразования граничного контура для карманной области с островами [3,7,14]; предложена циклографическая модель и соответствующий вычислительный алгоритм аналитического решения задачи формообразования рабочих линий семейства OC [4,6,8,10,13,15,16,20]; разработана геометрическая модель формообразования линий MAT и MA [4,5,18,19]; разработан алгоритм сборки траектории движения инструмента, обрабатывающего карманную поверхность, на основе предложенной циклографической модели формообразования. Конфликт интересов со всеми соавторами научных работ отсутствует.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертационной работы составляет 254 страницы, содержащих 114 рисунков, 5 таблиц и 7 приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении к диссертационной работе дается обоснование актуальности темы исследования, определены и сформулированы цель и задачи исследования. Представлены научная новизна, теоретическая и практическая значимость результатов исследования, указаны применяемые методы, сформулированы основные положения, выносимые на защиту. Выявлена взаимосвязь задач последовательного формирования семейства рабочих линий OC : формирование контурной линии карманной области и контурных линий островов, формирование теоретических линий OC и формирование семейства рабочих линий OC . Определен комплексный подход к формированию рабочих линий OC . Сделан вывод о целесообразности построения замкнутых граничных контуров области и островов на основе рациональных кривых. Сделан вывод о необходимости разработки геометрической модели формообразования рабочих линий OC с более простыми вычислительными алгоритмами. Проведен обзор способов формирования MA (медиальной оси). Основные проблемы расчета MA связаны с определением линий-шумов. Обзор показал, что формообразование линий MAT (медиальной оси преобразования) не является решенной задачей. Обзор существующих способов сборки

траектории инструмента при контурно-параллельной обработке в одну линию-траекторию показал, что существующие способы сборки с компенсацией недорезов вычислительно сложны. Очевидна необходимость в разработке геометрических схем формирования одной линии-траектории инструмента с более простыми и менее затратными по времени вычислительными алгоритмами.

В первой главе на основании анализа существующих научных и прикладных результатов исследований выявлены основные проблемы формообразования рабочих контурно-параллельных линий для фрезерования карманных поверхностей на станках с ЧПУ.

Так при обзоре и анализе существующих методов формообразования *ОС* выявлено, что в подавляющем большинстве случаев решение задач формообразования рабочих линий *ОС* выполняется приближенными методами. Приближенные методы отсечения нерабочих участков линий *ОС* применяются в большинстве алгоритмов, при этом в качестве инструмента отсечения нерабочих участков линий *ОС* применяется медиальная ось (*МА*). Расчет *МА* – это вычислительно сложная задача. Приближенные методы вычислений также применяются в алгоритмах формирования рабочих линий *ОС* на основе *РН*-кривых без отсечения нерабочих участков линий *ОС*, что приводит к получению неточных результатов. Алгоритмы получения рабочих линии *ОС* на основе *PS*-кривых почти линейны, но линии *ОС* формируют линейной интерполяцией, что влияет на точность получаемого результата.

Обзор способов формирования *МА* выявил, что существующие математические модели генерации построены на плоскости. Плоскостные модели отличаются приближенным формированием линии *МА* с использованием итерационных алгоритмов. Основные проблемы расчета *МА* связаны с определением линий-шумов. Существующие способы не приводят к однозначному результату, доля ошибки определения линий-шумов имеет место быть во всех существующих способах нахождения *МА*. Обзор показал, что формообразование линий *МАТ* (медиальной оси преобразования) является нерешенной задачей.

Обзор существующих способов сборки линии-траектории движения инструмента при контурно-параллельной обработке показал, что эти способы, с учетом компенсации возникающих недорезов, требуют немалых вычислительных и временных затрат. Петли компенсации зависят от формы линий *ОС*, поэтому расчет петель, учитывающий геометрию линий *ОС* в зоне недорезов, является сложной вычислительной задачей.

Результаты исследований первой главы позволили выполнить постановку общей задачи проектирования траектории инструмента для обработки карманной поверхности по схеме контурно-параллельных фрезерных переходов, поэтапное решение которой изложено в последующих главах.

Во второй главе рассматриваются вопросы конструктивно-аналитического формообразования множества линий *ОС* на основе циклографического моделирования кривой линии. Исследованы вопросы теории метода циклографического отображения применительно к решениям поставленных задач. α -поверхность (рисунок 2) $\bar{P}_\alpha(t, l)$ – это торсовая поверхность с образующими, расположенными под углом $\alpha=45^\circ$ к плоскости $z=0$. Направляющими α -поверхности являются линия $\bar{p}_c(t)$ и пространственная линия $\bar{p}_E(t) = (x_E(t), y_E(t), z_E(t))$. Линия $\bar{p}_E(t) = (x_E, y_E, z_E)$ – это линия, у которой абсциссы и ординаты точек равны абсциссам и ординатам точек линии $\bar{p}_c(t)$, где $\bar{p}_c(t)$ – эволюта линии $\bar{p}_c(t)$: $\bar{p}_c(t) = \bar{p}_c(t) + \frac{1}{k(t)} \bar{n}(t)$, где $k(t)$ – кривизна, $\bar{n}(t)$ – единичный вектор нормали к линии $\bar{p}_c(t)$ [4-6,9,13].

Обосновано решение обратной задачи циклографического моделирования кривой линии пространства. Сформулированы и доказаны два утверждения.

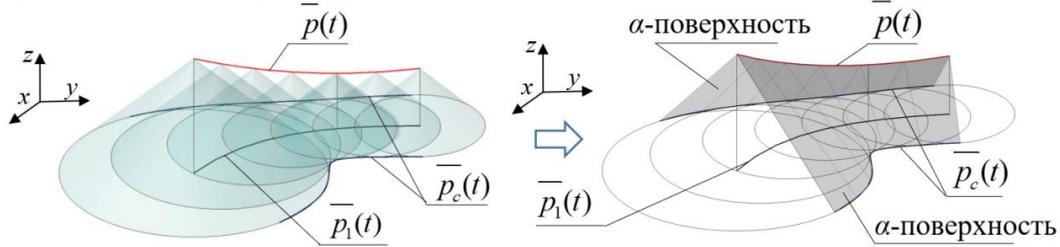


Рисунок 2 – Циклографическая проекция кривой линии как огибающая однопараметрического множества циклов (направление циклов не указаны)

Утверждение 1. Для плоской элементарной кривой (гомеоморфной числовому промежутку), не являющейся огибающей однопараметрического множества окружностей, существует множество линий пространства, для которых элементарная линия служит циклографической проекцией.

Утверждение 2. Для плоской простой замкнутой выпуклой кривой существует единственная линия пространства, для которой эта кривая служит циклографической проекцией.

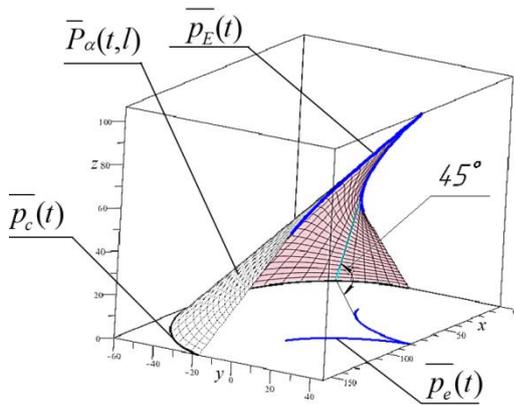


Рисунок 3 – Формообразование α -поверхности

Оба утверждения обосновывают возможность решения практических задач по нахождению линий *МАТ*, *МА*, *ОС* на основе циклографического моделирования.

Уравнение α -поверхности (рисунок 3) имеет вид: $\bar{P}_\alpha(t, l) = \bar{p}_c(t) + l(\bar{p}_E(t) - \bar{p}_c(t))$.

В главе рассмотрен геометрический объект – α -оболочка, как результат объединения рабочих отрезков α -поверхностей, индуцированных сегментами составного контура области в циклографическом отображении (рисунки 4, 5). Она представляет собой образ области с контуром на плоскости $z=0$ в обратной задаче циклографического моделирования кривой пространства. α -оболочка является удобным инструментом анализа, выявления и отсекания нерабочих участков формируемых линий *ОС*.

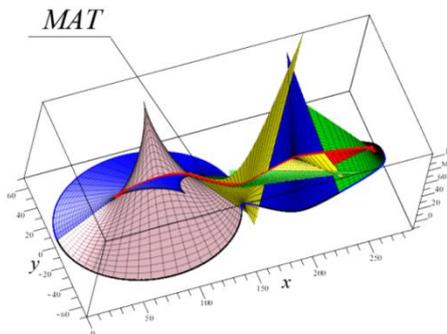


Рисунок 4 – α -поверхности комбинированного контура

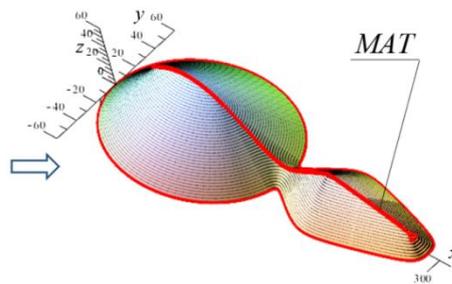


Рисунок 5 – α -оболочка для выпукло-вогнутого контура

Образование линий *МА* и *МАТ* для плоских областей с криволинейными границами в задачах моделирования карманных поверхностей можно описать с позиции обратной

задачи циклографического моделирования. *MAT* – это пространственная кривая, восстановленная обратным циклографическим отображением по геометрической информации об области и её граничном контуре (рисунок 6) [4,13].

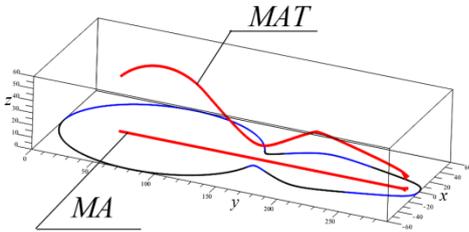


Рисунок 6 – *MAT* и *MA* для контура области

ней семейства линий уровня *LOC* – “*Level Offset Curves*”, ортогональные проекции которых на плоскость $z=0$ заданной области образуют множество *OC* внутри этой области (рисунки 7, 8).

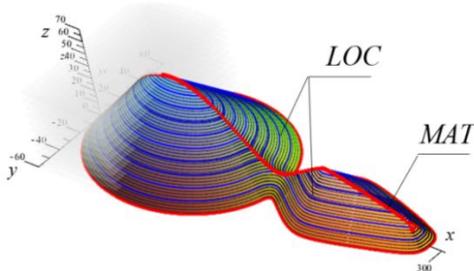


Рисунок 7 – Образование линий *LOC*

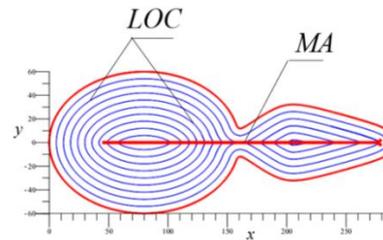


Рисунок 8 – Множество *OC* для криволинейного контура области

Множество *OC* используется для автоматизированных расчетов траектории перемещения инструмента, обрабатывающего карманные поверхности, и составления соответствующих управляющих программ для станков с ЧПУ.

Полученные во второй главе теоретические результаты положены в основу алгоритмов формирования составной α -оболочки для ломаных (рисунок 9) и криволинейных (из дуг кривых второго порядка (рисунок 8)) выпукло-вогнутых контуров с островами, что в дальнейшем упрощает расчет линий *OC*, *MAT* и *MA* [4-7,13-18,22,23].

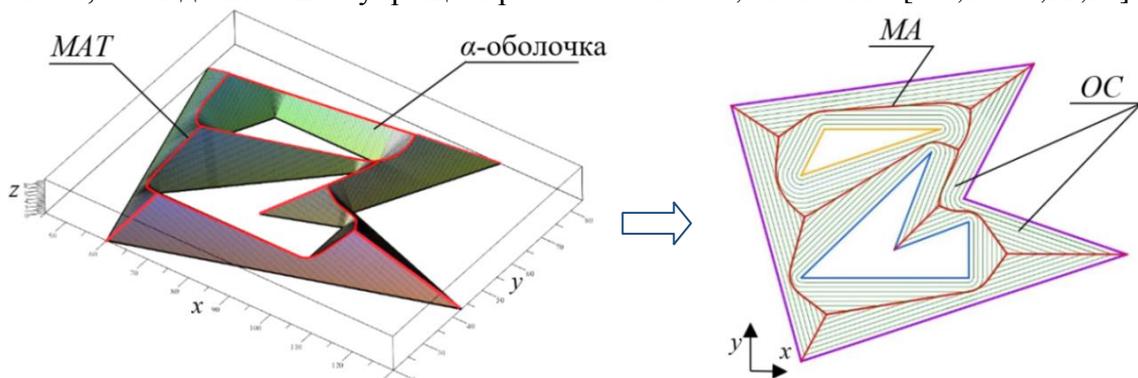


Рисунок 9 – Формообразование *MA* и *OC* для ломаных контуров

Алгоритмы отличаются аналитичностью решений задач генерации линий *OC*, что существенно упрощает расчёт траектории режущего инструмента и делает более простой подготовку управляющих программ для обработки карманных поверхностей на станках с ЧПУ.

В третьей главе проведен анализ исследований в области геометрического моделирования множество плоских кривых, свойства которых позволяют использовать их для сегментарного формообразования криволинейных контуров карманных областей. Выявлено, что к ним относятся: *Bézier*-кривые, *NURBS*-кривые, *PH*-кривые, *PS*-кривые. Каждая из этих кривых, в силу присущих им особенностей, имеет узкоспециализированное применение в задачах формообразования криволинейных контуров и порождаемых ими линий *OC*. Сделан вывод, что задача построения замкнутого гладкого сегментарного криволинейного контура недостаточно изучена. Исследована возможность формирования замкнутой контурной линии в виде кусочной сплайн-кривой из дуг алгебраических кривых. Установлено, что сегменты сплайн-кривых не должны содержать точки перегиба, поскольку они приводят к разрыву по образующим линиям α -поверхностей, формирующих α -оболочку.

Получена математическая модель и алгоритм формирования замкнутой полиномиальной сплайн-кривой, моделирующих выпуклый криволинейный граничный контур области. Исходными данными для построения сегментов замкнутого полиномиального сплайна, последовательно стыкующихся по гладкости C^{m-1} , является точечный массив. В общем случае степень полинома, описывающего сегмент по крайевым производным, определяется по формуле $n=2m+1$, где m – число пар крайевых производных в конечных точках сегмента. Сегменты кривой описываются уравнением:

$$\bar{p}(t) = \sum_{i=1}^{n+1} \bar{A}_i t^{i-1}, \text{ где } t_1 \leq t \leq t_2. \text{ Матричная форма обобщенной системы уравнений расчета}$$

имеет вид [11]: $[\bar{A}] = [T] \cdot [\bar{G}]$, где $[T]$ – матрица коэффициентов, $[\bar{G}]$ – матрица граничных векторных производных. Матрица обобщенной системы уравнений состоит из $2i$ линейных уравнений с $2i$ неизвестными $\bar{P}'_1, \bar{P}'_2, \dots, \bar{P}'_{i-1}, \bar{P}'_i$; $\bar{P}''_1, \bar{P}''_2, \dots, \bar{P}''_{i-1}, \bar{P}''_i$ и имеет размер $2i \times 2i$. Её элементами также являются вещественные числа. Она обратима и поэтому система линейных уравнений однозначно разрешима. Для её решения может быть применен метод Гаусса-Жордана. Матричная форма соответствует этому методу. Решение системы уравнений сводится к поиску неизвестных векторов производных \bar{P}'_i и \bar{P}''_i , $i=1, \dots, N$. Пример построения замкнутой сплайн-кривой из пяти сегментов по обобщенной матрице приведен на рисунке 10.

Математическая модель позволяет формировать контур области в виде сегментарной сплайн-кривой высокой степени гладкости, что имеет важное значение для проектирования технологических траекторий режущего инструмента, обрабатывающих карманные поверхности изделий. На основе полученной модели сконструирована замкнутая гладкая составная кривая *Bézier* второго порядка по заданному массиву точек (рисунок 11).

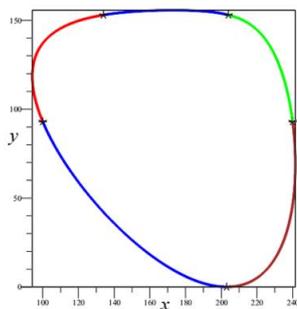


Рисунок 10 – Пятисегментный замкнутый сплайн Эрмита C^4

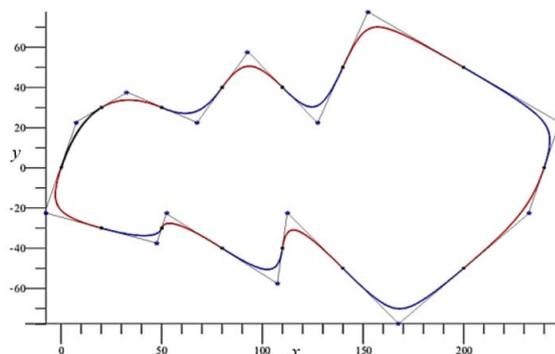


Рисунок 11 – Замкнутый рациональный сплайн *Bézier* C^2 , построенный по 14 узлам

Рациональные кривые *Bézier* второго порядка приведены к векторной форме уравнения [1,7,12]. Благодаря простоте задания и вычислительной технологии предложенный способ формообразования рациональной кривой *Bézier* предпочтительно использовать для проектирования выпукло-вогнутых контуров области и островов в ней.

В четвертой главе рассматриваются вопросы формообразования множества рабочих линий *OC*, связанные с решением двух задач:

- задача анализа, выявления и отсеечения петель самопересечения линий *OC*;
- задача анализа, выявления и отсеечения нерабочих участков встречных линий *OC* контура области и контуров островов.

Для получения точных результатов решения задачи анализа и отсеечения нерабочих участков линий *LOC* рассматриваются возможные пересечения линий *LOC* одного уровня контура области и контуров островов, принадлежащих одной горизонтальной плоскости уровня. *LOC* образуются при пересечении α -поверхностей множеством горизонтальных плоскостей. Проекция обрезанного множества линий семейств *LOC* на плоскость $z=0$ есть семейство рабочих линий *OC*. Нерабочие участки отсекаются по точкам A_j пересечения *LOC* при этом $A_j \in MAT$ (рисунок 12).

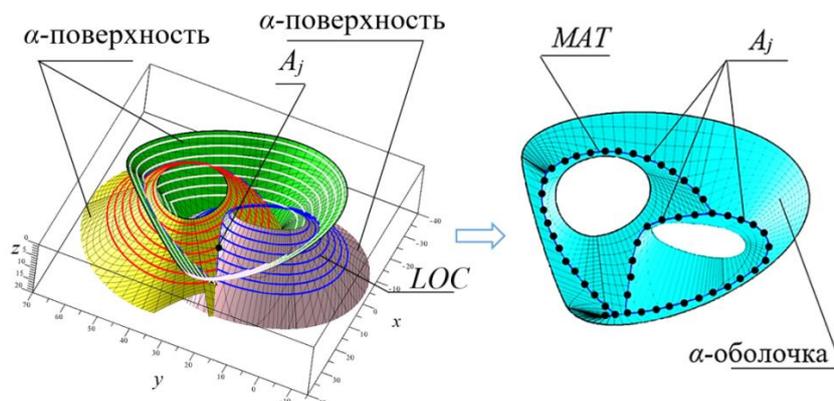


Рисунок 12 – Конструктивно-геометрическое образование α -оболочки

α -оболочка, как геометрический объект, образно не материализуется, т.е. α -оболочку составляют отсеки α -поверхностей, расположенные выше плоскости $z=0$ и ниже линии *MAT* в направлении оси Oz , где линия *MAT* – это линия, состоящая из участков линий всевозможных пересечений пар α -поверхностей. Можно сказать, что образно *MAT* – это гребень α -оболочки. Для выявления нерабочих участков линий семейств *LOC* определяются те участки линий семейств *LOC*, которые не принадлежат отсекам α -поверхностей. Отсек α -поверхности – это часть α -поверхности, заключенная между *MAT* и контуром исходной области на плоскости $z=0$. Иначе говоря, на α -оболочке формируются рабочие участки линий семейств *LOC* в плоскостях своих уровней. На рисунке 13 показано, что петли самопересечений линий *LOC* не принадлежат α -оболочке, поэтому подлежат отсечению.

В зависимости от удаления от исходного контура области эквидистанты могут иметь различные петли самопересечения. Петли самопересечения линии *LOC* образуются в том случае, когда пространственный образ эволюты, участвующий в формировании α -поверхности, имеет особую точку. Петли формируются начиная с этой особой точки (рисунок 14).

Для устранения нерабочих участков *LOC* необходимо найти точки самопересечений $A_{i,k} \in MAT$ линий *LOC*.

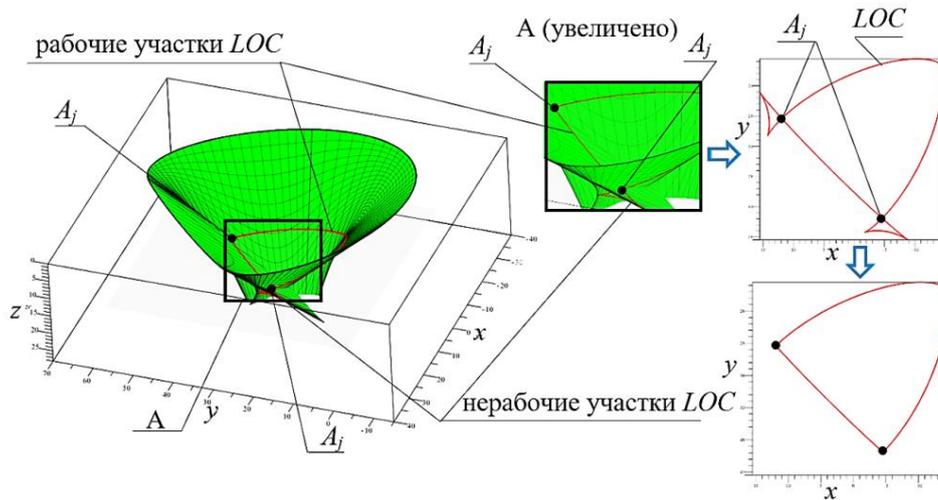


Рисунок 13 – Применение α -оболочки в качестве инструмента анализа, выявления и отсекания петель самопересечения LOC

Точки $A_{i,k} \in MAT$ – это точки, по которым отсекаются нерабочие участки LOC . Поиск этих точек сводится к поиску точек пересечения и самопересечения $LOC_{i,k}$, где k – номер уровня, $k \in (1, 2, 3, \dots, N)$, δ – шаг ($\delta = \Delta z_k = const$), $N\delta$ – общая высота рассечений, i – номер сегмента составной кривой контура области или контура острова.

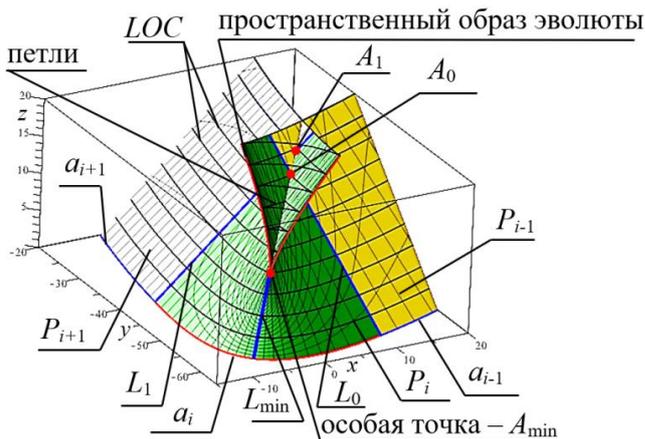


Рисунок 14 – Формирование точек линии MAT

Участки LOC , на которых образуются петли, формируются как участки линии уровня, образованной при рассечении горизонтальной плоскостью трех соседних α -поверхностей P_{i-1}, P_i, P_{i+1} , а именно, при самопересечении α -поверхности $P_i \cap P_i$, при пересечении α -поверхностей $P_i \cap P_{i+1}$ и при пересечении α -поверхностей $P_i \cap P_{i-1}$ (рисунок 14). Точки A_{min}, A_0 и A_1 являются граничными, выше этих точек происходит

смена пар поверхностей, образующих участки линий пересечения: $P_i \cap P_i = (A_{min} A_0) \in MAT$; $P_i \cap P_{i-1} = (A_0 A_1) \in MAT$; $P_{i-1} \cap P_{i+1} = (A_1 A_j) \in MAT$.

Задача анализа, выявления и отсекания петель самопересечения линий LOC решается в пространстве по условию принадлежности α -оболочке участков линий семейства LOC (рисунок 15). В качестве инструмента анализа и выявления нерабочих линий LOC применяются α -поверхности и α -оболочка.

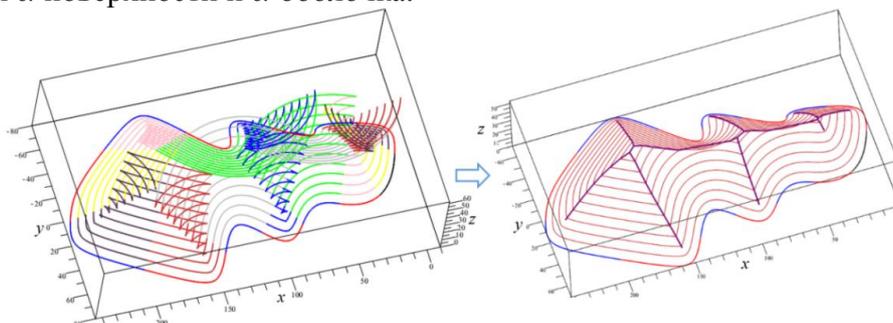


Рисунок 15 – Удаление петель самопересечений линий LOC

Все этапы аналитического решения по выявлению нерабочих участков линий семейства LOC , образованных петлями самопересечения, сопровождаются компьютерной визуализацией исследуемых геометрических объектов модели. Получен алгоритм решения задачи, работающий без приближенных расчетов, в отличие от существующих традиционных алгоритмов. Достигнут важный результат – получены параметрические уравнения линий LOC без петель самопересечений [8-10].

Нерабочие участки линий LOC могут формироваться при пересечении линий LOC встречных фронтов от контура области и от контуров островов (глобальные пересечения линий LOC). В качестве инструмента геометрического анализа глобальных пересечений LOC предлагается использовать способ тестирующего луча TR (*Testing Ray*). При этом попарно рассматриваются LOC встречных фронтов одного уровня (рисунок 16), а лучи TR проводятся из любых точек участков LOC . Направление обхода контура области с островами совпадает с направлением формирования составной линии контура области, т. е. от начального сегмента к конечному.

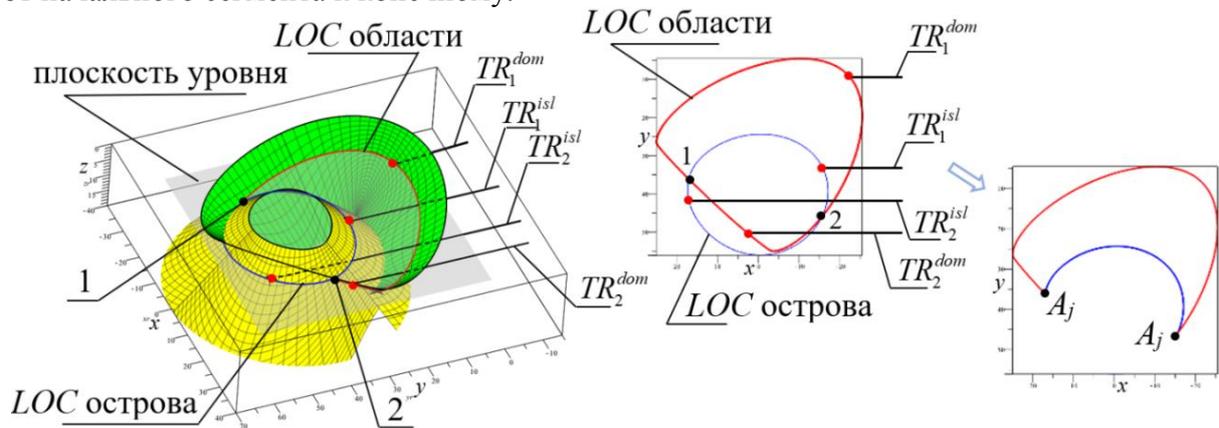


Рисунок 16 – Формирование рабочих участков линий семейств LOC : применение тестирующего луча для встречных фронтов линий LOC

На α -оболочке формируются рабочие участки линий семейства LOC в плоскостях каждого уровня. К участкам линий семейства области $LOC_{dom(k)}$ (для граничного контура области «*dom*» – *domain* (область)), где k – номер уровня, проводятся лучи TR_1^{dom} и TR_2^{dom} . К участкам линий семейства острова $LOC_{isl(k)}^{(m)}$ (для граничного контура острова «*isl*» – *island* (остров)), где m – номер острова, проводятся лучи TR_1^{isl} и TR_2^{isl} . Если участок линии $LOC_{dom(k)}$ или участок линии $LOC_{isl(k)}^{(m)}$ не попадает на α -оболочку, то он нерабочий.

На рисунке 16 показано, что, если луч TR_1^{dom} не пересекает линию $LOC_{isl(k)}^{(m)}$ (или может пересекать её чётное количество раз), то участок линии $LOC_{dom(k)}$ является рабочим. Иначе, если луч TR_2^{dom} пересекает линии $LOC_{isl(k)}^{(m)}$ (линии LOC встречного фронта) нечётное количество раз, то участок линии $LOC_{dom(k)}$ является нерабочим. Количество пересечений определяется путем нахождения числа корней системы уравнений, определяющей точки пересечения: $TR_1^{dom} \cap LOC_{isl(k)}^{(m)}$.

Тестирующие лучи задаются параметрическими уравнениями. Для упрощения расчётов тестирующий луч может быть выбран параллельным оси координат Ox либо Oy . Лучи выбираются параллельно оси Ox и их векторно-параметрические уравнения имеют вид:

$$TR_1^{dom} : \bar{r}_{TR_1}^{dom}(t_{TR_1}) = (x_{dom(i,k)}(t_i = a) \pm l \cdot t_{TR_1}, y_{dom(i,k)}(t_i = a), z_{dom(i,k)} = \delta k),$$

$$TR_2^{dom} : \bar{r}_{TR_2}^{dom}(t_{TR_2}) = (x_{dom(i,k)}(t_i = b) \pm l \cdot t_{TR_2}, y_{dom(i,k)}(t_i = b), z_{dom(i,k)} = \delta k),$$

где l – параметр положения точки на луче, i – номер сегмента составной кривой $LOC_{dom(k)}$, a – параметр положения точки на участке (1-2) i -го сегмента составной кривой $LOC_{dom(k)}$, b – параметр положения точки на участке (2-1) i -го сегмента составной кривой $LOC_{dom(k)}$, δk – высота рассечений.

Если луч TR_1^{isl} пересекает нечётное количество раз линию $LOC_{dom(k)}$, то участок $LOC_{isl(k)}^{(m)}$ является рабочим. Иначе, если луч TR_2^{isl} , пересекает линии $LOC_{dom(k)}$ чётное количество раз, то участок линии $LOC_{isl(k)}^{(m)}$ является нерабочим (рисунок 16). Количество пересечений определяется путем нахождения числа корней системы уравнений, определяющей точки пересечения: $TR_1^{isl} \cap LOC_{dom(k)}$.

Анализ, выявление и отсечение нерабочих участков применяется ко всем линиям семейств LOC на каждом уровне рассечения. После отсечения нерабочих участков, образовавшиеся рабочие участки линий уровня, формирующие замкнутый контур, объединяются в одну составную линию $ULOC$ ($ULOC$ – “United Level Offset Curves”), представленную в виде векторно-параметрических уравнений:

$$ULOC_{(k,g,i_k)}^{(m)} : \bar{r}_{(k,g,i_k)}^{(m)} = (x_{(k,g,i_k)}^{(m)}(t_{(k,g,i_k)}^{(m)}), y_{(k,g,i_k)}^{(m)}(t_{(k,g,i_k)}^{(m)}), \delta k), t_{(k,g,i_k)}^{(m)} \in [0,1],$$

где m – номер острова, k – номер уровня, g – номер линии $ULOC$ в плоскости уровня, i_k – номер сегмента составной линии $ULOC$ [18 - 20].

Пример формообразования множества рабочих линий семейств OC многосвязных областей с выпукло-вогнутыми контурами приведен на рисунке 17.

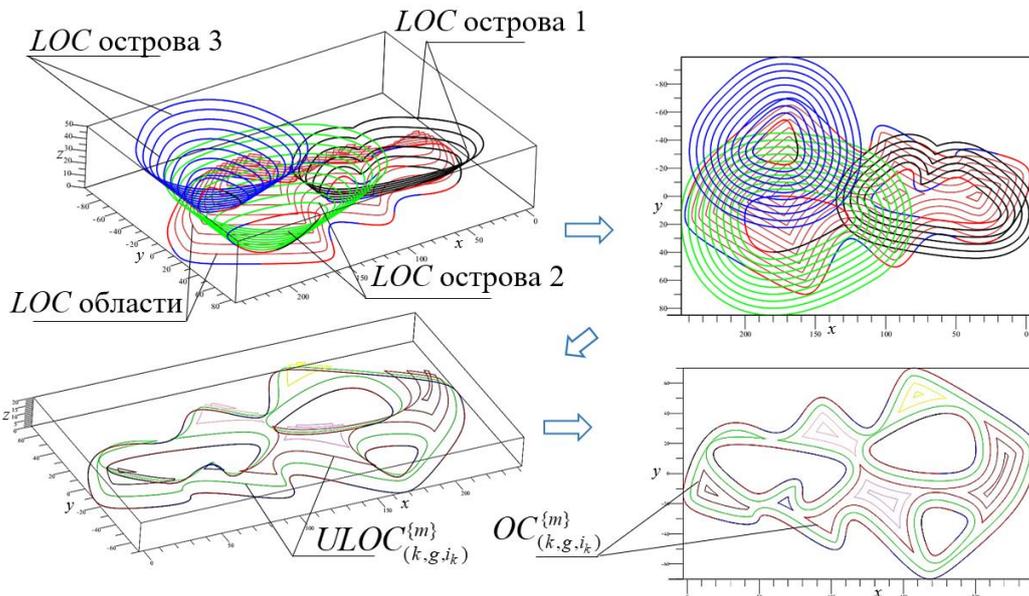


Рисунок 17 – Последовательность формирования множества линий семейств OC многосвязной области

В пятой главе выполнено обоснование и предложена геометрическая модель преобразования многосвязной области в односвязную. Модель основана на циклографическом отображении линии евклидова пространства. Односвязность области

достигается на основе формирования бриджей, что позволяет рассчитать путь инструмента для обработки кармана с островами в виде единой составной линии. Формирование бриджей тесно связано с концепцией вершин графа, которые входят в любой путь, соединяющий некоторые вершины (рисунки 18).

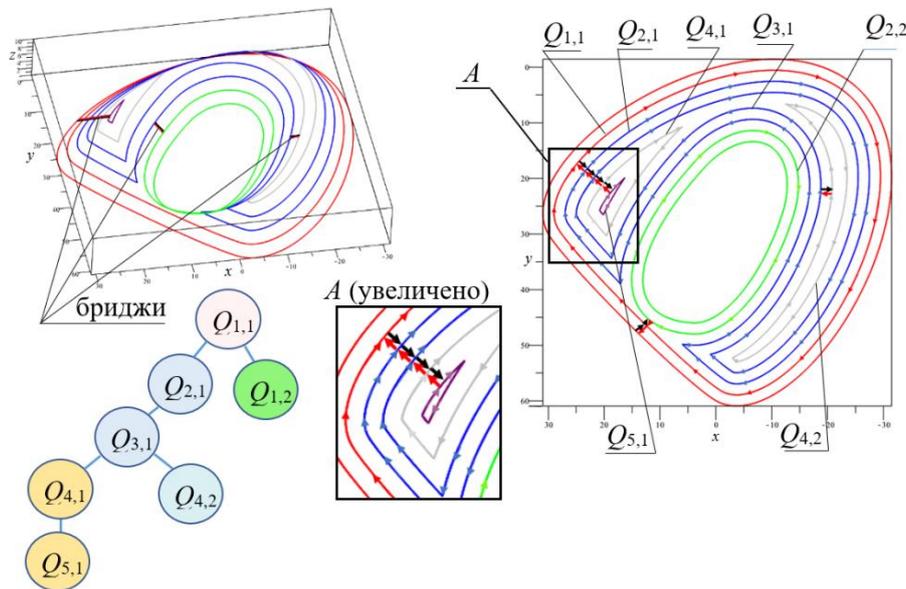


Рисунок 18 – Структурная схема алгоритма построения бриджей по образующим α -оболочки и результат его компьютерной реализации

В нашем случае бридж – это линия, которая соединяет вершины графа – линии $ULOC_{(k,g,i_k)}^{(m)}$, где линия $ULOC_{(k,g,i_k)}^{(m)}$ принимается как узел $Q_{k,g}$. Бридж соединяет родительский узел $Q_{k,g}$ и его дочерний узел $Q_{k+1,g}$ или $Q_{k,g+1}$. Древоидная структура образования дочерних узлов позволяет строить иерархическую последовательность связывания линий $ULOC_{(k,g,i_k)}^{(m)}$. Бридж строится по кратчайшему пути между родительским узлом $Q_{k,g}$ и его дочерним узлом $Q_{k+1,g}$ или $Q_{k,g+1}$.

В главе предложена геометрическая модель формирования составной линии MAT для области с островами, основанная на циклографическом отображении линии евклидова пространства. Для этого применяется геометрическая модель карманной области в виде её образа - α -оболочки в обратном циклографическом отображении кривой пространства. При этом получены параметрические уравнения сегментов составной линии MAT . Предложенный способ генерации MA и MAT обеспечивает более простые и надежные алгоритмы нахождения MA и MAT в отличие от существующих способов.

При построении траекторий рабочих перемещений для обработки карманной поверхности на станках с ЧПУ одной из наиболее сложных проблем является рациональный выбор траектории рабочих перемещений инструмента на переходах. После выборки металла внутри контура могут оставаться необработанные участки в виде криволинейных треугольников (недорезы) (рисунок 19).

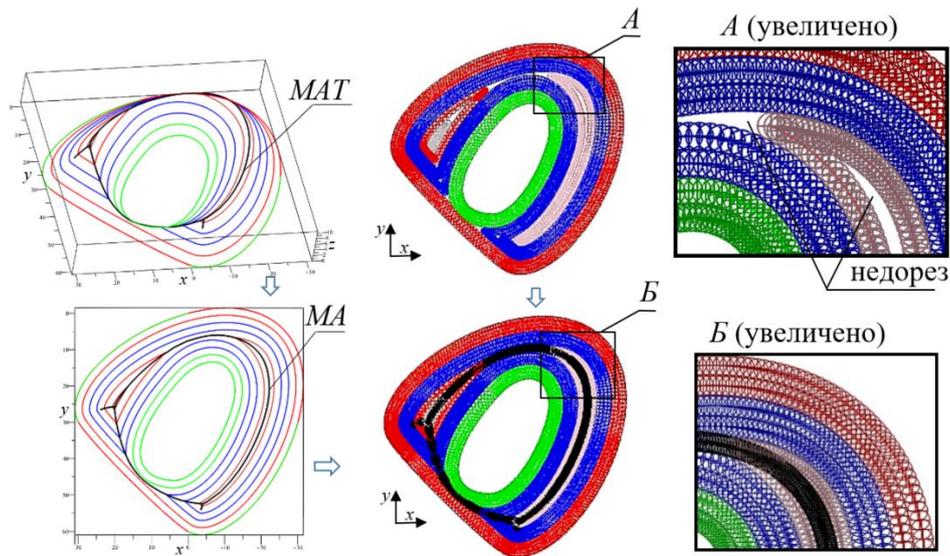


Рисунок 19 – Результаты компьютерного моделирования обработки области с одним островом

В главе разработаны алгоритмы генерации траектории движения инструмента для обработки кармана с островами без отвода инструмента с устранением недорезов, что достигается использованием сегментов составной линии MA в качестве мостиков (рисунок 20).

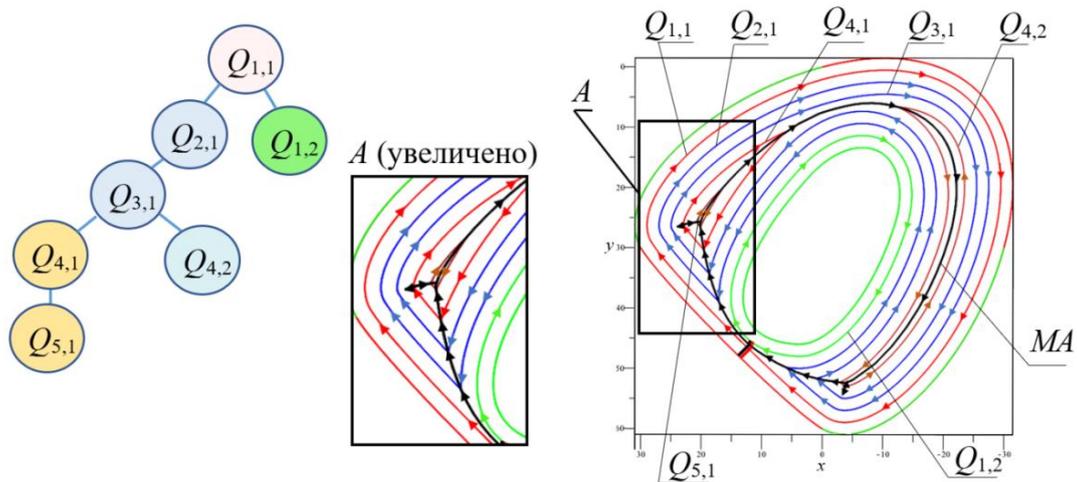


Рисунок 20 – Структурная схема алгоритма построения мостиков по линии MA и результат его компьютерной реализации

Предложенные алгоритмы отличаются аналитическими решениями задач генерации пути инструмента при контурно-параллельной обработке карманных областей с островами и позволяют проводить расчёт траектории режущего инструмента автоматически.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Применительно к обработке карманных поверхностей проведен анализ существующих проблем и способов формообразования базовых геометрических объектов: граничных контуров области карманной поверхности и принадлежащих ей островов; рабочих линий семейства OC (семейства контурно-параллельных линий); линий MA (медиальной оси) и MAT (медиальной оси преобразования); сборки рабочих линий семейства OC в одну линию - траекторию движения инструмента для фрезерования

карманных поверхностей на станках с ЧПУ.

Сделан вывод о необходимости разработки комплексного подхода к формообразованию граничных контуров карманной поверхности и островов, рабочих линий *OC*, *MA*, *MAT* и оптимизации алгоритма сборки рабочих линий семейства *OC* в единую линию-траекторию движения инструмента для обработки карманных поверхностей.

2. Получена математическая модель и алгоритм формирования замкнутой полиномиальной сплайн-кривой по заданному массиву точек с учетом граничных векторных производных, определяющих выпуклый криволинейный контур области. Модель позволяет формировать контур области в виде замкнутой сегментарной сплайн-кривой высокого порядка гладкости стыковки сегментов. На основе этой модели сконструирована замкнутая гладкая составная рациональная кривая *Bézier* второго порядка по заданному массиву точек. Полученные результаты представляют собой инструментарий для формообразования выпуклых и выпукло-вогнутых контуров карманной области и островов в виде сплайн-кривых с последующим получением рабочих линий семейства *OC* и единой траектории движения обрабатывающего инструмента.

3. Дано обоснование и получено решение обратной задачи циклографического моделирования кривой линии пространства. В существующих исследованиях по формированию линий *MA* и *MAT* известна обратная задача (определение линии *MA* по заданному контуру области), решение которой выполняется на плоскости $z=0$ с использованием различных аппаратов и технологий геометрического и математического моделирования. При этом предлагаемые решения основаны на методах приближенных вычислений. В настоящей работе реализован подход к решению обратной задачи циклографического моделирования кривой, основанный на простых для данной задачи вычислениях с выходом в пространство. Установлено, что решение обратной задачи для соответствующего замкнутого контура однозначно, что обосновывает возможность решения практических задач по нахождению линий *MAT*, *MA*, *OC*. Решение обратной задачи дает возможность на основе несложных решений задач аналитической геометрии (пересечение прямой и кривой, принадлежащих плоскости; пересечение прямой и развертываемой поверхности) получать линий *MAT*, *MA*, *OC*. Предложенное решение обратной задачи не требует применения методов приближенных вычислений.

4. Предложен способ решения задачи анализа, выявления и отсекаания нерабочих участков в случае пересечения встречных линий *OC*, формируемых контуром области и контурами островов, а также в случае самопересечений линий *OC*. Инструментами анализа и выявления нерабочих участков линий *OC* служат: элемент аппарата циклографического моделирования кривой пространства – α -оболочка и геометрический объект – луч (тестирующий луч). В отличие от традиционных приближенных решений этой задачи, предложенные алгоритмы формирования рабочих линий *OC* реализуются в автоматическом режиме с получением аналитического решения задачи формирования.

5. Получены алгоритмы генерации семейства линий *OC* для области с островами, ограниченными выпуклыми и выпукло-вогнутыми контурами. Алгоритмы отличаются аналитическими решениями задач генерации, что существенно упрощает расчёт траектории режущего инструмента и делает более простой подготовку управляющих программ для обработки карманных поверхностей на станках с ЧПУ. Достигнут важный результат – получены параметрические уравнения рабочих линий *OC* без применения численных методов в отличие от существующих решений задачи нахождения линий *OC*.

6. Предложена геометрическая модель формирования составной линии *MAT* многосвязных областей с выпукло-вогнутыми контурами, основанная на циклографическом отображении линии евклидова пространства. Получены параметрические уравнения составной линии *MAT*. Применяемый способ генерации *MA* и *MAT* обеспечивает более простые и надежные алгоритмы нахождения *MA* и *MAT* без

применения приближенных вычислений. Предложенный способ определения линии *MAT* полностью исключает возможные линии «шумы» в отличие от существующих способов определения линии *MAT*.

7. Получены алгоритмы генерации траектории движения инструмента для обработки карманных поверхностей с островами без отвода режущего инструмента. Алгоритмы отличаются аналитическими решениями задачи генерации и позволяют автоматически проводить расчёт этой траектории. В отличие от существующих методов сборки линии-траектории, предложенный метод позволяет рассчитать траекторию движения инструмента без выполнения дополнительных установочных перемещений.

8. Проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие достоверность и эффективность предложенных решений задач генерации рабочих линий *ОС* и соответствующих алгоритмов вычислений для формирования траектории движения инструмента, обрабатывающего карманные поверхности с островами.

Созданный комплекс алгоритмов может быть рекомендован к использованию в CAD/CAM системах, предназначенных для автоматизации технологической подготовки и обработки многосвязных карманных поверхностей.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

а) Научные публикации в изданиях из перечня, рекомендованного ВАК:

1. Панчук, К. Л. Описание дискретно заданного плоского контура составной линией из дробно-рациональных кривых Безье второго порядка / К. Л. Панчук, Т. М. Мясоедова. – DOI: 10.7256/2454-0714.2019.3.30637 // Программные системы и вычислительные методы. – 2019. – № 3. – С. 49–60.
2. Панчук, К. Л. Геометрическая модель генерации семейства контурно-параллельных линий для автоматизированного расчета траектории режущего инструмента / К. Л. Панчук, Т. М. Мясоедова, И. В. Крысова // Геометрия и графика. – 2019. – Т. 7, № 1. – С. 3–13.
3. Мясоедова, Т. М. Формообразование семейства кривых смещения с выявлением их нерабочих участков / Т. М. Мясоедова // Программные системы и вычислительные методы. – 2020. – № 1. – С. 31–39.

б) Научные публикации, включенные в международные системы цитирования *Web of Science* и *Scopus*:

4. Myasoedova, T. M. Geometric modeling of offset curves in contour-parallel pocket machining of engineering products / T. M. Myasoedova, K. L. Panchuk. – DOI:10.1088/1742-6596/1210/1/012103 // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1210. – P. 012103-1–012103-8.(Q3)
5. Myasoedova, T. M. Geometric model of generation of family of contour-parallel trajectories (equidistant family) of a machine tool / T. M. Myasoedova, K. L. Panchuk. – DOI:10.1088/1742-6596/1210/1/012104 // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1210. – P. 012104-1–012104-8.(Q3)
6. Myasoedova, T. M. Forming of contour-parallel lines family with the detection of their non-working sections / T. M. Myasoedova, K. L. Panchuk. – DOI: 10.1088/1742-6596/1546/1/012039 // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1546. – P. 012039-1–012039-7. (Q3)
7. Panchuk, K. L. Construction of a discrete planar contour by fractional rational Bezier curves of second order / K. L. Panchuk, T. M. Myasoedova, M. N. Odinets. – DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012072 // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1441: Applied Mechanics and Dynamics Systems. – P. 012072-1–012072-8. (Q3)
8. Myasoedova, T. M. Analysis and trimming operations in the problem of spatial formation of a family of offset curves given an area with islands / T. M. Myasoedova, K. L. Panchuk. –

DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012069 // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1441. – P. 012069-1–012069-8. (Q3)

9. Panchuk, K. L. Computer aided geometric modeling of solutions to the tasks of applied cyclography / K. L. Panchuk, E. V. Lyubchinov, **Т. М. Мясоедова**. – DOI: 10.30987/graphicon-2019-2-185-188 // CEUR Workshop Proceedings. – 2019. – Vol. 2485. – P. 185–188.

10. Panchuk, K. L. Spline curves formation given extreme derivatives / K.L. Panchuk, **Т.М. Мясоедова**, E.V. Lyubchinov // Mathematics. – 2021. – Vol. 9, no. 1.– P.1–29. (Q1).

11. Panchuk, K. L. Cyclographic Model of Generation of Families of Parallel Curves to a Multiply-Connected / K. L. Panchuk, **Т. М. Мясоедова**, E. V. Lyubchinov. – DOI: 10.1007/978-3-030-63403-2_15 // Advances in Intelligent Systems and Computing. – 2021. – 1296. – P. 152–163.

12. Panchuk, K. L. Spatial Spline Construction through the Monge Model / K. L. Panchuk, **Т. М. Мясоедова**, Y. A. Rogoza. – DOI: 10.51130/graphicon-2020-2-3-60 // CEUR Workshop Proceedings. – 2020. – Vol. 2744. – P. 60-1–60-11.

в) Научные публикации в других изданиях:

13. **Мясоедова, Т. М.** Геометрическое моделирование семейства линий контурно-параллельной обработки карманных поверхностей в изделиях машиностроения / Т. М. Мясоедова, К. Л. Панчук // Динамика систем, механизмов и машин. – 2018. – Т. 6, № 2. – С. 269–276.

14. **Мясоедова, Т. М.** Построение обводов второго порядка гладкости из дуг кривых 2-го порядка / Т. М. Мясоедова // Россия молодая: передовые технологии – в промышленность. – 2019. – № 1. – С. 212–215.

15. **Мясоедова, Т. М.** Геометрическая модель генерации семейства контурно-параллельных траекторий (эквидистант) обрабатывающего инструмента / Т. М. Мясоедова, К. Л. Панчук // Динамика систем, механизмов и машин. – 2018. – Т. 6, № 2. – С. 262–269.

16. **Мясоедова, Т. М.** Геометрическая модель фофообразования семейства контурно-параллельных линий замкнутых областей / Т. М. Мясоедова // Прикладная математика и фундаментальная информатика. – 2018. – Т. 5, № 4. – С. 61–70.

17. Панчук, К. Л. Циклография. Аспекты теории и практических применений / К. Л. Панчук, Е. В. Любчинов, **Т. М. Мясоедова** // GraphiCon2018 : тр. 28-й Междунар. конф. по компьютерной графике и машинному зрению (Томск, 24–27 сент. 2018 г.) / Нац. исслед. Том. политех. ун-т. – Томск : ТПУ, 2018. – С. 372–375.

18. **Мясоедова, Т. М.** Аналитическое представление семейства контурно-параллельных линий для многосвязных многоугольных областей / Т. М. Мясоедова, К. Л. Панчук, М. Н. Одинец // Проблемы машиноведения : материалы III Междунар. науч.-техн. конф. (Омск, 23–24 апр. 2019 г.) : в 2 ч. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2019. – Ч. 2. – С. 318–324.

19. **Мясоедова, Т. М.** Генерация контурно-параллельных линий для замкнутых криволинейных многосвязных областей на основе циклографического отображения / Т. М. Мясоедова, К. Л. Панчук // Проблемы машиноведения : материалы III Междунар. науч.-техн. конф. (Омск, 23–24 апр. 2019 г.) : в 2 ч. / Ом. гос. техн. ун-т [и др.]. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2019. – Ч. 2. – С. 310–317.

20. **Мясоедова, Т. М.** Формообразование семейства контурно-параллельных траекторий обрабатывающего инструмента на основе циклографического отображения / Т. М. Мясоедова, К. Л. Панчук // Ученые Омска - региону : материалы IV Регион. науч.-техн. конф. (Омск, 4–5 июня 2019 г.) / Ом. гос. техн. ун-т. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2019. – С. 142–146.

21. Панчук, К. Л. Циклография. Вопросы теории и практических приложений / К. Л. Панчук, Е. В. Любчинов, **Т. М. Мясоедова** // Информационный бюллетень Омского

научно-образовательного центра ОмГТУ и ИМ СО РАН в области математики и информатики : материалы IX Междунар. молодеж. науч.-практ. конф. с элементами науч. шк. «Прикладная математика и фундаментальная информатика», посвящ. 80-летию со дня рождения акад. РАН Евтушенко Ю. Г. (Омск, 23–30 апр. 2019 г.) / Ом. гос. техн. ун-т. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2019. – Т. 3, № 1. – С. 45–47.

г) Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:

22. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019667023 Российская Федерация. Расчет эквидистантных линий для связных областей, ограниченных криволинейным контуром : № 2019666364 : заявл. 11.12.2019 :опubl. (зарег.) 18.12.2019 / **Т. М. Мясоедова**, К. Л. Панчук ; заявитель ОмГТУ. – 1 с.

23. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019667369 Российская Федерация. Расчет эквидистантных (контурно-параллельных) линий для связных областей, ограниченных ломаным контуром : № 2019666395 : заявл. 11.12.2019 :опubl. (зарег.) 23.12.2019 / **Т. М. Мясоедова**, К. Л. Панчук ; заявитель ОмГТУ. – 1 с.

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 12.04.22 г. Формат 60x84/16.

Отпечатано на дупликаторе. Усл.печ.л. 1,34.

Тираж 100 экз. Заказ хх.

Типография: 644050, Омск-50, пр. Мира, 11, т.: 65-32-08.
Омский государственный технический университет,
отдел научной информации