Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждаю:
Проректор по НИД
__________ В.Ф.Фефелов
«19» 09 2020 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

по специальной дисциплине

на обучение по программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность: «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Омск 2020 г.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

1.1 Линейные пространства и их подпространства.
1.2 Базис, размерность.
1.3 Матрицы, определители.
1.4 Собственные числа и собственные вектора. Ранг матрицы.
1.5 Теорема Кронекера — Капелли.
1.6 Билинейные и квадратичные формы.
1.7 Приведение квадратичных форм к нормальному виду.
1.8 Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.

Раздел 2. Элементы математического анализа

2.1 Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.

2.2 Интеграл Римана, условия интегрируемости функции по Риману. Интеграл Лебега (основная конструкция и отличие от интеграла Римана).

2.3 Ряды Фурье и их сходимость.

2.4 Топологические, метрические, нормированные и банаховы пространства. Примеры.

2.5 Гильбертовы пространства. Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана — Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном операторе). Компактные и вполне непрерывные операторы. Принцип сжимающих отображений. Функции комплексного переменного, их дифференцируемость. Примеры. Конформные отображения.

2.6 Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки.

2.7 Вычеты и их свойства.

2.8 Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

2.9 Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Раздел 3. Дифференциальные уравнения

3.1 Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (Пикара). Теорема Пеано (без доказательства). Теорема о продолжении решения. Случай линейных уравнений.

3.2 Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений по начальным условиям и параметрам. Уравнения в вариациях.

3.3 Линейные системы. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля для уравнений 2-го порядка. Метод вариации постоянных.

3.4 Решение систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

3.5 Решение задачи Коши для уравнения 1-го порядка с частными производными. Уравнения с частными производными. Порядок системы уравнений. Характеристики систем уравнений 1-го порядка. Нормальные системы уравнений и задача Коши. Теорема Коши — Ковалевской (без доказательства). Классификация линейных уравнений 2-го порядка и их приведение к каноническому виду.

3.6 Основные уравнения математической физики. Постановки начально-краевых задач. Решение смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности методом разделения переменных (метод Фурье).

3.7 Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства.

3.8 Гармонические функции и их свойства: теорема о среднем, принцип максимума, теорема Лиувилля, теорема об устранимости особенности.

3.9 Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения и условия разрешимости.

3.10 Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши в различных классах начальных функций.

3.11 Решение задачи Коши для волнового уравнения методом преобразования Фурье. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа, их физический смысл.

3.12 Пространства Соболева и их свойства.

3.13 Обобщенные решения краевых и начально-краевых задач для линейных уравнений 2-го порядка общего вида: эллиптического, гиперболического и параболического. Применение метода Галёркина.

3.14 Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: Эйлера, Рунге — Кутта, Адамса, стрельбы, прогонки.

3.15 Численные методы решения задач математической физики: бегущего счета (гиперболические уравнения), явные и неявные схемы (параболические уравнения), итерационные методы (уравнение Лапласа).

Раздел 4. Динамические системы и оптимальное управление

4.1 Общие свойства динамических систем. Особые точки линейных систем на плоскости. Устойчивость по Ляпунову.

4.2 Простейшие задачи вариационного исчисления. Задача Лагранжа. Достаточные условия слабого экстремума. Принцип максимума Понтрягина.

Список литературы

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. — М.: Лань, 2007.
2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры / А. И. Мальцев. — М.: Лань, 2009.
3. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. / Л. Д. Кудрявцев. — М.: Высшая школа, 1985.
4. Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. — М.: Физматлит, 2007.
5. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — М.: Физматлит, 2006.
6. Никольский С. М. Курс математического анализа. В 2 т. / С. М. Никольский. — М.: Физматлит, 2001.
6. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И. И. Привалов. — М.: Лань, 2009.
7. Владимиров В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — М.: Физматлит, 2003.
8. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. П. Михайлов. — М.: Наука, 1983.
9. Михлин С. Г. Курс математической физики / С. Г. Михлин. — СПб.: Лань, 2002.
10. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М.: ГИТТЛ, 2008 (и последующие издания).
11. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. — М.: Наука, 1970.
12. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. — М.: Наука, 2003.
13. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин. — М.: Наука, 1976.
14. Руководство к решению задач по высшей математике: учеб. пособие для вузов/ В. И. Касьянов. -М.: Юрайт, 2011.-1 о=эл. опт. диск (CD-ROM). (гриф)ЭБС.

15. Сечкина, И. В. Математическая логика [Текст]: курс лекций по специальности 090104 / Составитель И. В. Сечкина, – Омск, Изд-во ОмГТУ, 2007. - 45 с.
16. Соболь, Б. В. Практикум по высшей математике [Текст] / Б. В. Соболь, Н. Т. Мишняков, В. М. Поркшеян. – Ростов -на-Дону: Феникс, 2008. - 630 с.